JOSEPHI GALLICII DIVI GEORGII EQVITIS.

GEOMETRIA MILITARIS

IN QUA

Linearum, Planorum, ac Solidorum quantitates in operibus militaribus existentes considerantur.

Omniaque geometricis demonstrationibus, & ratiocinio triangulorum pertractantur.



MONACHII,

Typis JOANNIS JÆCKLINI, Typographi Electoralis, & Bibliopolæ. ANNO M. DC. LXXVI.

SERENISSIMO

FERDINANDO MARIÆ,

Vtriusque Bavariæ, & Palatinatus

Superioris Duci Comiti Palatino Rheni S.R.I. Archidapifero, & Electori Landgravio in Leuchtenberg, &c.

D.no D.no C.mo

GEOMETRIAM MILITAREM

D. O. C.

JOSEPH GALLICIUS

D. G. E.

QUæ inter omnes alias ſcientias primum ſibi vendicat locum, jure quidem merito Principe digna eſt; illa Matheſis inquam, quæ poſtquam indagavit qualitates, ac paſſiones dimenſionum, ponderum, motuumq; omnium rerum, quæ ab hac vaſta

terracquei globi circumferentia amplectuntur;infimis nō contenta, ad sublimia evolavit, observatoq; siderū cursu,& eorum perrennis conversio,mortales docuit, stellarum ortus,occasus, ascensus, descensus, declinationes, temporumque divisiones, cognoscere; ita ut, eclipses, ac cæterarum planetarum aspectus ante tempus depræhendi queant. Hæc, suas propositiones ex præcognitis principijs demonstrans, quantitatemque, prius ab omni materia sensibiii segregatam, quamvis materiæ immersa sit,considerans; inter Phisicam, & Methaphisicam, (ut Clavius asserit,) tamquam nobilior, medium obtinet. Quod si scientiæ, ut in plebris argentum, & in nobilibus aurum, ita in Principibus gemmæ sunt, eadem erit omnium præciosissima; quare, eorum dignitati decus addere crediderunt, dum, tam existimabilis gemmæ nitore suas coronas ornaverunt, Rex Mauritaniæ Atlas, Ægypti Ptolomeus, Romanæ Monarchiæ fundator Julius Cæsar; nec defuerunt ex recentioribus Principes, Reges, Imperatores,qui Mathesium studio, tamquam omnibus præferendo,operam dederunt,hujusque,sint, veritatis testes Wilhelmus Landgravius Hassiæ, Alphonsus Rex Castellæ, Carolus Magnus Occidentis Imperator. Quamobrem hujus scientiæ cultores præcipui Joannes Keplerius,Christophorus Clavius, Athanasius Kircherus (ut alios omittam)celebetrima sua opera, sui temporis potentissimis Monarchis,quos munificentissimos fautores invenere,dedicaverunt. Cumque tantorum virorum exemplum sequi statuerim, neminem inveni, cui hoc opus magis debeatur quam

Celsitudini Tuæ Electorali, quę in germanico Cęlo, tamquam ſtella primæ magnitudinis, radios benignitatis ubique diffundit; ut, & obſervantiam, qua eam proſecutus ſum, ipſi per quadriennium ferè inſerviendo, publicè ſignificarem, & genio tuo, Virtutis amanti rem gratam facerem. Propenſio animi tui, erga Architecturam militarem, certum me facit, hanc meam Geometriam militarem, quæ methodum conſtruendi cum ratione munimenta demonſtrat, tibi jucundam fore; omenque fauſtum mihi portendit nomen Ferdinandi, quod geris, hoc enim propitium experti ſunt antedicti Mathematici in tribus Domus Auſtriacæ Imperatoribus Auguſtiſſimis, recolendæ memoriæ, mihique non minùs favorabile reperire ſpero in Serenissimo Bavariæ Electore; cujus avorū glorias cum ipſæ intra epiſtolæ anguſtias claudi nequeant, verum volumina integra expoſtulent, recenſere deſino; ſed hoc loco ſufficiens eſſe duxi ſolum referre, Te natum eſſe ex illo MAXIMILIANO, cujus nomen præclarum Fama immortalis in annalibus Æternitatis regiſtravit. Celebrent Achillem Danai, Uliſſem Græci, Annibalem Carthaginenſes, Marios, Fabricios, Scipiones, Fabios Romani; quod ſatis erit Bavaris Ducem MAXIMILIANUM habuiſſe, pace, belloque inſignem, qui terribilis contra hoſtes, clemens erga ſubditos, beneficus in advenas, continuò ſe oſtenſit. Agè igitur Elector Clementiſſime, magnanimitatis exemplar, heroicarum virtutum memorandi Parentis immitator, has meas lucubrationes quas C. Tuæ E. offerre audeo, benigno reſpice obtutu, eaſ-

que

que ſub tua protectione ſuſcipe; ad hoc, ut ſub fortunatis auſpicijs tui patrocinij, in lucem exeuntes, fœlici aura fruantur; quod ſi perſtabis, & numerum obligationum, quæ me devinctum tenent, augebis, & non vulgare, animi magni inditium præbebis; non enim minus regium eſt hilari vultu parva accipere, quam liberali manu magna donare.

Vale.

AVTHOR LECTORI.

Geometriam militarem habes Candide Lector, ex qua cognoscere poteris, qua ratione quantitates linearum ad Architecturam militarem spectantes indagari debeant; & compræhendes stultum esse eamdem Architecturam militarem pertractare absque Arithmetica, & Geometria, quibus mediantibus ad illam, in qua floret, perfectionem perducta est. Circa methodum construendi munimenta quamplurimi scripsere, nempe Petrus Sardi, Bonajutus Lorini, Galassus Alchisi, Hyeronimus Magi, Jacobus Castriotus, Carolus Theti, Vincentius Scamozzi, Tensinus, Eques de Villa, Matthias Dogen, Petrus Herigonius, Comes Paganus, Nicolaus Forestus, Samuel Marlois, Adamus Freytag, & alij; quorum operibus addere volui has demonstrationes geometricas, & ratiocinia trigonometrica, ad majorem tui utilitatem, & ut non tantum in hac materia, praxim, verum etiam scientificam cognitionem habeas. Sed antequam ad harum propositionum lecturam accedas, instructus sis oportet Geometria elementari, ea saltem, quæ sex primis Euclidis libris continetur, nec non Arithmetica, ac Trigonometria; tali pacto, si hanc Geometriam militarem perleges, eam tibi jucundam fore, non dubito. Quod si, hos labores hilari animo accipiens, grati animi indicium præbebis, alias compositiones haud spernendas expecta. Vale.

)()(PRÆ-

PRÆFATIO.

EFfectus funeſtos, qui ex armorum oriuntur uſu, ſpectantes illi, qui pacis oblectamentis addicti, omnem felicitatem & ſecuritatem in quiete, animique tranquillitatem in otio repoſitam eſſe exiſtimant, nil magis deteſtandum militia, abhorendumque putant; ideoque, tamquam humani generis inimicos conſiderantes illos, qui intima terræ penetralia ingreſſi inſtrumenta tantæ perniciei effoderunt, eoſdem irreconciliabili odio proſequendos eſſe opinantur. Et re quidem vera, ſi primo intuitu, loca igne, ferroque devaſtata obſervabimus, nihil aliud, niſi exitus violentos, deplorandàs calamitates, exitialeſque ſtrages cernemus; ubi enim bellum ingruit, nulla fertilitas, nulla fecunditas, nulla lætitia, ſed ubique extat luctus, horror, miſeria. Ibi non tantum noxij pœnas luunt, ſed, & innocentes infœliciter pereunt; ibi non virentes herbæ arua tegunt, ſed humanis cadaveribus atrocitas crudelitati ſternit ſemitas; ibi non ſolum labentes rivuli puras acquas diffundunt, ſed etiam cruenta ſanguinis flumina agros innundantia vitæ naufragia parant; ubi denique arma graſſantur, immanitatis theatra, mortis trophæa apparent. At poſtquam Aſſiriorum Rex Ninus non contentus Babilone à patre Belo ipſi relictâ, totam Aſſiriam occupavit, occiſoque Zoroaſtre Batrianorum Rege, terminos regni dilatavit; quam neceſſaria ſint arma ad libertatem tuendam, ſalutemque ſervandam, Principes omnes, univerſoſque populos docuit; nam abſque eorum auxilio, non illi, quos Dominandi libido invaſit, intra proprios limites reduci, neque urbes, quæ ab improbitate Tyrranorum opprimebantur, ab eorum impietate liberari ullo modo potuiſſent. Latrones omnia loca invaderent, niſi eorum inſidias arma coercerent; Rebelles nullum jugum ſufferent niſi eorum inſolentiam arma compeſcerent; Barbari nullas leges admitterent niſi eorum feritatem arma domarent;

rent; & quamvis dum arma obstrepent silere leges debeant, nihilominus, nisi Imperatoria Majestas armis esset stipata, non posset à legibus ornari. Quare id, quod videbatur fugiendum, nunc optabile; quod atrox, tutum; quod iniquum necessarium judicare oportet. Hinc fit, ut ad existimationis fastigium perventa militia, ejus crediderint sequaces, nullam potentiam majorem, immò illi similem dari posse; donec Mathesis, tali vi prædicta se demonstraverit, ut militiæ opposita, ejus progressus impediat, ipsi verò conjuncta, ad victoriam facilius consequendam, modum eidem suppeditet. Quis enim militaribus excursionibus terminos præscribit? Sola Mathesis, dum munimenta, ad urbium conservationem erecta, bellico furori objicit; & è contra, quis ad urbium acquisitionem aditus patefacit? Sola Mathesis, dum defensiones ab obsessis adhibitas inutiles redit; eadem igitur Mathesis, & auxilio civibus, & adjumento oppugnantibus esse potest, & ea, quæ ipsius ope constructa sunt, eadem mediante solummodo destrui queunt. Sed non tantùm in urbium defensione, ac oppugnatione, vires exercet, verum etiam in aperto campo; ubi tubarum clangore, tympanorumque strepitu sævientes militum animi ad pugnam excitantur, excitati congrediuntur, congredientes profligant, & profligantur, donec victi, vel victores crudelitatis vestigia relinquant. Certum est enim, ex confusione sæpe sæpius, totius exercitus oriri excidium, pro qua evitanda, ab Arithmetica numeros mutuare debet, ut acies rectè instituat, manipulosque disponat, strenuus Bellator; qui nisi à Geographia edoctus, regionum cognitionem habuerit, facile se, suosque ad perditionem adducet. Nemo itaque in bellum pergat, nisi duce Geographia, comite Arithmetica, socia Geometria; erit ideo omnium belliducum optimus, qui & mathematicus erit, & plus posse mathematicum unum, quam armatorum millia, cognoscere fecit Siracusarum decus Archimedes, qui solus integram ferè Romanorum classem mathematicis artificij delevit; ad quam perfectionem perductus fuit (ut sua scripta testantur) ab illa Geometria, quam Plato necessariam judicavit non solum ad scientias reliquas, & artes percipiendas verum etiam ad Rempublicam bene gerendam. Hæc itaque maximè excolenda est, cum ab omnibus, tum præcipuè ab illis, qui arti militari animum applicuerint; ipsa enim mediante, & machinæ robur acquirent, & munimenta, recta cum ratione constructa, desideratam utilitatem afferrent.

INDEX
LIBRORVM, PRICIPIORVM, AC PROPOSITIONUM TOTIUS OPERIS.

LIBER I.

Li-

INDEX.

fionis

LIBER II.

In

INDEX.

LIBER III.

Data

INDEX.

LIBER IV.

An-

INDEX.

ISAGOGE.

Mathematicæ objectum, omnium Mathematicorum, ac Philosophorum consensu, est quantitas terminata, tam continua, quam discreta; contemplatur hanc Arithmetica, quæ speculatur numeros, eorumque passiones, ac proprietates explicat; illamque Geometria, quæ circa tres corporis dimensiones versatur, nempe longitudinem, latitudinem, & profunditatem; ideoque considerat lineam, superficiem, & corpus, prout variè terminantur, & varias figuras componunt. Hęc omnia vero, non eodem modo considerantur à Geometria Elementari, & nostra Geometria Militari; illa enim prædictas quantitates contemplatur ab omni materia sensibili abstractas, hæc easdem considerat, quatenus in operibus militaribus reperiuntur. Pro linea itaque intelligendus erit pes, vel passus, &c. linearis, nulla habita ratione ad latitudinem, sed tantùm ad longitudinem; pro superficie intelligendus est pes, vel passus, &c. quadratus, habita ratione ad longitudinem, & latitudinem, sed non ad profunditatem; pro corpore intelligendus est pes, vel passus, &c. cubicus, habita ratione ad longitudinem, latitudinem, & profunditatem. Hinç animadvertendum est, quod quamplurimæ extant linearum mensuræ, ex quibus, superficierum, & corporum quantitates innotescunt; aliqui enim vtuntur perticis, quarum unaquæque divisa est in duodecim pedes; alij perticis dimidiatis, divisis singulis in sex pedes; alij decempedis, quarum vnamquamque in decem pedes distribuunt. Inter pedes etiam aliquod extat discrimen, nam vnaquæque Natio peculiares habet pedes, de quibus vberrimè differit Matthias Dogen, & Cassimirus Simienovix. Prædicti pedes quoque diversimodè dividuntur, nam primò dividuntur singuli in duodecim

partes,

partes,quæ unciæ appellantur, secundo in 16 partes, dictæ digiti, tertio in decem minutis,unusquisque minutus in decem secundis, unusquisque secundus in decem tertijs, ita ut totus pes divisus sit in 1000 particulas; qua divisione usus est Adamus Freytag in suis tabulis conficiendis, & Nos eadem utemur in linearum quantitatibus determinandis, quibus cognitis in pedibus, cognosci etiam poterunt prædictæ quantitates in perticis,decempedis & alijs mensuris si libuerit. Ex prædictis lineis oriuntur anguli,& figuræ non secus ac in Geometria Elementari, quibus mediantibus munimenta describuntur; quarum construendarum scientia quattuor habet partes,nempe Delineationem Orthographiam, Ichnographiam,& Scenographiam. Delineatio est, linearum exterius basim valli terminantium,descriptio; Orthographia est,partium munimenti,plano ad horizontem perpendiculari,dissectarum repræsentatio; Ichnographia est, vestigij totius munimenti exibitio. Scenographia, est ejusdem munimenti partium optica projectio. Harum partium tres priores sunt simpliciter necessariæ,ideoque de his ordine agemus, quartam vero prætermittemus cum tamtùm sit necessaria secundum quid,& sit pars Perspectivæ, de qua oporteret integrum tractatum conficere. At non omnium munimentorum eadem est constructio, propter multiplicem earumdem differentiam; differunt enim inter se primò ratione propugnaculorum,nam alia à turribus defenduntur,sive planis,sive sphericis, alia ampliora habent propugnacula, sed rotunda, alia randem acuminata habent propugnacula in extremitate,versus hostes porrecta. Talibus munimentis hoc seculo utimur, rejecta prima, & secunda specie,cum observatum sit,omnes eorum partes non posse omnino defendi; immò,quandò inimicus ad mœnia pervenerit, posse in tuto se recipere,ubi obsessorum ictibus non sit obnoxius; quare tertia munimentorum species, quæ ubique defendi potest, in usu est. Sed & munimenta, quæ acuminata habent propugnacula, differunt inter se,& primò ratione alarum propugnaculorum; alia enim habent alas perpendiculares faciei, alia perpendiculares cortinæ, alia perpendiculares lineæ defensionis, aliaque habent alas prædictas, quæ tam cum cortina, quam cum linea defensionis efficiunt angulos obliquos. Quædam habent alas omnino expositas,& ab una tantùm linea recta terminata, quædam habent alas defensas ab humeris,vel planis,vel circularibus, quædam habent in alis unicam tantùm plateam,quædã duas, & etiam

tres

tres plateas habent. Quæ habent alas perpendiculares faciei, non sunt amplius in usu, cum observatum fuerit, tales alas esse parvi roboris; quare de reliquis erit sermo, quæ differunt secundò ratione linearum defensionum, alia enim habent lineam defensionis stringentis, & lineam defensionis figentis, alia lineam defensionis figentis tantùm; quare omnia munimenta tripliciter dividemus, nempe in simplicia, duplicia, & triplicia. Simplicia appellabimus ea, quę unam tantùm plateam in alis habent, duplicia, quæ duas plateas, triplicia, quæ tres plateas obtinent quæ iterum dividemus in rectangula, & obliquangula, rectangula appellantes ea, cujus ala angulos rectos efficit cum cortina, obliquangula ea, cujus ala angulos obliquos efficit cum cortina; tandem omnia erunt vel maxima, vel media, vel minima, maxima nempe illa, in quibus linea defensionis figentis pervenit ad integrum ictum bombardæ manualis, media, in quibus linea defensionis figentis non pervenit ad ictum bombardæ, sed latus polygoni exterioris excedit tale ictum, minima, in quibus latus polygoni exterioris est intra ictum bombardæ. De singulis ordine agemus, & demonstrabimus, quomodo earum partium quantitates, & determinari, & cognosci possint, fundamentis, ex geometricis demonstrationibus, & ratiocinio triangulorum, desumptis.

GEO-

GEOMETRIÆ MILITARIS.

LIBER PRIMVS.

Definitiones ad Munimentorum Regularium Simplicium Rectangulorum Delineationem spectantes.

Definitiones Figurarum, & Linearum.

1. MUnimentum regulare est illud, quod lineas, & angulos correspondentes inter se æquales habet, & ubicumque defendi potest. Figura I.

2. Polygonum regulare est figura circa quam circumferentia describi potest, omniaque latera æqualia, & angulos æquales habet.

3. Propugnacula sunt Trapezia ultra polygonum extensa, quæ & se ipsa ad invicem, & cæteras partes Munimenti defendere possunt, ut B G H M N.

4. Latera polygoni sunt cordæ arcuum alicujus circumferentiæ in partes equales divisæ, quæ simul junctæ, figuram regularem in dicta circumferentia descriptam constituunt, ut D L, vel D d.

5. Radius est Linea à centro Polygoni deducta ad punctum duo latera dicti Polygoni conjungentem, ut D A, vel H A.

6. Capitalis est extensio, Radij usquæ ad extremitatem propugnaculi, quod in duas æquales partes dirimit, ut H D.

7. Ala propugnaculi est linea recta super latere polygoni ad angulos rectos excitata inter lineam defensionis stringentis, & portionem lateris polygoni inclusa, ut G B.

8. Facies propugnaculi eſt linea ab extremitate alæ ad capitalem ducta, quæ cum ala angulum obtuſum, cum capitale linea vero angulum acutum efficit, ut H G.

9. Linea colli eſt pars lateris polygoni inter alam propugnaculi, & radium incluſa, ut D B.

10. Cortina eſt pars lateris polygoni inter duas alas propugnaculi incluſa, ut B b.

11. Linea Defenſionis ſtringentis eſt extenſio faciei propugnaculi uſque ad cortinam, quæ ſi producatur, dictam cortinam ad angulos obliquos interſecat, ut H O.

12. Linea Defenſionis figentis, eſt linea à puncto conjunctionis faciei, & capitalis ad punctum conjunctionis alæ & cortinę ducta, ut H h.

13. Latus polygoni exterioris eſt linea lateri polygoni interioris parallela, quæ extremitates duorum propugnaculorum conjungit, ut H h.

14. Ala cortinę eſt pars lateris polygoni, inter alam propugnaculi, & lineam Defenſionis ſtringentis incluſa, ut O b.

Definitiones Angulorum.

Figura I. 1. Angulus centri eſt duarum diametrorum in centro polygoni alterius ad alteram inclinatio, ut D A d.

2. Angulus polygoni eſt duorum laterum polygoni ad circumferentiam alterius ad alterum inclinatio, ut L D d.

3. Angulus polygoni dimidiatus eſt Radij, & lateris polygoni ad circumferentiam mutua inclinatio, ut A D d.

4. Angulus propugnaculi eſt duarum propugnaculi facierum alterius ad alteram inclinatio, ut M H G. Hunc biſſecat capitalis linea, duoſque angulos dimidiatos efficit, ut D H G, vel D H M.

5. Cum vero linea defenſionis ſtringentis, ſuper cortinam cadens, duos angulos obliquos duobus rectis æquales efficiat, angulus minor recto defenſionis interior, major vero recto angulus defenſionis exterior appellatur, ut H O D, H O b.

6. Angulum alæ & cortinæ efficit ala cadens ſuper latus polygoni, ipſamque cortinam à linea colli dirimens, ut G B O.

7. Angulus alæ & faciei, eſt alæ & faciei alterius ad alteram in-

inclinatio, ut H G B, productaque facie oritur angulus alæ, & lineæ defensionis stringentis, ut B G O.

Axiomata.

1. MUnimentum regulare debet esse ita constitutum ut ubicumque defendi possit.

2. Cortina non sit minor peduum 300 in Munimentis Regalibus, vel 120 in minoribus castellis.

3. Facies propugnaculi sit quam fieri potest maxima, neque unquam sit minor dimidio cortinæ, vel saltem pedum 240.

4. Ala propugnaculi nunquam sit minor quarta parte faciei, vel saltem pedum 60.

5. Linea colli nunquam sit minor pedum 100.

Ala cortinæ sit quam fieri potest maxima in munimentis maximis, & mediocribus, in minimis vero nulla sit.

6. Linea defensionis figentis nunquam sit major ped: 750 vel ad summum 800.

7. Angulus propugnaculi nunquam sit minor grad: 60, neque major grad 90 secundum aliquos, (nos vero majorem esse posse non dubitamus.)

8. Omnes anguli tam ad centrum, quam ad circumferentiam in munimentis regularibus sunt inter se æquales respectivè.

9. Angulus alæ propugnaculi, & cortinæ semper est rectus.

De Præcipuorum Angulorum supputatione
Angulum centri invenire.

Prop: I. Probl.

SIt A centrum figuræ, in quo cum duæ diametri A H, A h ad idem punctum concurrentes se mutuo tangant, erit eorum inclinatio angulus centri, nempe A H h, per primam def: ang: cujus mensura erit arcus lateri polygoni respondens, cum vero omnes anguli centri in munimento regulari sint inter se æquales, erunt etiam arcus subtendentes inter se æquales, totamque circumferentiam grad: 360 in partes æquales divident; cumque latera polygoni sint cordæ dictorum arcuum, per def. 4 linearum, Figura I.

 tot

tot erunt latera, quot arcus; quare si tota circumferentia grad: 360 dividatur per numerum laterum, quantitas cujuscumque anguli ad centrum innotescet, nam idem est ac si per numerum arcuum dividatur. Nunc supponatur polygonum esse quadratum, quod cum ex quattuor lateribus componatur dividenda erit tota circumferentia grad: 360 in quattuor partes, eritque quotiens 90, totidem igitur erunt gradus, qui constituent angulum centri H A h.

Angulum Polygoni invenire.

Prop: II. Probl.

Figura I. Sint dua latera polygoni D d, D L, quæ cum concurrant ad punctum D, in eodemque se tangant ad circumferentiam constituunt angulum polygoni d D L per 2 prop: ang: qui ut innotescat subducendi sunt gradus anguli centri à gradibus 180, residuumque quantitatem quæsiti anguli patefaciet. Quoniam, cum omnes trianguli, qui intra polygonum à radijs, & lateribus dicti polygoni fiunt, habeant latera inter se æqualia utraque utrique, ex contructione, & angulos ad centrum æquales, per 8 axio: hujus lib: habebunt etiam reliquos angulos inter se æquales, per prop: 4 lib: pri: Eucl: erit itaque agulus d D A angulo A D L æqualis; at etiam duo anguli A D d, & A d D sunt inter se æquales per prop: 5 lib: pri: Eucl: cum sint ad basim D d trianguli D A d, quod est isosceles, cum habeat duo latera A D, & A d inter se æqualia, erunt itaque duo anguli A D d, A d D æquales duobus angulis d D A, & A D L, per axioma pri: lib: pri: Eucl: seu angulo d D L, ex duobus d D A, & A D L compositus, qui est angulus polygoni: Hic igitur notus fiet habitis duobus angulis d D A, D d A, qui cum sint complementum anguli d A D ad centrum ad duos rectos per prop: 32 lib: pri: Eucl: innotescent si à grad: 180 subducantur gradus anguli centri, nempe grad: 90, si polygonum supponatur quadratum, ut supra, & residuum, nempe grad: 90, erit quantitas anguli ad circrumferentiam, seu anguli polygoni.

An-

Angulum Propugnaculi invenire.

Prop. III. Probl.

Sit angulus propugnaculi G H M, qui oritur ex duarum facierum GH, HM inclinatione. Hic constituitur addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni. Cum enim angulus propugnaculi minimus constare debeat ex grad. 60, si in munimento quadrato, quod est omnium minimum, dimidio anguli polygoni, quod constat ex grad: 45, addantur grand. 15, consurget angulus propugnaculi grad: 60; tali pacto procedendo in reliquis polygonis, semper angulus propugnaculi proportionaliter augebitur usque ad dodecagonũ inclusive; tale enim polygonum, cum habeat angulum ad circumferentiam g: 150, cujus dimidium est grad: 75, si ipsis addantur grad: 15 consurget angulus propugnaculi grad: 90, qui cum secundum aliquos excedere non possit dictam quantitatem, non potest amplius augeri: Munimenta itaque, quorum polygoni latera ultra duodenarium numerum augentur, debent semper habere angulum propugnaculi grad: 90; Nos vero, qua ratione non possint habere dicta munimenta angulum propugnaculi obtusum nondum cognovimus, cum etiam tali pacto æque bene defendi possint, ut alibi demonstrabimus, non tamen error erit observare quod angulus propugnaculi non fiat major recto, neque etiam absurdum erit eumdem obtusum construere, quando opus erit in maximis polygonis. At quomodo aliter construi possit angulus propugnaculi suo loco apparebit. Figura I.

Angulum Polygoni dimidiatum invenire.

Prop. IV. Probl.

Sit invenienda quantitas dimidij anguli Polygoni D d A, dividatur angulus Polygoni d D L bifariam, & dimidium erit angulus quæsitus, ut in quadrato grad: 45, qui erit æqualis summæ duorum angulorum O H D, D O H, cum angulus externus duobus internis, & oppositis sit æqualis, per prop: 32 lib: pri: Eucl. Figura I.

Angulum dimidiatum Propugnaculi invenire.

Prop. V. Propl.

Figura I. ANgulus propugnaculi bifariam dividatur, eritque dimidium nempe angulus G H D quæsitus angulus g:30 si angulus propugnaculi G H M erit grad: 60. Prædictus angulus erit complementum duorum angulorum H O D, H D O ad duos rectos, & cum angulo H O D efficiet summam, quæ erit complementum anguli H D O, cum tres anguli trianguli A D O æquales sint duobus rectis, per prop: 32 lib. pri. Eucl.

Angulos Defensionum invenire.

Prop. VI. Probl.

Figura I. SInt duo anguli defensionis H O B, H O b, quos efficit linea H O super cortinam B b in puncto O cadens, quorum minor recto H O B est angulus defensionis interior, major vero recto H O b angulus defensionis exterior. Ut angulus defensionis interior innotescat, gradus duorum angulorum O H D, nempe dimidij anguli propugnaculi, & O D H, nempe complementi dimidij anguli polygoni ad duos rectos, simul jungantur, eorumque summa à gradibus 180 subducatur. Cum duæ lineæ H O, & O D, quæ constituunt angulum H O D conjungantur à recta H D, nempe linea capitali in punctis H, & B, triangulum ambligonium consurget H O D, cum vero in quolibet triangulo tres anguli æquales sint duobus rectis, ut in superioribus propositionibus dictum est, duo anguli simul sumpti erunt complementum reliqui ad duos rectos; in triangulo igitur H O D duo anguli O H D, O D H simul sumpti constituunt complementum reliqui anguli H O D ad duos rectos, subducendo itaque summam dictorum angulorum, ut in quadrato grad: 165, ex residuo grad: 15 consurget quantitas anguli H O D. Summa vero duorum angulorum O H D, O D H simul sumptorum æquatur angulo defensionis exteriori H O b; cum enim linea defensionis stringentis cadat super latus polygoni D d, efficit duos deinceps angulos H O D, H O b duobus rectis æquales per prop: 13 lib: pri: Eucl: at etiam

etiam tres anguli O H D, O D H, H O D trianguli H O D æquales sunt duobus rectis, dempto itaque communi angulo H O D remanebit angulus H O b æqualis duobus angulis O H D, O B H, erit itaque angulus H O b complementum anguli H O D ad duos rectos, nempe grad: 165.

Alio modo angulum defensionis interiorem invenire.

IDem angulus defensionis interior aliter invenitur, nempe subducendo dimidium anguli propugnaculi G H D à dimidio anguli polygoni, residuumque erit angulus H O D, nempe in quadrato graduum 15 ut supra. Quoniam angulus D d A est angulus externus, æqualis erit duobus internis & oppositis D H O, D O H per prop: 32 lib: pri: Eucl: At si à summa duorum angulorum D H O, D O H subducetur angulus D H O, remanebit angulus D O H, summæ vero duorum angulorum D H O, D O H est æqualis angulus D d A, ut dictum est; si igitur ab angulo D d A subducatur angulus D H O, remanebit angulus D O H, ut supra per ax: 3 lib: pri: Eucl.

Angulum alæ & lineæ defensionis stringentis, nec non angulum alæ, & faciei invenire.

Prop. VII. Probl.

LInea faciei H G à termino H lineæ capitalis H D ad punctum G, in quo alam B G tangit, à qua vicissim tangitur, ducta, angulum alæ, & faciei efficit, productaque ulterius, angulus alæ, & defensionis stringentis B G O oritur, quo invento, etiam angulus H G B innotescet, cum sit ejus complementum ad duos rectos per prop: 13 lib: pri: Eucl: cum linea G B super lineam H O consistens duos angulos B G H, B G O æquales duobus rectis efficiat: Ut vero angulus B G O inveniatur subducendi sunt gradus anguli defensionis interioris B O G à gradibus 90, & residium erit quantitas anguli B G O. Cum enim in triangulo B G O tres anguli B G O, G B O, B O G æquales sint duobus rectis, angulus vero B G O sit rectus ex constructione, duo anguli B G O, B O G simul sumpti æqua-

Figura I.

Figura I.

æquales erunt uni recto, erit itaque unus eorum complementum alterius ad grad: 90; cum itaque angulus BOG sit complementum BGO ad grad: 90, si à dictis gradibus auferantur gradus anguli BOG, ut in quadrato grad: 15, remanebit angulus BGO, nempe grad: 75, cujus complementum ad grad: 180, nempe, ad duos rectos, erit quantitas anguli BGH grad: 105.

Conclusio.

Ex dictis patet quod angulus centri invenitur dividendo circumferentiam grad: 360 per numerum laterum polygoni, angulus polygoni subducendo angulum centri à grad: 180, Angulus propugnaculi addendo grad: 15 gradibus dimidij anguli polygoni, angulus defensionis interior subducendo dimidium anguli propugnaculi à dimidio anguli polygoni, angulus defensionis exterior subducendo angulum defensionis interiorem à grad: 180, angulus alæ, & defensionis stringentis subducendo angulum defensionis interiorem à gradibus 90, angulus, alæ & faciei, subducendo angulum alæ, & defensionis stringentis à grad: 180. Sic omnes anguli reperiuntur per subtractionem excepto angulo centri, qui reperitur per divisionem, & angulo propugnaculi, qui invenitur per additionem, angulus vero alæ & cortinæ fieri solet rectus in munimentis simplicibus, licet in alijs fiat etiam obtusus, & duo anguli OHb, ObH non possunt inveniri nisi simul sumpti antequam inveniantur duo latera HO, Hb trianguli OHb. Tali modo procedendo in omnibus polygonis, mutatis mutandis, omnes anguli innotescent.

Annotatio circa supputationem Linearum.

Inter omnes lineas, quas superius numeravimus, duas tantum nempe cortinam, & faciem propugnaculi eamdem semper servare inter se proportionem aliqui volunt, statuunt enim faciem in proportione subdupla cortinæ in quocumque polygono, nulla habita ratione ad munimenti magnitudinem, angulorumque variationem, alam vero propugnaculi crescere, vel decrescere proportionaliter pro qualitate polygoni muniendi, ex ratiocinio triangulorum apparet, cæteræque omnes lineæ ad variationem angulo-

gulorum variantur & ipsæ, quarum quantitates ut cognoscantur ad trigonometriam recurendum est. At cum cortina omnium minima esse debeat pedum geometricorum 300, ne munimenmentum nimis angustum reddatur, & majoribus tormentis defendi possit, maximaque pedes 530, abiectis fractionibus, excedere non possit, ne linea defensionis figentis ultra pedes 800 extendatur, ut infra suo loco patebit, numerum inter utramque medio proportionali paulò majorem sumpserunt, nempe ped: 480, quibus cortinam inter maximam, & minimam, munimentaque mediocris magnitudinis statuerunt, in quibus linea defensionis figentis nunquam ad pedes 800 pervenit, latus vero polygoni exterioris semper ultra dictum numerum pedem extenditur.

Data Cortina datisque angulis alam Propugnaculi invenire.

Prop. VIII. Probl.

SIt cortina Ss ped: 480, cujus medietas sit punctum C, ad quod ducatur linea defensionis stringentis H C, sitque T C dimidium cortinæ pedum 240, à cujus termino erigatur perpendicularis T G tangens rectam H C in puncto G, factumque erit triangulum rectangulum G C T, in quo quærendi sunt anguli ut supra dictum est, positoque polygono quadrato, erit angulus defensionis interior G C T grad: 15, & angulus C G T grad: 75, cum sit prioris complementum ad grad: 90, ut in superioribus propositionibus demonstratum est, ideoque, cum in prædicto triangulo noti sint anguli, notumque sit unum ex lateribus circa angulum rectum, ut se habebit sinus totus ad latus notum, ita se habebit tangens anguli oppositi lateri ignoto circa angulum rectum existenti ad ipsum latus, ut itaque latus G T in quadrato innotescat, fiat; Vt sinus totus ad latus T C ped: 240, ita 26794 tangens anguli G C T grad: 15 ad laus G T, quod invenietur pedum 64. 3. 0. 5, rejectisque fractionibus remanebit ala G B ped: 60, quo casu cortina erit B b. Tali pacto mutatis mutandis in alijs polygonis inveniri poterit ala propugnaculi. Figura I.

Data Cortina, facie, & ala propugnaculi, nec non anguli lineam defensionis stringentis invenire.

Propos. IX. Probl.

Figura I. SUpponatur polygonum esse quadratum, defensionis vero stringentis lineam repræsentet recta H O, cum oriatur ex facie H G producta usque ad cortinam B b, quam tangit in puncto O, quæ ut innotescat, considerandum est triangulum G O B, ex portione G O lineæ H O, ala G B, & portione O B cortinæ B b constructum, in quo omnes anguli noti erunt, angulus enim G B O rectus est ex constructione, cum sit angulus alæ, & cortinæ, angulus B G O erit grad: 75 per prop: 7 hujus libri, est enim angulus alæ propugnaculi, & lineæ defensionis stringentis, angulusque B O G grad: 15 per prop: 6 hujus libri, cum sit angulus defensionis interior. Quare, cum in præfacto triangulo rectangulo præter angulos notum sit latus G B (seu ala propugnaculi) ex hyppothesi uni angulo nempe G O B oppositum, quæriturque hypothenusa G O, ita se habebit sinus anguli G B O, nempe sinus totus ad hypothenusam G O, ut sinus anguli G O B ad latus oppositum G B, ex propositionibus trigonometricis, à Magino, & Patre Cavallerio traditis, ac geometricè probatis. Cumque quæstio cadat super hypothenusam G O, ejus quantitas erit quartus numerus proportionalis inveniendus, qui in regula aurea proportionum ultimum locum obtinebit, sinus totus, seu anguli B G O in tertio loco ponendus erit, cum sit quarti numeri antecedens, sinus anguli G O B in primo loco costitui debet, cum enim sit ejusdem speciei, ac tertius numerus, erit primus antecedens, quem sequetur in secundo loco ala G B tamquam consequens.

Operatio.

SIc igitur stabit Analogia in casu nostro, in quo ala propugnaculi inventa est ped: 60 in antecedenti propositione, nempe, ut 25881 sinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B pedum 60, ita sinus totus ad hypothenusam G O, ductoque secundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviso per primum, ex quotiente resultabit quartus numerus, seu hypothenusa G O pedum 231. 8. 3. 0, vel permutando, ut sinus anguli G O B ad sinum totum, ita

ita latus BG ad hypothenusam GO, cum ita se habeat consequens ad consequentem, ut antecedens ad antecedentem per def: 12.lib. 5.Eucl: Potest etiam accipi latus, seu ala GB pro sinu toto, cum sit latus circa rectum angulum GBO, quo casu hypothenusa GO erit secans anguli BGO. Quomodocumque hoc fiat, semper linea GO erit pedum 231.8.3.0, qua addita faciei HG, linea defensionis stringentis consurget, cum ex lineis HG, GO in directum constitutis composita sit, eritque in casu nostro ped: 471.8.3.0.

Data Cortina, & Linea defensionis stringentis, & facie, datisque angulis, alam cortinæ invenire.

Prop. X. Probl.

SIt ala cortinæ Ob, à punctis O, & b terminata, nempe à contactu lineæ defensionis stringentis, & cortinæ, & ab extremitate ejusdem cortinæ, ubi cum ala propugnaculi conjungitur. Hæc consurget, si à cortina Bb subducatur linea OB, nam ala cortinæ nihil aliud est, quam portio ejusdem cortinæ, quæ abscinditur à linea defensionis stringentis HO, cadens super cortinam Bb in puncto O. Ut vero linea BO, quæ est basis trianguli rectanguli GBO, in præcedenti propositione considerati, innotescat, statuenda est tamquam sinus anguli sibi oppositi, nempe BGO, cum in dicto triangulo notum sit, ex hypothesi, latus uni angulo oppositum, nempe GB, quod angulo GOB opponitur, cumque cadat quæstio super lineam BO, stabit analogia quo ad primum, & secundum numerum, ut supra, tertius vero numerus erit sinus anguli GBO, cum sit antecedens numeri quæsiti, nempe quantitatis rectæ BO. Figura I.

Operatio.

FIat itaque ut 25881 sinus anguli GOD grad: 15 ad latus GD pedum 60, ita 96592 sinus anguli BGO ad basim BO, ductoque secundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviso per primum consurget linea BO ped: 223.9.3.0, qua subducta à cortina Bb pedum 480, ex residuo ala cortinæ innotescet pedum 256.0.7.0. At si accipiatur GB pro sinu toto, BO erit tangens anguli oppositi BGO, cum enim in triangulo rectangulo accipi-

tur unum ex lateribus circa rectum angulum pro sinu toto, reliquum tamquam tangens anguli oppositi statuendum est. Fiat tamen quomodocumque semper ala cortinæ erit eadem.

Data linea defensionis stringentis, & cortina, datisque angulis, lineam colli invenire.

Prop. XI. Probl.

Figura I. Sit linea colli D B, à punctis D, & B terminata, inter duas lineas nempe alam propugnaculi G B, & capitalem D H, inclusa, cum quibus duos angulos efficit, nempe H D B, & G B D. Hæc verout inveniatur, subducenda est linea B O à tota linea O B D, nam linea colli D B nihil aliud est quam portio lineæ O D, que abscinditur ab ala G B, cadens super latus polygoni D d in puncto B, cum quo duos deinceps angulos inter se æquales, seu rectos efficit ex constructione. Ut vero inveniatur linea O D considerandum est triangulum H O D, ex linea defensionis stringentis H O, capitali H D, & linea O D constructum, in quo tres anguli noti sunt, angulus enim H D O est complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, in quadrato grad: 135, angulus D H O est dimidium anguli propugnaculi grad: 30, & angulus H O D est angulus defensionis interior grad: 15, notaque est linea defensionis stringentis H O, nuper inventa, cumque in omnibus triangulis, tam rectangulis, quam obliquangulis latera habeant eamdem proportionem, quam habent sinus angulorum oppositorum, ut probat P. Cavallerius in sua trigometria, ita se habebit latus H O ad latus O D ut sinus anguli H D O ad sinum anguli D H O, vel permutando, ita se habebit sinus anguli O H D ad latus O D, ut sinus anguli H D O ad latus H O.

Operatio.

Supposito igitur polygono quadrato, ut in antecedentibus propositionibus, Fiat ut 70710 sinus anguli H D O grad: 135 ad latus H O ped: 471.8.3.0, ita 50000 sinus anguli O H D grad: 30 ad latus O D, ductoque secundo numero in tertium, productoque diviso per primum, linea O D consurget ped: 333.6.3.7, à qua sub-

ſubtracta linea B O, inventa in prop: 10 hujus libri ped: 223 9.3.0, linea colli D B prodibit ped: 109.7.0.7.

Latus polygoni interioris invenire.

Prop. XII. Probl.

Latus Polygoni D d, qui inter duas diametros incluſum, cum ipſis triangulum iſoſceles D A d efficit, invenitur in unam ſummam colligendo duplum lineæ colli D B, & cortinam B b, cum enim compoſitum ſit ex eadem cortina, & duabus lineis colli earum aggregatum erit quantitas lateris polygoni interioris, cumque in quadrato linea colli inventa ſit pedum 109.7.0.7, erit ejus duplum pedum 219.4.1.4, cui addita cortina pedum 480 conſurget latus polygoni interioris pedum 699.4.1.4. Figura I.

Data linea defenſionis ſtringentis, datisque angulis, Capitalem invenire.

Prop. XIII. Probl.

Sit Radius polygoni A D, à centro A ad terminum lateris polygoni D, ductus, qui producatur uſque ad punctum H, ita ut fiat linea A H, exceſſus H D, ultra diametrum A D erit capitalis, inter duo latera polygoni, exterioris ſcilicet H h, & interioris D d, incluſa, cum quibus communes terminos habet D, & H, quæ ut innoteſcat, fiat ut 70710 ſinus anguli O D H ad latus H O pedum 471.8.3.0, ita 25881 ſinus anguli D O H grad: 15 ad latus D H, ductoque ſecundo numero in tertium, productoque diviſo per primum, ex quotiente prodibit linea capitalis D H ped: 172.6.9.7. Quoniam in triangulo D H O linea capitalis D H, quę conſtituit unum latus, opponitur angulo D O H, ita ſe habebit ſinus dicti anguli ad latus H D, ut ſe habet ſinus anguli H D O ad latus H O, eodem modo, ut dictum eſt pro linea O D invenienda, eadem enim eſt ratio, ſi itaque inſtituatur analogia ut ſupra mutatis mutandis, linea capitalis H D conſurget. Figura I.

***

Data linea defensionis stringentis, & ala cortinæ, datisque angulis, lineam defensionis figentis invenire.

Propl. XIV. Probl.

Figura I. Sit recta H b linea defensionis figentis à puncto H ad punctum b ducta, seu à puncto conjunctionis lateris polygoni exterioris, & faciei ad punctum, quem efficit ala propugnaculi, cadens super cortinam, quæ, cum conjungat duas lineas H O, O b, efficit triangulum H O b, ex linea defensionis stringentis, ala cortinæ, & linea defensionis figentis constructo, in quo, cum nota sint duo latera, ex constructione, nempe H O, quæ est linea defensionis stringentis, & Ob, quæ est ala cortinæ, notusque sit angulus H O b, cum sit angulus defensionis exterior, si inveniatur ignotum latus H b linea defensionis figentis consurget; Cum autem in prædicto triangulo notus sit angulus duobus lateribus notis inclusus, inveniendi prius sunt cæteri anguli, & quia, uti se habet, summa duorum laterum ad eorum differentiam, ita se habet semisummæ duorum ignotorum angulorum, tangens ad tangentem differentiæ eorumdem, ideo inveniendum est aggregatum duorum laterum H O, O b, deinde eorum differentia, subtrahendo quantitatem lateris minoris O b à quantitate lateris majoris H O, tertio loco invenienda est semisumma duorum angulorum O H b, O b H ad basim b H, cumque tota summa prædictorum angulorum simul sumptorum sit æqualis angulo defensionis interiori H O D per prop: 32 lib: pri: Eucl: qui respectu angulorum in triangulo contentorum est externus, ejus dimidium, semisummam quæsitam, patefaciet. Habitis angulis etiam latus H b innotescet, cum latera proportionari possint sinibus angulorum jam notorum.

Operatio.

Supponatur polygonum esse quadratum, ut supra, angulus defensionis interior erit grad: 15 per prop: 6 hujus libri, ejusque dimidium grad: 7.30, latus H O inventum est ped: 471.8.3.0, latus O b 256.0.7.0, quorum aggregatum est ped: 727.9.0.0, & eorum differentia ped: 215.7.6.0; deinde fiat ut Aggregatum duorum

noto-

notorum laterum ped: 727.9.0.0 ad eorum differentiam ped: 215. 7.6.0, ita 13165 tangens semisummæ angulorum ad basim grad: 7.30, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, ductoque secundo numero in tertium vel è contra, productoque diviso per primum, consurget quæsita tangens 3962, cui in canone tangentium respondent grad: 2.14, qui additi antedictæ semisummæ constituunt angulum majorem grad: 9.44, sublati vero à dicta semisumma constituunt angulum minorem grad: 5.16, nempe angulum OHb, qui lateri minori opponitur. Tandem fiat ut 9179 sinus anguli OHb grad: 5.16 ad latus Ob pedum 256.0.7.0, ita 13881 sinus anguli HOb grad: 165 ad latus Hb, ductoque secundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviso per primum, ex quotiente consurget quartus numerus proportionalis, seu linea defensionis figentis Hb ped. 722.0.1.2.

Dato latere polygoni interioris, datisque angulis centri, & polygoni, Radium invenire.

Prop: XV. Probl.

Sit latus polygoni interioris Dd, ex duabus lineis colli BD, bd, & cortina Bb conflatum, sitque Radius AD, à puncto A centro polygoni ad punctum D, ubi duo latera polygoni se conjungunt, ductus, cui æqualis sit Ad. Dictus Radius innotescet inveniendo numerum, qui cum sinu anguli dimidij polygoni habeat eamdem proportionem, quam habet cum sinu anguli centri datum latus polygoni exterioris. Cum enim in triangulo DAd ex duobus radijs, & latere polygoni interioris conflatum, noti sint omnes anguli, nempe angulus DAd, cum sit angulus centri, & duo anguli DdA, & dDA, cum sit unusquisque dimidium anguli polygoni, sintque ambo inter se æquales, notumque sit latus polygoni interioris ex hypothesi, queritur latus uni ex angulis oppositum, quare prædictum latus, nempe Radius, ex doctrina triangulorum, habebit eamdem proportionem cum sinu dimidij anguli polygoni sibi oppositi, quam habet latus polygoni interioris cum sinu anguli centri. Figura I.

Ope-

Operatio.

Supponatur polygonum esse quadratum, deinde fiat ut 100000 sinus anguli centri D A d grad: 90 ad latus polygoni exterioris D d ped: 699.4.1.4, ita 70710 sinus anguli D d A grad: 45 ad latus A D, ductoque secundo numero in tertium, vel e contra, productoque diviso per primum, Radius innotescet, eritque pedum 494.5.5.5.

Dato Radio, & Capitali, datisque angulis centri, & polygoni cum latere polygoni interioris Latus polygoni exterioris invenire.

Prop. XVI. Probl.

Figura I. Sit Radius A D à puncto A, centro polygoni ad punctum D ubi duo latera polygoni se conjungunt ductus, sit vero capitalis D H, quæ ex productione radij A D in H oritur, ejusque termini sunt D, & H, simulque sumpta cum radio antedicto efficit radium polygoni exterioris A H, sit tandem linea H h latus polygoni exterioris, duos radios A H, & A h, in duobus punctis H, & h conjungens, sitque parallela ipsi D d. Prædictus latus polygoni exterioris consurget inveniendo numerum, qui cum radio A H habeat eamdem proportionem, quam habet latus D d cum radio A D; duo enim triangula D A d, H A h erunt inter se proportionalia, quia, cum duæ lineæ H h, & D d sint ex constructione parallelæ, & super ipsas cadant duæ lineæ A H, A h priores terminantes in punctis D, & H, erunt anguli alterni H h A & D d A inter se æquales per prop: 29 lib: pri: Eucl: cumq; angulus D A d sit communis, duo triangula D A d, & H A h habebunt omnes angulos inter se æquales utrumque utrique, nempe angulum D d A æqualem angulo H h A, &c. pari modo latera circa æquales angulos erunt proportionalia, scilicet latera A D; & D d erunt proportionalia lateribus A H, & H h utrumq; utrique, videlicet latus A D lateri A H, & latus D d lateri H h, circa æquales angulos D d A, & H h A, & duo latera A D, A d erunt proportionalia duobus lateribus A H, & A h, circa communem angulum D A d, vel H A h, quare per prop: 4. lib.

4 lib: 6 Eucl: ita se habebit latus A H ad latus H h, uti se habet latus A D ad latus D d, ideoque quantitas, quæ ducendo numerum tertium ex prædictis in secundum, productoque dividendo per primum, ressultabit, erit numerus quæsitus, ut pote quartus proportionalis, & ex ipso quantitas lateris polygoni exterioris H h prodibit. Idem alio modo prestari potest habita ratione ad sinus rectos, cum enim in triangulo H A h quæratur latus uni ex angulis oppositum, cognitis cæteris angulis, & lateribus, nempe latus H h oppositum angulo H A h, ita se habebit ad prædictum latus sinus anguli H A h, ut ad latus A H sinus anguli H h A.

Operatio.

Supposito igitur polygono quadrato, fiat ut 70710 sinus anguli H h A grad: 45 ad latus A H ped: 667.2.5.2, ita sinus totus, seu anguli H A h grad: 90 ad latus H h, ductoque secundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviso per primum, prodibit ex quotiente quantitas polygoni exterioris ped: 943.6.4.5.

Lineam defensionis stringentis productam usque ad punctum, ubi ambo lineæ defensionis stringentis concurrunt, invenire.

Prop: XVII. Probl.

Sint duæ lineæ defensionis stringentis H O, h o, hinc inde à punctis H, & h ad puncta O, & o ductæ, quæ producantur ambę quousque se tangant in puncto C, ad quod concurrunt, sitque eorum excessus O C, & o C, & oriatur, ex eorum concursu, angulus H C h, qui bifariam dividatur à C F linea, à puncto C ducta ad punctum F, ubi super lineam O o portionem cortinæ B b, inter duas lineas H C, & h C interceptam, cadens, ipsam in duas partes æquales O F, & o F bissecat. His positis, lina H C dupliciter inveniri poterit. Primo inveniendo numerum, qui ad latus H h eamdem habeat proportionem, quam habet sinus anguli H C h ad sinum anguli C H h. Cum enim angulus C H h sit æqualis angulo defensionis interiori H O D propter duas parallelas H h, D d per 29 prop. lib. pri. Eucl: duoque anguli C H h, & Figura I.

C ChH

ChH sint æquales ex constructione, ex ipsis etiam angulus HCh innotescet, cum sit eorumdem complementum ad duos rectos per prop: 32. lib. pri. Eucli: notumque est latus Hh, ut pote latus polygoni exterioris, quare, in triangulo HCh quæritur latus uni ex angulis oppositum, cum latus HC, seu hC inveniendus subtendat unum ex angulis notis HhC, seu hHC, erit ergo quantitas lateris HC, seu hC quartus numerus proportionalis, ideoque ita se habebit latus Hh ad latus HC, seu hC, ut se habet sinus anguli HCh ad sinum anguli CHh, seu ChH, vel permutando ita se habebit sinus anguli CHh, seu ChH ad latus HC, seu hC, ut sinus anguli HCh ad latus Hh. Secundò idem præstari potest inveniendo numerum quartum proportionalem, ad quem eamdem habeat proportionem linea FO, portio cortinæ Bb, inter lineam FC, & lineam HC, intercepta, quam habet ad rectam OG, excessum faciei HG, linea BO, portio cortinæ Bb, inter alam propugnaculi GB, & lineam defensionis stringentis HO intercepta, quantitatemque dicti numeri quarti proportionalis, addendo quantitati lineæ defensionis stringentis HO. Quoniam duo anguli GOB, OFC sunt inter se æquales per prop: 15 lib. pri: Eucl: cum sint anguli ad verticem, duoque anguli OBG, OFC, cum sint ex constructione recti, nec non anguli OGB, OCF, cum uterque sit complementum ad grad: 90, tam anguli OGB, quam anguli OCF, per prop: 32 lib. pri. Eucl: erunt duo triangula GOB, OCF æquiangula, & similia, quare per prop: 4 lib: 6 Eucl: ita se habebit latus FO ad hypothenusam OC, circa angulum FOC trianguli FOC, ut latus BO ad hypothenusam GO circa angulum GOB trianguli GOB, æqualem angulo FOC trianguli FOC, datis itaque duobus lateribus BO, GO trianguli BGO, etiam hypothenusa OC trianguli FOC innotescet, cumque linea HC composita sit ex linea defensionis stringentis HO, & excessu OC, addendo lineam OC lineæ HG tota HC consurget.

Operatio.

Supposito polygono quadrato subtrahantur pedes 223.9.3.0 lineæ BO à pedibus 240. dimidij cortinæ FB, & ex residuo pedum 16.0.7.0 consurget linea OF, deinde fiat ut latus DO ped: 223.9.3.0 ad hypothenusam GO ped: 231.8.3.0 ita latus FO ped:

16.

16 0.7.0 ad hypothenusam O C, ductoque secundo numero in tertium, vel è contra, productoque diviso per primum ex quotiente consurget linea O C ped. 16.6.3.4, quibus additis ped. 471 8.3.0 lineæ defensionis H O, consurget linea defensionis stringentis producta H C ped. 488.4.6.4.

Lineam alæ propugnaculi productam inVenire.

Prop. XVIII. Probl.

Sit ala propugnaculi G B, quæ producatur usque ad latus polygoni exterioris H h, sitque terminata in puncto I, in quo dictum latus polygoni exterioris tangit, ejusque excessus sit G I, qui coniungens duas lineas H G, H I, nempe faciem, & portionem lateris polygoni exterioris, in punctis I, & G efficit triangulum H I G, ut vero dicta linea consurgat, duplex operatio institui potest. Consurget primò si inveniatur numerus quartus proportionalis, ad quem habeat H G eamdem proportionem, quam habet ad rectam B G recta G O, duo enim triangula G B O, G I H erunt æquiangula, cum habeant omnes angulos inter se æquales, duo namque anguli B G O, I G H æquales sunt per prop: 15 lib: pri: Eucl: cum sint ad verticem, duo anguli G B O, & G I H æquales sunt per axio: 10 lib. pri. Eucl: cum sint recti, quorum angulus G B O rectus est ex constructione, angulus vero G I H rectus est quia oritur ex linea B I, quæ, cum faciat angulos rectos cum linea D d, & cum ipsa coniungat lineam H h ipsi parallelam, etiam ad partes I angulos rectos efficiet per prop: 29 lib: pri: Eucl: per quam propositionem etiam duo anguli G O B, G H I sunt æquales, cum sint alterni, fiunt enim ambo ex linea H O, cadens super duas parallelas H h, & D d in punctis H & O, quare ita se habebit hypothenusa H G ad latus G I, circa angulum H G I in triangulo H G I, ut se habebit hypothenusa G O ad latus G B circa angulum O G B in triangulo G O B ęqualem angulo I G H trianguli G H I, & sic consurget linea I G, quæ addita lineæ G B constituet totam lineam I B, quæ constat ex duabus lineis I G, G B simul sumptis, & in directum constitutis. Secundo idem præstari potest inveniendo numerum, ad quem sinus anguli G H I eandem habeat proportionem, quam habet ad Figura I.

HG sinus anguli GIH, cum enim triangulum GIH sit rectangulum, eo quod habet angulum rectum GIH, in eoque noti sint cæteri anguli, nam angulus GHI oritur ex subtractione dimidij anguli propugnaculi ab angulo dimidij polygoni, angulusque HGI est antedicti complementum ad grad: 90, notaque sit hypothenusa HG, utpote facies propugnaculi, & quæratur latus IG angulo GHI oppositum, summi poterit hypothenusa pro sinu toto, quo casu cætera latera erunt tamquam sinus angulorum oppositorum, ideoque uti se habebit sinus totus ad hypothenusam HG, ita se habebit sinus anguli GHI ad latus GI.

Operatio.

Supposito itaque polygono quadrato fiat ut sinus totus ad hypothenusam HG pedum 240, ita 25881 sinus anguli GHI grad: 15 ad latus GI, quod invenietur ped: 62.1.1.4, qui additi alæ GD constituent lineam alæ productam DI pedum 122.1.1.4.

Conclusio.

Ex dictis colligitur ope trianguli lineam defensionis stringentis notam fieri inveniendo hypothenusam GO, ipsamque addendo faciei HG; Lineam Ob, seu alam cortinæ inveniendo basim OB, ipsamque subducendo à tota cortina Bb, & lineam defensionis stringentis productam, inveniendo hypothenusam OC trianguli OFC, habita ratione ad proportionem, quam habet latus OB ad latus GO trianguli BGO, ipsamque addendo lineæ defensionis stringentis HO; mediante triangulo HOD consurgere lineam colli, que habetur, inveniendo lineam DO, & ab ipsa subducendo lineam BO, nec non capitalem prodire inveniendo latus DH; mediante triangulo HbO innotescere lineam defensionis figentis Hb, duosque angulos OHb, ObH, & mediante triangulo GIH consurgere lineam GI, ex qua constituitur linea alæ propugnaculi producta, tresque triangulos rectangulos GHI, GOB, OFC esse similes, ideoque eorum latera circa æquales angulos esse proportionalia, similiter duo triangula DAd, & HAh esse inter se similia, eorumque latera circa æquales angulos proportionalia.

Anno-

Annotatio circa lineam defensionis figentis.

Lineam defensionis figentis, quę inter lineam defensionis stringentis, & latus polygoni inclusa ab extremitate propugnaculi, & alæ oppositi propugnaculi terminatur, ut per lineam H b demonstratur, maximam esse omnium linearum, quæ à puncto conjunctionis duarum facierum super cortinam cadunt, geometricè patet, quod major sit linea defensionis stringentis H O nemo dubitare potest, cum satis probatum sit per prop: 18 lib: pri: Eucl. in triangulo enim O H B angulus omnium maximus est b O H eique oppositum est latus H b, cæteræ vero lineæ necessario minores erunt per prop: 21 lib: pri: Eucl: cum cadere debeant intra triangulum H b O, linea enim b O, seu ala cortinæ, à qua terminantur, inter lineam defensionis stringentis, & lineam defensionis figentis inclusa est; hac igitur de causa prædicta linea H b numquam ultra pedes 750, vel ad summum 800 extendi potest, cum ad hanc distantiam tantum ictus sclopeti manualis perveniat; quod si quis hanc lineam majoris quantitatis statueret, ictus horizontalis bombardæ manualis intra triangulum H b O caderet, ideoque munimentum minorem defensionem haberet, illa enim pars cortinæ minor, à puncto ubi ictus bombardæ caderet, punctoque conjunctionis alæ propugnaculi, & cortinæ terminata, non posset defendere faciem propugnaculi oppositi, quare in munimentis maximis ratio habenda est ad lineam defensionis figentis, cujus fundamento cæteræ lineæ inveniendę sunt, in quibus servari poterit eadem proportio superius tradita, quare in dictis munimentis accipi non poterit tamquam linea fundamentalis cortina, ut in mediocribus, in quibus, cum statuatur cortina pedum 480, linea defensionis figentis nunqum ad pedes 800 pervenire potest, sed ratio habenda est ad lineam defensionis figentis, ac in minimis munimentis omnes lineæ proportionari debent lateri polygoni exterioris, cum ultra ictum bombardæ manualis non extendatur. Nunc vero videndum erit quomodo data linea defensionis figentis cæteræ lineæ inveniri debeant.

Data linea defensionis figentis nec non proportione inter cortinam faciem, & alam, datisque angulis quantitatem cortinæ, & insuper cæterarum linearum invenire.

Prop. XIX. Probl.

Figura I. & II. Sit linea defensionis figentis H b, quæ statuenda est alicujus quantitatis non excedentis pedes 800, nempe quantum ictus bombardæ manualis extenditur e.g. pedum 722.0.1.2, sit cortina B b, quæ statuatur in proportione dupla faciei G H, hæc vero sit in proportione quadrupla alæ progugnaculi G B, posito polygono munimenti quadrato. His positis supponatur cortinam divisam esse in aliquas partes ad libitum sumptas, ut e.g. 40000, quo fundamento inveniantur cæteræ lineæ talium partium qualium cortina supposita fuit 40000, habita ratione ad ea, quæ superius dicta sunt pro inveniendis dictis lineis, quibus habitis quæratur numerus, ad quem ita se habeat cortina in partes 40000 divisa, ut se habet linea defensionis figentis inventa, talium partium, qualium cortina supponitur 40000, ad datam lineam defensionis figentis pedum 722. 0. 1. 2, quo invento cortina innotescet talium partium, qualium linea defensionis figentis data est ped: 722.0.1.2, qua mediante cæteræ lineæ notæ fient. Pro demonstratione hujus propositionis describantur duæ figuræ similes quo ad omnes partes, quarum prima repræsentet veras quantitates, at secunda quantitates excogitatas. Quoniam prædictæ duæ figuræ ex constructione sunt similes, nempe H b B, & G A E, habebunt omnes partes correspondentes inter se proportionales, ideoque per prop: 12 lib: 5 Eucl: uti se habebit A E secundæ figuræ ad b B primæ, ita se habebunt reliquæ partes secundæ reliquis partibus primæ, quare si connectantur puncta H, B, b primæ figuræ rectis H B, H b, & puncta G, A, E secundæ rectis G A, G E fient duo triangula H b O, H O B similia duobus triangulis secundæ figuræ G A D, G D E, ex quo sequitur per prop: 4 lib: 6 Eucl: quod ita se habeat G A ad A D trianguli G A D, ut H b ad b O trianguli H b O, circa æquales angulos G A D, & H b O, sic A D ad D G, & D G ad G A trianguli A D G, ut b O ad O H, & O H ad H b trianguli

guli HBO. circa æquales angulos ADG, & bOH, BGA, & OHB, eadem ratione ita se habebit GD ad DE, DE ad EG, EG ad GD trianguli GDE, ut se habebit HO ad OB, OB ad BH, BH ad HO trianguli HBO circa æquales angulos GDE, & HOB, DEG, & OBH, EGB, & BHO, ex quo sequitur quod ut se habet Hb ad HO, & HO ad HB, ita se habet GA ad GD, & GD ad GE, & è contra, cumque intra triangulum GAE sint tres magnitudines AE, AG, AD æquales numero tribus magnitudinibus bB, bH, bO existentibus intra triangulum bHB, si binæ & in eadem ratione summantur, nempe ut AE ad AG, ita bB ad bH, & ut AG ad AD ita bH ad bO, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt per prop: 22 lib: 5 Eucl: nempe ut AE ad AD ita bB ad bO, & convertendo per dif: 13 lib: 5 Eucl: ut AE ad bB ita AB ad bO scilicet, ut tota AE ad totam bB, ita ablata AD ad ablatam bO, sed per prop: 19 lib: 5 Eucl: si quemadmodum totum ad totum ita ablatum se habuerit ad ablatum; etiam reliquum ad reliquum se habebit ut totum ad totum, erit igitur ut AE ad DE ita bB ad OB, & dividendo per dif: 15 lib: 5 Eucl: erit ut AD ad DE, ita bO ad OB, pariterque invertendo per def: 13 lib: 5 Eucl: erit ut ED ad DA ita BO ad Ob, & cum sit ut GA ad AD, & ut AD ad DE, ita HB ad bO, & bO ad OB, erit ex æquo per prop: 22 lib. 5 Eucl: ut AG ad DE, ita Hb ad OB, & è contra; ex quibus sequitur quod in duabus figuris AGE, bHB reperiantur sex magnitudines, quarum si accipiatur bO ut prima, bH ut secunda, AD ut tertia, AG ut quarta, OB ut quinta, DE ut sexta; prima bO ad secundam bH habebit eamdem rationem, quam tertia AD ad quartam AG, quinta vero OB ad secundam bH eamdem habebit rationem, quam sexta DE ad quartam AG, ergo per prop: 24 lib: 5 Eucl: composita prima bO cum quinta OB, nempe tota bB eamdem habebit rationem ad secundam bH, quam tertia AD cum sexta DE, seu tota AE ad quartam AG, erit igitur ut GA ad AE ita Hb ad bB, nempe ut linea defensionis figentis talium partium, qualium cortina supposita fuit ad ipsam cortinam suppositam, ita linea defensionis figentis data ad veram cortinam quæsitam.

Ope-

Operatio.

Supponatur itaque cortina partium 40000 ut supra dictum est erit facies partium 20000, & ala partium 5000, ut vero linea defensionis stringentis inveniatur considerandum est triangulum GOB in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus GB, ut hypothenusa GO innotescat, fiat ut 25881 sinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita sinus totus ad hypothenusam GO, quæ invenietur partium 19319, quibus additis partibus 20000 faciei; linea defensionis stringentis consurget partium 39319, qua inventa, fiat iterum ut 25881 sinus anguli GOB grad: 15 ad latus GB partium 5000 ita 96592 sinus anguli BGO grad: 75, ad latus BO, quod erit partium 18660 $\frac{20540}{25881}$, seu 18661, quibus ablatis à partibus 40000 totius cortinæ prodibit ala cortinæ Ob partium 21339. His peractis considerandum est triangulum HbO, in quo notus est angulus bOH grad: 165, & summa reliquorum angulorum grad: 15, cujus semisumma est grad: 7: 30, notaque sunt duo latera bO, OH, ut vero unusquisque angulus innotescat, fiat ut 60658 Aggregatum duorum notorum laterum bO, OH ad 17980 eorum differentiam, ita 13165 tangens semisummæ angulorum OHb, ObH grad: 7. 30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 3902, cui in canone tangentium respondent gr. 2. 14, qui additi semisummæ grad: 7. 30 constituunt angulum majorem ObH grad: 9. 44, ablatis vero à prædicta semisumma, consurgit angulus minor OHb. Habitis angulis, ut linea Hb defensionis figentis consurgat, fiat ut 9179 sinus anguli bHB grad: 5. 16 ad latus bO partium 21339, ita 25881 sinus anguli HObg. 165 ad latus Hb, quod erit partium 60167, tantaque erit quantitas lineæ defensionis figentis in partibus qualium cortina supponitur 40000, quę comparanda est cum linea defensionis figentis data, quam constituimus pedum 722. 0. 1. 2, & instituta regula aurea trium, cortina, quæ supposita fuit partium 40000, reducenda est ad pedes geometricos scilicet ad partes quarum linea defensionis figentis est 722. 0. 1. 2, fiat igitur ut Hb partium 60167 ex hypothesi ad Hb pedum 722. 0. 1. 2 datam, ita cortina bB partium 40000 ex hypothesi ad veram cortinam quæsitam, quæ invenietur ped: 480; partes igitur 40000 in principio excogitatæ æquivalent pedibus 480, tantaque erit vera cortinæ

quan-

quantitas,qua cognita cæteræ lineæ reperiri poterunt,quod etiam intelligendum est in omnibus polygonis, mutatis mutandis; Ex quibus sequitur quod mediante munimento mediocris magnitudinis, etiam munimenti maximi partes,& quantitates cognosci possint, si fiat ut linea defensionis figentis munimenti mediocris ped:722.0.1.2 ad lineam defensionis figentis maximā ped:800,ita cortina munimenti mediocris ped:480 ad cortinam munimenti maximi,quæ invenietur pedum 531.8.4.7. Tali modo procedendo inveniri poterunt omnes lineæ in quocumque polygono data linea defensionis figentis, & servata eadem proportione cæterarum linearum.

Data linea defensionis figentis, & statuto termino lineæ defensionis stringentis in medio cortinæ,datisque angulis,cæteras lineas invenire.

Prop: XX. Probl.

SIt linea defensionis figentis Hb, ut supra, & linea defensionis stringentis HC à puncto H ducta ad punctum C existens in medietate cortinæ Bb, sitque punctum B terminus alæ propugnaculi, à quo ad punctum H ducatur recta BH, & sic mediante cortina b B, linea defensionis figentis Hb, linea defensionis stringentis HC, rectaque BH constructa erunt duo triangula HBC, & HCb. His positis excogitandus est aliquis numerus ad libitum sumptus, qui pro quantitate cortinæ supponi debet, sitque e.g. 20000, quo statuto inveniendæ sunt lineæ tam defensionis stringentis, quam defensionis figentis in partibus, quarum cortina supponitur 20000, deinde inveniendus est numerus quartus proportionalis, ad quem ita se habeat cortina in partes 20000 ex hypothesi divisa, ut se habet quantitas lineæ defensionis figentis Hb talium partium, qualium cortina Bb supposita fuit 20000, ad datam lineam defensionis figentis, quo invento cortina innotescet talium partium, qualium vera linea defensionis accepta est, qua mediante cæteræ innotescent. Quoniam habita ratione ad duo triangula HbC, HCB inveniendæ sunt lineæ dicta triangula constituentes in partes, quarum cortina supposita est Figura I. & II.

20000 ex illa ſuppoſitione oriuntur duo ſuppoſita triangula prioribus ſimilia, ſintque G A D G D E in figura ſecunda expreſſa, quare ita ſe habebit latus H b ad latus b C, idem b C ad C H, C H ad H b trianguli H b C primæ figuræ, ut ſe habet latus G A ad latus A D, A D, ad D G, D G ad G A trianguli G A D ſecundæ figuræ, circa æquales angulos H b C, & G A D, b C H, & A D G, C H b, & D G A per prop: 4 lib. 6 Eucl: eadem ratione ita ſe habebit latus H C ad latus C B, C B ad B H, B H ad H C trianguli H C B, ut ſe habet latus G D ad latus D E, D E ad E G, E G ad G D trianguli G D E, circa æquales angulos H C B, & G D E, C B H, & D E G, B H C, & E G D, ex quo ſequitur, quod in triangulis A G D, G D E ſint tres magnitudines E D, D G, D A reſpondentes tribus magnitudinibus C B, C H, C b triangulorum H b C, H C b, quæ ſi bine, & in eadem ratione ſumantur, nempe ut E D ad D G, ita B C ad C H, & ut G D ad D A, ita H C ad b C, etiam ex æqualitate in eadem ratione erunt, nempe ut E D ad D A ita B C ad C b per prop: 22 lib. 5 Eucl: cumque ut ſe habet E D ad D A & D A ad A G, ita ſe habeat B C ad C b, & C b ad b H, ut ex dictis patet, etiam ex æqualitate uti ſe habet E D ad A G, ita ſe habebit C B ad b H : in triangulis igitur G A D, G D E, & H b C, H C B erunt ſex magnitudine, quarum ſi accipiatur b C ut prima, b H ut ſecunda, A B ut tertia, A G ut quarta, C B ut quinta, D E ut ſexta; prima b C ad ſecundam b H habebit eamdem rationem, quam tertia A d ad quartam A G, quinta vero C B ad ſecundam b H eamdem habebit rationem, quam ſexta D E ad quartam A G, ergo per prop: 24 lib: 5 Eucl compoſita prima b C cum quinta C B, nempe tota b B eamdem habebit rationem ad ſecundam b H, quam tertia A D cum ſexta D E, ſeu tota A E ad quartam A C, erit igitur ut G A ad A E, ita H b ad B b, nempe ut linea defenſionis figentis talium partium qualium cortina ſuppoſita fuit ad ipſam cortinam ſuppoſitam, ita linea defenſionis figentis data ad veram cortinam quæſitam.

* * *

Ope-

Operatio.

CONsideretur dodecagonum, in quo ſupponatur cortina b B partium 20000 erit ejus dimidium C B, & ipſi æqualis facies H G partium 10000, linea vero defenſionis figentis H b ponatur partium, ſeu pedum 750. His poſitis cadat linea defenſionis ſtringentis H C in medium cortinæ b B, nempe in punctum C, fiatque cum ala propugnaculi triangulum G C B, in quo angulus G B C erit rectus per axio:9 hujus libri angulus G C B invenietur grad:30 modo dicto in prop:6 hujus libri & per conſequens angulus B G C erit grad 60, notumque eſt latus B C ex hypotheſi, quare ut latus G C innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad 11547o ſecantem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad hypothenuſam G C, quæ invenietur partium 11547, qua addita faciei H G partium 10000, prodibit linea defenſionis ſtringentis H C partium 21547, & ut linea B G, ſeu ala propugnaculi conſurgat, fiat ut ſinus totus ad 57735 tangentem anguli G C B grad:30, ita latus C B partium 10000 ad latus G B, ſeu alam propugnaculi, quæ invenietur partium 5773, nunc conſiderandum eſt triangulum H C D, in quo, cum notum ſit latus H C inventum partium 21547, notusque ſit angulus H C D grad: 30 & angulus C H D inventus, modo dicto in prop:3, & 5 hujus libri, grad:45, & per conſequens angulus C D H grad:105, ut latus C D innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli C D H grad:105 ad latus H C partium 21547, ita 70710 ſinus anguli C H D grad:45 ad latus C D, quod invenietur partium 15773, à quibus ablatis partibus 10000 rectæ C B, remanebit linea colli D B partium 5773. His peractis ut inveniatur linea H b, conſiderandum eſt triangulum H b C, in quo, cum notum ſit latus H C partium 21547, & latus C b partium 10000, notaque ſit ſemiſumma duorum angulorum C H b C b H, nempe grad:15, cum ſit æqualis dimidio H C D, ut angulus b H C innoteſcat, fiat ut 31547 aggregatum duorum laterum H C, C b ad 11547 eorum differentiam, ita 26794 tangens ſemiſummæ duorum angulorum ad baſim H b, ad tangentem differentiæ eorumdem angulorum, quæ invenietur 9807, cui in canone tangentium reſpondent grad: 5.38, quibus ablatis à ſemiſumma, prodibit angulus b H C grad: 9.22, quo invento, ad hoc ut reperiatur linea H b, fiat ut 16275 ſinus anguli b H C ad latus b C partium 10000, ita 50000 ſinus

anguli H C b ad latus H b, quod invenietur partium 30722; tandem ut vera cortina consurgat, fiat ut linea defensionis figentis ex hypothesi partium 30722 ad datam lineam defensionis figentis pedum 750, ita cortina ex hypothesi partium 20000 ad veram cortinam quæsitam, quæ invenietur pedum 488.2 0.4, qua cognita, etiam cæteræ lineæ cognosci poterunt, per ea, quæ in antecedentibus propositionibus dicta sunt. Quod si linea defensionis figentis statuatur pedum 800, fiat vt 30722 ad 800, ita 20000 ad veram cortinam, quæ invenietur ped: 520.7.9.9, & hæc erit maxima cortina in dodecagono, quæ, cum sit minor cortina in antecedenti propositione inventa, dicendum erit quod in quadrato inveniatur cortina omnium maxima.

Munimentum regulare, cujus partes habeant proportionem superius traditam, geometricè delineare.

Prop. XXI. Probl.

Figura I. Fiat polygonum exterius, cujus latus sit H h connectens duos radios A H, A h in punctis H, & h, in quibus facto centro intervallis H D, h d describantur arcus E D, & e d, qui producatur in m, ita ut corda e m sit æqualis ipsi h d, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas iterum bifariam dividatur in d, & portio n d ex d transferatur in m, totusque arcus e m bifariam dividatur in n, ejusque medietas ex d transferatur in q, & ex D in Q, à punctis vero H, h, per puncta Q, q ducantur duæ rectæ H C, h C coeuntes in puncto C, quod si polygonum erit quadratum facilior erit operatio descripto enim arcu e m radius A h abscindet quartam partem ejusdem arcus, nempe d m, quę transferi poterit ex e in q, & sic inventa erit medietas anguli propugnaculi. His peractis à puncto A per punctum C ducatur recta A R, quæ bifariam dividet rectam H h, deinde in recta C h accipiatur ut cumque portio h l, cui æqualis à puncto l ducatur recta l r parallela ipsi R h, & à puncto h per punctum r ducatur recta h K terminata à recta A R in puncto K, à quo ducatur recta K g parallela ipsi r l tangens rectam C h in puncto g, eritque h g facies propugnaculi, ut vero ala propugnaculi fiat, dividatur facies in quatuor æquales partes, quarum una subdividatur in sex partes, deinde

de si polygonum est quadratum, accipiatur una quarta pars faciei pro ala propugnaculi, at si polygonum plura latera haberet quam quattuor, uni quartæ parti faciei addendæ sunt tot particulæ, quarum una quarta pars subdivisa est in sex, quot qualitas polygoni postulat, ita ut quot lateribus polygonum propositum superabit quadratum tot particulæ addendæ erunt, & una deinceps usque ad eneagonum inclusivè, quæ ultima alæ quantitas servanda erit in cæteris polygonis majoribus, & sic munimenta semper servabunt proportionem superius traditam. Iventa quantitate alæ eadem transferenda est in g b, & G B, & ducendæ sunt duæ lineæ g b, G B inter se æquales, & parallelæ, nec non parallelæ etiam lineæ A R, quarum extremitates B, & b conjungendæ sunt recta B b, quæ erit cortina, quæ omnia transferenda sunt infra cætera polygoni latera, & sic delineatum erit totum munimentum. Quoniam corda e m est æqualis radio h d, arcus e m erit æqualis sextæ parti ejus circuli per prop: 15 lib. 4 Eucl: quare continebit grad: 60, cumque prædictus arcus divisus sit in quattuor æquales partes, portio d m continebit grad: 15, que cum addita sit arcui e d, qui metitur dimidium anguli polygoni, totus arcus e m erit mensura anguli propugnaculi per prop: 3 hujus libri, ejusque dimidium, cui æqualis est ex constructione arcus q d, dimetietur dimidium anguli propugnaculi, ideoque angulus C h d erit dimidium anguli propugnaculi, ex quo sequitur quod in linea C h reperiatur facies, at quia linea l r posita est æqualis lineæ l h triangulum l r h erit isosceles per def: 24 lib: pri: Eucl: & anguli l r h, l h r erunt æquales, per prop: 5 lib: pri: Eucl: ideoque etiam duę lineę h g, g K trianguli g K h erunt inter se æquales, cum enim duæ rectę l r, g K sint ex constructione parallelæ, duo anguli g K h, l r h, nec nō K g h, r l h erunt inter se æquales per prop: 29 lib. pri. Eucl. quare duo triangula h r l, h K g erunt similia, cum habeant angulos correspondentes æquales, erit igitur per prop. 4 lib. 6. Eucl. ut h l ad l r, ita h g ad g K, sed duo latera h l, l r sunt æqualia ex constructione, erunt igitur etiam duo latera h g, g K æqualia; cum autem g b ducta sit parallela ipsi A R, quæ est perpendicularis ipsi R h, & rectæ K g, quæ ipsi R h est parallela, erit perpendicularis ipsi g K, ideoque figura K F b g erit quadrilatera, & rectangula, ex quo sequitur quod F b sit æqualis ipsi K g, cui est ex constructione parallela, & per consequens ipsi h g per axio: 1 lib: 1 Eucl: Quod autem F b sit æqua-

lis ipsi F B patet, cum enim tota H h divisa sit bifariam in R ex constructione, duæque lineæ A H, A h sint æquales, & R A sit perpendicularis ipsi H h, duo triangula A H R, A h R erunt similia, & æqualia per prop: 4 lib. pri: Eucl: quare etiam duo triangula A D F, A d F erunt æqualia per prop. 29 lib. pri. & per 4 lib. 6 Eucl. cum linea D d sit parallela ipsi H h, ideoque D F erit æqualis ipsi F d; at si ab æqualibus D F, F d demantur æqualia D B, d b, remanebunt rectæ B F, F b æquales per ax: 3 lib. pri. Eucl. quare tota B b, erit dupla ipsius H G, seu h g sicuti esse debet cortina respectu faciei, erit igitur tali modo constructum munimentum regulare simplex rectangulum.

Annotatio circa linearum proportionem.

METhodum delineandi munimenta, eorumque partium quantitates inveniendi demonstravimus, dum cortina in proportione dupla faciei reperitur, lineaque defensionis stringentis ultra medietatem cortinæ non extenditur, & tam ala propugnaculi quam facies & cortina ex numeris integris constat, cum hæc principia ab aliquibus mathematicis tradita, & à nonnullis belliducibus approbata sint, non quia variationem aliquam munimenta subire non possint, cum talia fundamenta statuta sint ordinis potius, quam necessitatis causa. nihil enim interest an facies sit major, vel æqualis dimidio cortinæ, sic utrum ala cortinæ superet medietatem ejusdem cortinæ vel non, & an lineæ compositæ sint ex numeris tantum integris, vel etiam fractis, dummodo munimentum bene defendatur, quare in sequentibus videbimus quomodo aliter munimenta delineari possint.

Data Cortina in proportione dupla faciei, & linea defensionis stringentis æquali cortinæ, cæteras lineas invenire.

Prop. XXII. Probl.

Figura I. SIt linea defensionis stringentis H O æqualis cortinæ B b, sitque G B ala propugnaculi, quæ normaliter erecta super cortina B b ex puncto B, uno ex terminis ejusdem cortinæ, ductaque usque ad lineam

lineam defensionis stringentis H O, ipsam dividet in puncto G in duas partes G O, G H, quarum H G erit facies propugnaculi, G O vero erit hypothenusa trianguli rectanguli G B O, ductaque linea defensionis figentis H b conjungens duas lineas b O, seu alam cortinæ, & H O lineam defensionis stringentis in punctis H & B fiet triangulum H B O. His peractis, si inveniantur latera ignota prædictorum triangulorum, nec non trianguli O D H notæ fient præcipuæ lineæ, ex quibus cæteræ innotescent, nempe, si in triangulo G O B fiat ut sinus anguli G B O ad hypothenusam G O, ita sinus anguli G O B ad latus G B, nota fiet ala propugnaculi, cum enim linea defensionis stringentis posita sit æqualis cortinæ, & cortina sit duplex faciei, etiam linea defensionis stringentis duplex erit faciei, erit igitur H G æqualis reliquæ portioni lineæ defensionis stringentis G O, quare in triangulo rectangulo G B O nota erit hypothenusa G O, & cum quæratur G B latus noto angulo G O B oppositum, hypothenusa respondebit sinui toto, & latus G B sinui anguli G O B, ideoque ut se habebit sinus totus ad hypothenusam G O, ita se habebit sinus anguli G O B ad latus G B; Notum pariter fiet latus B O, si fiat ut sinus totus ad hypothenusam G O, ita sinus anguli B G O ad latus B O, quod notum fiet eadem ratione, cum sit oppositum noto angulo B G O. Cognita linea B O, etiam ala cortinæ b O innotescet, subducendo lineam B O à cortina B b, quæ cum composita sit à duabus lineis B O, b O, si una auferatur, altera remanebit, cæteræque lineæ notæ fient, si ea, quæ in præcedentibus propositionibus dicta sunt, serventur.

Operatio prima pro Quadrato.

SIt cortina ped: 480, totidemque linea defensionis stringentis H O erit facies H G pedum 240, totidemque recta G O; suppositoque polygono quadrato, in triangulo B G O noti erunt omnes anguli, per ea, quæ in præcedentibus propositionibus dicta sunt, notaque erit hypothenusa G O, quare ut latus G B innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam G O ped 240, ita 25881 sinus anguli G O B grad: 15 ad latus G B, quod invenietur ped: 62.1.1.4 ut vero linea B O innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam G O ped: 240, ita 96592 sinus anguli B G O grad: 75 ad latus O B, quod invenietur ped: 231.8.2.0, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ

Bb,

Bb, remabit ala cortinæ Ob pedum 248.1.8 0, qua habita, ut linea defensionis figentis nota fiat considerandum est triangulum OHb, in quo notus est angulus defensionis exterior HOb grad: 165, notumque est latus HO ex hypothesi pedum 480, nec non latus Ob inventum ped:248.1.8.0, quare ut angulus HbO reperiatur, fiat ut aggregatum duorum laterum pedum 728.1.8.0 ad eorum differentiam pedum 231.8.2.0, ita 13165 tangens semissummæ angulorum OHb, ObH grad:7.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 4191, cui in canone tangentium respondent grad: 2.24, quibus additis gradibus 7.30 semissummæ angulorum consurget angulus HbO graduum 9.54, quo habito, ut latus Hb innotescat fiat ut 17192 sinus anguli HbO grad:9.54 ad latus HO pedum 480, ita 25881 sinus anguli HOb grad:165 ad latus Hb, quod invenietur pedum 722.5.9 6, ut vero linea colli reperiatur, considerandum est triangulum ODH, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus OH, ut latus OD innotescat, fiat ut 70710 sinus anguli ODH grad: 135 ad latus OH pedum 480, ita 50000 sinus anguli OHD grad 30 ad latus OD, quod invenietur pedum 339.4.1.4, à quibus ablatis pedibus 231.8.2.0 rectæ BO, remanebit portio DB ped: 107.5.9.4, tantaque erit quantitas lineæ colli.

Operatio secunda pro Exagono.

CUm in exagono dimidium anguli polygoni sit æqualis angulo centri per prop: 15 lib. 4 Eucl: continebit grad: 60 quibus additis gradibus 15 consurget angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium erit grad.37.30, quibus ablatis à grad: 60 dimidij anguli polygoni, remanebit angulus defensionis interior grad.22.30, nempe angulus GOB, cujus complementum ad grad: 90, nempe grad:67.30 erit quantitas anguli BGO, angulusque HDO erit grad:120, cum sit complementum anguli ODA ad duos rectos. Habitis angulis, considerandum est triangulum GBO, in quo cum noti sint anguli, notaque sit hypothenusa GO ped.240, ut latus GB innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam GO ped:240, ita 38268 sinus anguli GOB grad:22.30 ad latus GB, quod invenietur pedum 91.8.4.3, & ut latus BO reperiatur, fiat ut sinus totus ad hypothenusam GO ped.240, ita 92387

sinus

ſinus anguli B G O grad. 67.30 ad latus B O, quod invenietur ped. 221.7.2.8, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ remanebit ala cortinæ O b pedum 258.2.7.2, ut vero linea defenſionis figentis nota fiat conſiderandum eſt triangulum H O b, in quo notum eſt latus H O pedum 480, nec non latus O b pedum 258.2.7.2, notaque eſt ſemiſumma angulorum O H b, O b H grad: 11.15, cum ſit æqualis dimidio anguli H O D, quare ut latus H b innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum H O, O b pedum 738.2.7.2 ad eorum differentiam ped: 221.7.2.8, ita 19891 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H grad. 11.15. ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 5973, cui in canone tangentium reſpondent grad. 3.25, quibus additis ſemiſummæ grad: 11.15 conſurget angulus H b O grad. 14.40, quo habito, fiat ut 25319 ſinus anguli H b O grad: 14.40 ad latus H O ped: 480, ita 58268 ſinus anguli H O b grad: 157.30 ad latus H b, quod invenietur ped: 725.4.8.8, tantaque erit quantitas lineæ defenſionis figentis, & ut linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum H D O, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus H O ped: 480 ut latus D O innoteſcat, fiat ut 86602 ſinus anguli H D O grad: 120 ad latus H O pedum 480, ita 60876 ſinus anguli D H O grad: 37.30 ad latus D O, quod invenietur pedum 337.4.1.1, à quibus ablatis pedibus 221.7.2.8 rectæ B O remanebit linea colli D B ped. 115.6.8.3.

Operatio tertia pro Dodecagono.

CUm in dodecagono angulus propugnaculi ſit grad: 90 erit ejus dimidium grad: 45, quibus ablatis à gradibus 75 dimidij anguli polygoni, remanebit angulus defenſionis interior H O D, ſeu G O B grad. 30, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli B G O grad. 60 & ejus complementum ad duos rectos grad. 150 erit quantitas anguli defenſionis exterioris H O b, & angulus H D O erit graduum 105. Habitis angulis conſiderandum eſt triangulum G B O, in quo, cum noti ſint anguli, notaque ſit hypothenuſa G O pedum 240, ut latus G B innoteſcat fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O pedum 240, ita 50000 ſinus anguli G O B grad: 30 ad latus G B, quod invenietur pedum 120, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi, & ut latus B O reperiatur, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam G O pedum 240 ita 86602 ſinus anguli

guli B G O grad:60 ad latus B O, quod invenietur pedũ 207.8.4.4, quibus ablatis à pedibus 480 cortinæ, remanebit ala cortinæ O b pedum 272.1.5.6, qua habita ut inveniatur linea defenſionis figentis conſiderandum eſt triangulum O H b, in quo notus eſt angulus H O b grad:150, notumque eſt latus H O pedum 240, nec non latus O b inventum pedum 272.1.5.6, quare ut angulus O b H innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum laterum H O, O b 752.1.5.6 ped: ad eorum differentiam ped: 207.8.4.4, ita 26794 tangens ſemiſummæ angulorum O H b, O b H ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7404, cui in canone tangentium reſpondent grad. 4.14, qui additi grad: 15 ſemiſummæ conſtituunt angulum H b O grad:19:14, quo habito, fiat ut 32941 ſinus anguli H b O grad:19.14 ad latus H O pedum 480, ita 50000 ſinus anguli H O b grad: 150 ad latus H b, quod invenietur pedum 728.5.7.5, ut vero linea colli nota fiat conſiderandum eſt triangulum H D O, in quo, cum noti ſint anguli, notumque ſit latus H O pedum 480, ut latus D O innoteſcat, fiat ut 96592 ſinus anguli H D O grad:105 ad latus H O pedum 480, ita 70710 ſinus anguli D H O grad:45 ad latus D O, quod invenietur pedum 351.3.8.3 à quibus ablatis pedibus 207.8.4.4 rectæ B O, remanebit linea colli D B pedum 143.5.3.9. Cum igitur ex his tribus operationibus appareat, quod munimentum hac mæthodo conſtructum, bene poſſit defendi in quadrato, exagono, & dodecagono, etiam dicendum erit, quod alia polygona tali modo munita habeant ſufficientem defenſionem.

Munimentum quadratum geometricè delineare, in quo linea defenſionis ſtringentis ſit in proportione dupla faciei.

Prop. XXIII. Probl.

Figura IX. SUper recta E D conſtruatur quadratum B C D E, diviſiſque lateribus bifariam in punctis K, L, M, N, connectantur puncta prædicta rectis K L, L M, M N, N K, ſuper quibus conſtruantur triangula æquilatera K G L, L H M, M I N, N F K, producanturque latera triangulorum, nempe G K uſque ad punctum V, G L uſque ad punctum b, H L uſque ad punctum Q, H M uſque ad punctum Y,

IM

IM usque ad punctum d, IN usque ad punctum O, FK usque ad punctum S, FN vsque ad punctum ℞, à punctis vero O, Q, S, d b, ℞, Y ad latera quadrati ducantur perpendiculares OP, QR, ST, d c, b a, R Æ, Y Z, V X. His peractis erunt rectæ GQ, GS, FO, FV, IY, I℞, Hb, Hd facies propugnaculorum, rectæ OP, QR, ST, d c, b a, ℞ Æ, Y Z, V X alæ, rectæque PR, Tc, a Æ, ZX cortinæ, & sic constructum erit quæsitum munimentum quadrilaterum; cum enim anguli KGL, LHM, MIN, NFK sint anguli triangulorum æquilaterorum, continebunt grad:60 uti esse debet angulus propugnaculi in quadrato, cujus dimidium erit grad: 30, quibus ablatis à gradibus 45 dimidij anguli polygoni consurget angulus defensionis interior GKC grad:15 per prop:6 hujus libri, duo autem anguli GKC, BHV, cum sint ad verticem, erunt inter se æquales, ideoque angulus BKV erit grad:15, & totus angulus FKV grad: 30, quare triangulum KFV erit rectangulum, nam cum duo anguli VKF, VFK simul sumpti contineant grad:90 etiam angulus KVF per prop:32 lib.pri.Eucl: erit grad:90, at quia uti se habet sinus totus, nempe anguli KVF ad sinum anguli VKF, ita se habet hypothenusa FK ad latus FV, & sinus totus est in ratione dupla sinus anguli VKF grad:30, erit etiam recta FK in ratione dupla ipsius FV, ideoque FV, seu FO, nempe facies erit in proportione dupla lineæ defensionis stringentis FK, quod autem talis facies subsistere possit patet, cum enim in triangulo OPK angulus OPK sit omnium maximus, quia ex constructione est rectus, etiam latus OK, quod ipsum subtendit, erit omnium maximũ per prop: 18 lib:pri:Eucl: & per consequens major dimidio cortinæ PK, cumque facies FO sit æqualis ipsi OK, erit etiam major dimidio cortinæ PK, per axio:pr:lib:pri:Eucl: erit igitur, per axio:3 hujus libri, facies recte constructa, cæteræque lineæ invenientur paulò majores lineis in præcedentibus propositionibus inventis per ratiocinium triangulorum, quod brevitatis causa pretermitimus.

* * *

Datis angulis, dataque cortina pedum 480, in cujus medio cadat linea defensionis stringentis, quæ sit in proportione dupla faciei, cæteras lineas invenire.

Prop: XXIV. Probl.

Figura IV. Sit cortina c D, in cujus medio G cadat linea defensionis stringentis B G, seu a G, sitque ala propugnaculi F D, vel e c, facies B F, seu a e, lineaque defensionis figentis B c, & linea colli D K, seu i c, quæ omnia ut inveniantur consideranda sunt triangula, quæ ex prædictis lineis oriuntur, in quibus cum noti sint anguli, qui supponuntur inventi modo dicto in primis septem propositionibus, notaque sit cortina ex hypothesi pedum 480, cætera latera innotescent, cumque eædem militent rationes ac in præteritis propositionibus eas, non repetemus, sed ad supputationem pergemus.

Operatio prima pro Pentagono.

Supposito polygono pentagono angulus propugnaculi erit grad: 69. ejusque dimidium, seu angulus G B K grad: 34: 30 angulus defensionis interior B G K grad: 19. 30, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli G F D grad: 70. 30, sitque dimidium cortinæ G D pedum 240, in triangulo igitur F G D, cum nota sit basis G D, notique sint anguli ut latus F D innotescat, fiat ut sinus totus ad latus G D pedum 240, ita 35411 tangens F G D grad. 19. 30 ad latus F D, quod invenietur pedum 84. 9. 8. 6, & ut hypothenusa F G consurgat, fiat ut sinus totus ad latus G D pedum 240, ita 106084 secans anguli F G D grad. 19. 30 ad hypothenusam F G, quæ invenietur pedum 254. 6. 0. 1, quæ cum sit dimidium lineæ defensionis stringentis B G, totidem pedes continebit facies B F, totaque B G ped. 509. 2. 0. 2, quibus additis pedibus 240 rectæ c G summa erit ped. 749. 2. 0. 2, quæ cum non perveniat ad pedes 800, immò neque ad pedes 750, linea defensionis figentis B c excedere non poterit debitam quantitatem, cum duo latera B G, G c simul sumpta sint majora latere B c per prop: 20 lib. pri. Eucl. quod autem linea colli habeat debitam quantitatem patet, erit enim

major

major dum facies est dimidia lineæ defensionis stringentis, quam dum facies est æqualis dimidio cortinæ, cum in triangulo BGK latus BG fiat major, & per consequens etiam latus DK.

Operatio secunda pro Hennagono.

Supponatur secundò polygonum esse hennagonũ erit angulus propugnaculi grad: 85, ejusque dimidium, seu angulus GBK grad: 42.30, quo subtracto à dimidio anguli polygoni, consurget angulus defensionis interior FGD grad: 27.30, cujus complementum erit quantitas anguli GFD grad: 62. 30, positaque cortina pedum 480, erit ejus dimidium GD ped. 240 in triangulo igitur rectangulo FGD, cum noti sint anguli, notaque sit basis GD pedum 240, ut latus FD innotescat, fiat ut sinus totus ad latus GD, ita 52056 tangens anguli FGD grad. 27.30 ad latus FD, quod invenietur pedum 124.9.3.4, & ut hypothenusa FG consurgat, fiat ut sinus totus ad latus GD, ut supra, ita 112738 secans anguli FGD grad: 27.30 ad hypothenusam FG, quæ invenietur pedum 270.5.7.1, tantaque erit etiam quantitas faciei, ut ex dictis patet, ejusque duplum erit quantitas lineæ defensionis stringentis BG pedum 541.1.4.2, cui si addatur quantitas rectæ Gc ped: 240, erit eorum aggregatum ped. 781.1.4.2, quod cum non perveniat ad pedes 800, linea defensionis figentis non extendetur ultra ictum bombardæ ea ratione, qua supra.

Operatio tertia pro Dodecagono.

Supponatur tertiò polygonum esse dodecagonum, angulus propugnaculi erit grad: 90, & ejus dimidium gradum 45, quibus ablatis à gradibus dimidij anguli polygoni, prodibit angulus defensionis interior grad: 30, quem repræsentat angulus FGD, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli GFD grad: 60, positaque cortina ped: 480, erit ejusdem dimidium GD pedum 240; in triangulo igitur FGD nota erit basis GD, notique erunt anguli, quare ut latus FD innotescat, fiat ut sinus totus ad latus GD pedum 240, ita 57735 tangens anguli FGD grad: 30 ad latus FD, quod invenietur pedum 138.5.6.4, & ut hypothenusa FG consurgat, fiat ut 50000 sinus anguli FGD grad: 30 ad

latus FD, ita sinus totus ad hypothenusam FG, que invenietur pedum 276.9.5.8, tantaque erit etiam quantitas faciei BF, ejusque duplum erit quantitas lineæ defensionis stringentis BG pedum 553.9.1.6, quibus additis pedibus 240 rectæ Gc, aggregatum erit pedum 793.9.1.6, quod cum non perveniat ad pedes 800, linea defensionis figentis debitam quantitatem excedere non poterit.

Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare, linearumque quantitates invenire.

Prop. XXV. Probl.

Figura X. Ducatur recta OI, quæ cum recta IM faciat angulum OIM æqualem dimidio anguli polygoni, nempe grad: 45, producaturque recta MI usque in B, ita ut IB sit æqualis capitali quadrati, & à puncto B ducatur recta BL æqualis lineæ defensionis stringentis quadrati, quæ cum recta MB efficiat angulum MBL equalem dimidio anguli propugnaculi quadrati, nempe gr: 30, & ex ipsa abscindatur recta BF æqualis faciei quadrati, à cujus termino F ducatur recta FH perpendicularis ipsi OI, eritque ala propugnaculi, sic recta HI erit linea colli, & recta HL dimidium cortinæ; à puncto vero H ducatur recta HN, & recta HP facientes angulum PHN æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, sitquæ HN parallela ipsi IM, & angulus PHN major angulo OHN, à puncto vero F ducatur ad rectam PH, perpendicularis recta FG, & ex puncto G abscindatur in recta PG recta GD, æqualis ipsi HL, à cujus termino D ad punctum B ducatur recta DB, producaturque recta GF, quousque tangat rectam DB in puncto C, & recta CB usque in A, ita ut fiat CA æqualis ipsi FB, tandem à puncto A ducatur recta AK parallela ipsi BI, & sic constructæ erunt omnes partes munimenti, quæ transferendæ erunt super latera propositi polygoni, in quo angulus DAK erit dimidium anguli propugnaculi, major angulo LAI, CA erit facies, CG ala propugnaculi, GD dimidium cortinæ, DA linea defensionis stringentis. Cum enim recta HN sit parallela ipsi IM, angulus PHN erit æqualis angulo PRM, per prop. 29 lib. pri. Eucl, ideoque erit æqualis

lis dimidio anguli polygoni, cum angulus P H N ex constructione sit æqualis prædicto angulo polygoni dimidiato, & quia angulus P H N ex constructione major est angulo O H N, linea H P ducta erit supra rectam H O, quare etiam linea B D, seu A D quæ repræsentat lineam defensionis stringentis, ducenda est supra lineam B L, nam si congrueret lineæ B L, etiam facies propositi munimenti congrueret faciei B F, & sic ala propugnaculi esset F G, quæ fieret minor ala quadrati, cum enim in triangulo F G H angulus F G H esse debeat rectus, cum sit angulus ale, & cortinæ, erit omnium maximus, quare etiam latus F H, quod prædictum angulum subtendit, erit omnium laterum maximum per prop: 18. lib. pri: Eucl: quare ala quadrati F H ex constructione esset omnium maxima, quod est absurdum, linea itaque B D ducenda est supra lineam B L, rectaque F G producenda est quousque rectam B D tangat in puncto C, & sic recta C G erit ala propugnaculi major recta F H, seu ala quadrati, at recta C B erit minor facie quadrati B F, cum enim angulus externus C G H major sit angulo D C G per prop: 16 lib: pri: Eucl: angulus prædictus D C G erit minor recto, cum angulus C G H sit ex constructione rectus, ideoque per prop: 13. lib: pri: Eucl: angulus B C F erit obtusus, in triangulo igitur F C B angulus B C F erit omnium maximus, quare etiam latus F B, quod prædictum angulum subtendit erit omnium laterum maximum per prop: 18 lib: pri: Eucl. & sic facies quadrati B F erit major recta C B, quæ hac de causa producenda est usque in A, ita ut ipsi B F fiat æqualis, & ab ipso puncto A ducenda est parallela ipsi B I recta A K, ut consurgat capitalis, ad quam usque producenda est recta P H, ut fiat linea colli H K. Quod autem omnes lineæ debitam habeant quantitatem ex sequentibus operationibus patebit.

Operatio prima pro Exagono.

Posito polygono exagono considerandum est triangulum L E H, in quo notus est angulus E L H grad: 15, cum sit angulus defensionis interior quadrati, angulusque L H E consurget subducendo dimidium anguli polygoni quadrati L H N grad: 45 à dimidio anguli polygoni exagoni grad: 60, invenieturque angulus L H E grad: 15; habitis duobus prædictis angulis, etiam angulus L E H notus fiet grad: 150, cumque noti sint anguli, notum-

que

que sit latus L H ex hypothesi pedum 240, ut latus E L innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli L E H grad: 150 ad latus L H pedum 240, ita 25881 sinus anguli E H L grad: 15 ad latus E L, quod invenietur pedum 124.2.2.8, totidemque pedum erit latus E H, quod lateri E L est æquale, cum duo anguli E L H, E H L inventi sint æquales, quibus ablatis à pedibus 488.4.6.4 rectæ B L ut in prop: 17 hujus libri, remanebit recta B E pedum 364.2.3.6, qua habita consideretur triangulum F G H, in quo notus est angulus F G H ex constructione rectus, & hypothenusa F H pedum 64.3.0.5, ut in prop: 8 hujus libri, angulusque F H B prodibit subducendo angulum E H L inventum grad: 15 ab angulo recto F H L, eritque grad: 75, quo mediante etiam angulus G F H reperietur grad: 15, ut vero latus G H innotescat, fiat ut sinus totus ad latus F H pedum 64.3.0.5, ita 25881 sinus anguli G F H grad: 15 ad latus G H, quod invenietur pedum 16.6.4.2, quibus ablatis à pedibus 124.2.2.8 rectæ E H consurget recta E G pedum 107.5.8.6, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G, remanebit recta D E pedum 132.4.1.4, quare in triangulo B D E nota erunt duo latera B D, D E, notusque erit angulus D E B grad: 150, cum sit æqualis angulo L E H, (sunt enim anguli ad verticem,) quare ut angulus D B E innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 496.6.5.0 ad eorum differentiam, ita 26794 tangens semisummæ angulorum E D B, E B D ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 12506, cui in canone tangentium respondent grad: 7.8, quibus ablatis à semisumma grad: 15 consurgit angulus D B E grad. 7.52, qui additi gradibus 30 dimidij anguli propugnaculi quadrati L B I, consurgit dimidium anguli propugnaculi propositi munimenti, nempe exagoni, D B R grad: 37.52, totusque angulus propugnaculi erit grad: 75.44, paulò major angulo invento modo dicto in prop: 3 hujus libri, cujus dimidio ablato à dimidio anguli polygoni consurget angulus defensionis interior grad: 22.8, nempe angulus C D G, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli D C G grad: 67.52, quibus præcognitis, ut ala propugnaculi nota fiat considerandum est triangulum rectangulum C D G, in quo, cum noti sint anguli, notumq; sit ex hypothesi latus D G, quod, posita cortina ped: 480, erit pedum 240, ut latus C G innotescat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 40673 tangens anguli C D G grad: 22.8 ad latus C G, quod invenietur

nietur pedum 97.6.1.3, & ut hypothenusa D C consurgat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 107955 secans anguli C D G grad: 22. 8 ad hypothenusam C D, quæ invenietur pedum 259.0.9.2, quibus additis pedibus 240 faciei C A (dum sit in proportione subdupla cortinæ) linea defensionis stringentis A D consurget pedum 499.0. 9. 2, ex qua, & ala cortinæ, nempe dimidio ejusdem cortinæ cognosci poterit, an linea defensionis figentis A P in figura 11 existens, debitam excedat quantitatem, nam si ambarum quantitates in unam summam colligantur, erit eorum aggregatum pedum 739.0.9.2, cumque recta A P excedere non possit prædictam quantitatem per prop: 20 lib. pri. Eucl: non perveniet ad pedes 750, ideoque erit adæquatæ longitudinis: ut vero linea colli reperiatur considerandum est triangulum A D K, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus A D, ut ex dictis patet, ut latus D K innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli D K A grad: 120 ad latus D A pedum 499.0.9.2, ita 61382 sinus anguli D A K grad: 37.5 2 ad latus D K, quod invenietur pedum 353.7.4 7, à quibus ablatis pedibus 240 lineæ D G, linea colli G K prodibit pedum 113.7.4.7.

Operatio secunda pro Octogono.

Supposito secundò polygono octogono consideretur triangulū L E H, in quo notus est angulus E L H grad: 15 ut in antecedenti operatione dictum est, angulus vero L H E, qui consurget subducendo angulum dimidij polygoni quadrati L H N grad: 45 à dimidio anguli polygoni octogoni grad: 67. 30, invenietur grad: 22. 30; habitis duobus prædictis angulis, etiam angulus L E H innotescet grad: 142. 30, cumque in triangulo prædicto noti sint anguli, notumque sit latus L H pedum 240 (posita cortina pedum 480) ut latus E L innotescat, fiat ut 60876 sinus anguli L E H grad: 142. 30 ad latus L H, ped: 240, ita 38268 sinus anguli E H L grad. 22. 30 ad latus E L quod invenietur pedum 150. 8. 6. 9, & ut latus E H consurgat, fiat ut 60876 sinus anguli L E H grad: 142. 30 ad latus L H pedum 240, ita 25881 sinus anguli E L H ad latus E H, quod invenietur pedum 102.0.3.0, ablatis vero pedibus 150. 8. 6. 9 lateris E L à pedibus 488.4.6.4 rectæ B L ut supra, consurget recta B E pedum 337.5.9.5, qua habita consideretur triangulum F G H,

in quo cum notus sit angulus F G H ex constructione rectus, notaque sit hypothenusa F H pedum 64.3.0.5, angulusque F H G consurgat, subducendo angulum E H L ab angulo recto F H L, sitque grad: 67. 30, ejusque complementum ad grad: 90, seu angulus G F H sit grad: 22. 30, ut latus G H innotescat, fiat ut sinus totus ad latus F H pedum 64.3.0.5, ita 38268, sinus anguli G F H grad. 22.30 ad latus G H, quod invenietur pedum 24.6.0.8, quibus ablatis à pedibus 102.0.3.0 lineæ E H remanebit recta G E pedum 77.4.2.2, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G remanebit recta D E pedum 162.5.7.8. His peractis consideretur triangulum D B E, in quo notum est latus B E inventum pedum 337.5.9.5, & latus D E pedum 162.5.7.8, notusque est angulus D E B, cum sit æqualis angulo L E H grad: 142.30, quare ut angulus D B E innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 500. 1.7.3 ad eorum differentiam pedum 175.0.1.7, ita 33945 tangens semisummæ angulorum E D B, E B D grad: 18.45 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11877, cui respondent in canone tangentium grad: 6.46, quibus ablatis à gradibus 18.45 semisummæ remanent grad. 11.59 anguli D B E, quibus additis grad. 30 anguli L B I, prodibit angulus C B I, seu dimidium anguli octogoni C A K grad. 41. 59, totusque angulus propugnaculi erit grad: 83.58, cujus dimidio subtracto à dimidio anguli polygoni, prodibit angulus defensionis interior C D G grad: 25.31, cujus complementum ad grad 90, seu angulus D C G erit grad. 64.29; in triangulo igitur C D G, cum noti sint anguli, notumque sit latus D G pedum 240, ut latus C G innotescat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 47733 tangens anguli C D G grad: 25.31 ad latus C G, quod invenietur ped. 114.5.5.9, tantaque erit quantitas alæ, & ut hypothenusa C D consurgat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 110808 secans anguli C G D grad: 25. 31 ad hypothenusam C D, quæ invenietur ped: 265.9.3.9, quibus additis faciei A C pedum 240, ut supra, linea defensionis stringentis A D prodibit pedum 505.9.3.9, quibus additis pedibus 240 rectæ P D summa erit pedum 745.9.3.9, ideoque linea defensionis A P non perveniet ad pedes 750 eadem ratione qua supra; ut vero linea colli reperiatur considerandum est triangulum A D K, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus A D, ut ex dictis patet, ut latus D K innotescat, fiat ut 92387

sinus

finus anguli D K A grad: 112.30 ad latus D A pedum 505.9.3.9, ita 66891 finus anguli D A K grad: 41. 59 ad latus D K, quod invenietur pedum 366. 3. 1. 5, à quibus ablatis pedibus 240, remanebit linea colli G K pedum 126.3.1.5.

Operatio tertia pro Dodecagono.

SUppofito tertiò polygono dodecagono in triangulo L E H notus erit idem angulus E L H grad. 15, notumque erit latus L H pedum 240, pofita cortina pedū 480, ut fupra, angulus vero L H E invenietur modo dicto in præcedentibus operationibus grad: 30; & angulus L E H grad: 135, quare ut latus E L innotefcat, fiat ut 70710 finus anguli L E H grad: 135 ad latus L H pedum 240, ita 50000 finus anguli L H E grad: 30 ad latus E L, quod invenietur pedum 169.7.0.7, & ut latus E H innotefcat, fiat ut 70710 finus anguli L E H grad: 135 ad latus L H, pedum 240, ita 25881 finus anguli E L H grad: 15 ad latus E H, quod invenietur pedum 87.8.4.3; his peractis confiderandum eft triangulum F G H, in quo notus eft angulus F G H ex conftructione rectus, & hypothenufa F H pedum 64.3.0.5. ut fupra, angulusque F H G habebitur fubducendo angulum E H L grad: 30 ab angulo recto L H F, eritque grad: 60, cujus complementum ad grad: 90 erit quantitas anguli G F H grad: 30, quare ut latus G H innotefcat, fiat ut finus totus ad hypothenufam F H pedum 64.3.0.5, ita 50000 finus anguli G F H grad: 30 ad latus G H, quod invenietur ped. 32.1.5.2, quibus ablatis à pedibus 87.8.4.3 rectæ E H, remanebit portio E G pedum 55.6.9.1, quibus iterum ablatis à pedibus 240 rectæ D G, remanebit recta D E pedum 184. 3. 0. 9, linea autem B E reperietur fubducendo à tota B L pedum 488. 4. 6. 4 (ut fupra dictum eft) rectam E L pedum 169.7.0.7, eritque pedum 318.7.5.7, qua habita confiderandum eft triangulum D B E, in quo notum eft latus B E pedum 318. 7. 5. 7, & latus D E pedum 184. 3. 0. 9, notusque eft angulus B E D grad: 135, quare ut angulus D B E innotefcat, fiat ut aggregatum duorum laterum B E, E D pedum 503.0.6.6 ad eorum differentiam pedum 134.4.4.8, ita 41421 tangens femifummæ angulorum E D B, E B D grad: 22. 30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11070, cui in canone tangentium refpondent grad: 6. 11, quibus ablatis à grad: 22. 30 femifummæ confurget angulus D B E gr: 16.

19, quibus additis gradibus 30 anguli E B R, prodibit dimidium anguli propugnaculi dodecagoni D B R, seu D A K grad: 46.19, cujus duplum grad. 92. 38 erit quantitas totius anguli propugnaculi, qui erit paulò major recto, ablatis vero grad: 46. 19 dimidij anguli propugnaculi à grad 75 dimidij anguli polygoni, consurget angulus defensionis interior A D G graduum 28.41, ejusque complementum ad grad: 90 erit grad: 61. 19, in triangulo igitur C D G cum noti sint anguli, notumque sit latus D G, (ut ex dictis patet) ut latus C G innotescat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 54710 tangens anguli C D G grad: 28. 41 ad latus G C, quod invenietur pedum 131.3.0.4, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi, & ut hypothenusa C D consurgat, fiat ut sinus totus ad latus D G pedum 240, ita 113987 secans anguli C D G grad: 28.41 ad hypothenusam C D, quæ invenietur pedum 273. 5.6.8, quibus additis pedibus 240 faciei C A, tota A D consurget pedum 513.5.6.8, tantaque erit quantitas lineæ defensionis stringentis, qua mediante linea colli reperietur, in triangulo enim A D K cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus A D (ut ex dictis patet) ut latus D K innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli A K D grad. 105 ad latus D A pedum 513.5.6.8, ita 72316 sinus anguli D A K grad: 46.19 ad latus D K, quod invenietur pedum 384.4.9. 5, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ D G, remanebit linea colli G K pedum 144.4.9.5, tandem in unam summam colligantur quantitates duarum linearum A D, D P, invenieturque eorum aggregatum pedum 753.5.6.8, quare linea defensionis figentis debitam non excedet longitudinem, eadem ratione qua supra.

Angulum propugnaculi geometricè invenire.

Prop. XXVI. Probl.

Figura VI. Fiat triangulum rectangulum P N F cujus angulus rectus sit P F N, & hypothenusa P N, super qua construatur triangulum æquilaterum P A N, à puncto vero A ducatur perpendicularis A O, & à puncto F ducantur duæ lineæ F Q, F M æquales rectis F P, F N utraque utrique, quæ faciant angulum Q F M æqualem angulo polygoni propositæ figuræ, quas intersecabunt rectæ A P,

A N

AN in punctis D, & I, easque divident in duas partes FD, DQ, & FI, IM, quarum duæ DQ, IM in tres æquales partes dividantur sitque QB, & ML, una tertia pars totius QD, & IM, terminata unaquæque à punctis B, & L, ad quæ à puncto A ducantur duæ rectæ AB, AL, & constructus erit angulus propugnaculi BAL qui erit major angulo PAN, cum duæ rectæ AB, AL cadant extra triangulum APN, minor autem recto erit quousque duæ rectæ FP, AB fiant parallelæ; quod autem angulus propugnaculi tali modo constructus sit rectè, ex sequentibus operationibus trigonometricè patebit.

Operatio prima pro Pentagono.

Supposito polygono pentagono angulus QFM continebit grad: 108, cum sit ex constructione æqualis angulo polygoni, cujus dimidium, seu angulus QFO, erit grad: 54, à quibus ablatis grad: 45 anguli semirecti PFO remanebit angulus QFP grad 9, & ablatis grad: 30 anguli PAO, seu PAF, à grad: 54 prædicti anguli externi PFO, remanebit angulus ADF grad: 24, cujus complementum ad duos rectos grad: 156 erit quantitas anguli PDF, & BDA, ablatis autem gradibus 30 anguli PAF à gradibus 45 anguli externi PFO, remanebit angulus APF, seu DPF grad: 15, & ablatis grad: 54 anguli QFO à grad: 180 remanebit angulus DFA grad: 126. Cognitis prædictis angulis, supponatur latus PA esse partium 10000, erit PO partium 5000, cum sit dimidium lateris PN, & per consequens lateris PA, in triangulo igitur FPO noti erunt omnes anguli, notumque latus PO, quare ut hypothenusa PF innotescat, fiat ut sinus totus ad latus PO partium 5000, ita 141421 secans anguli OPF grad: 54 ad hypothenusam PF, quæ invenietur partium 7071, qualium AP supponitur 10000, sic in triangulo DPF noti erunt anguli, notumque erit latus PF, quare ut latus PD innotescat, fiat ut 40673 sinus anguli PDF grad: 156 ad latus PF partium 7071, ita 15643 sinus anguli DFP grad. 9 ad latus DP, quod invenietur partium 2719, & ut latus DF consurgat, fiat ut 40673 sinus anguli PDF grad: 156 ad latus PF partium 7071, ita 25881 sinus anguli DPF grad: 15 ad latus DF, quod invenietur partium 4499; habitis duobus lateribus PD, DF, si subtrahatur latus PD partium 2719 à latere PA partium 10000, remanebit

nebit latus A D partium 7281, & si subtrahatur latus D F partium 4499 à latere Q F æquali ex constructione lateri P F partium 7071, remanebit recta D Q partium 2581, cujus tertia pars Q B erit partium 860⅓ è per consequens recta B D erit partium 1720⅔; in triangulo igitur B A D nota sunt duo latera B D, D A, notusque est angulus B D A, quare ut angulus B A D innotescat, fiat ut 9001 aggregatum duorum notorum laterum ad 5561 eorum differentiam, ita 21255 tangens semisummæ angulorum D B A, D A B grad: 12 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 13131, cui in canone tangentium respondent grad: 7. 29, quibus ablatis à gradibus 12 semisummæ, remanebit angulus B A D grad: 4. 31, quibus additis gradibus 30 anguli D A F, consurget angulus B A F grad: 34. 31; cujus duplum grad: 69. 2 erit quantitas anguli propugnaculi in pentagono.

Operatio secunda pro Exagono.

Supponatur secundò polygonum esse exagonum, lineam A P partium 10000, P O partium 5000, angulum P A F grad: 30, angulum P F O grad: 45, ut supra dictum est, quærantur que cæteri anguli, ut in pentagono factum est, & invenietur angulus P F A grad. 135 angulus A P F grad. 15, angulusque D F O grad: 60, angulus D F A grad: 120, angulus A D F grad: 30, angulus F D P grad. 150, angulus D F P grad: 15, angulus A D B grad: 150, quibus inventis quærendæ sunt lineæ, quarum F P, & Q F erunt pedum 7071, ut supra, cæteræ vero diversam quantitatem habebunt, quæ reperienda erit, ut itaque linea D P nota fiat, considerandum est triangulum D P F, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus F P, ut latus D P innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli P D F grad. 150 ad latus F P partium 7071, ita 25881 sinus anguli D F P grad. 15 ad latus D P, quod invenietur partium 3659, cum autem duo anguli D P F, D F P sint æquales, triangulum D P F erit isosceles, ideoque latus D F erit æquale lateri D P, nempe partium 3659, quibus ablatis à partibus 10000 rectæ A P remanebit recta A D partium 6341, ablata vero recta D F partium 3659 à recta F Q partium 7071, remanebit recta Q D partium 3412, quibus tripartitis, quotiente autem duplicato, portio B D prodibit partium 2274, qua habita consideretur triangulum A B D, in quo cum

cum nota sint duo latera B D, D A, notusque sit angulus B D A, ut angulus B A D innotescat, fiat ut 8615 aggregatum duorum laterum notorum ad 4067 eorum differentiam, ita 26794 tangens semisummæ angulorum D B A, D A B grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 12649, cui in canone tangentium respondent grad: 7.13, quibus ablatis à grad: 15 semisummæ remanebit angulus B A D grad. 7.47, quibus additis gradibus 30 anguli D A F consurget angulus B A F grad. 37.47, cujus duplum grad. 75.34 erit quantitas anguli propugnaculi.

Operatio tertia pro Dodecagono.

Supponatur tertiò polygonum esse Dodecagonum, & manente eadem quantitate linearum A P, P O, F P, F Q, nec non angulorum P F O, P A O, P F A, A P F, seu D P F, querantur cæteri anguli, invenieturque angulus D F O grad: 75, angulus D F A gr: 105, angulus A D F grad: 45, F D P grad: 135, D F P grad: 30, A D B grad: 135, quibus cognitis considerandum est triangulum D P F, in quo noti sunt anguli omnes, notumque est latus F P, ut ex dictis patet, quare ut latus D P reperiatur, fiat ut 70710 sinus anguli F D P grad: 135 ad latus F P partium 7071, ita 50000 sinus anguli D F P grad: 30 ad latus D P, quod invenietur partium 5000, & ut latus D F consurgat, fiat ut 70710 sinus anguli F D P grad: 135 ad latus F P partium 7071, ita 25881 sinus anguli D P F grad. 15 ad latus D F, quod invenietur partium 2588, quibus sublatis à partibus 7071 rectæ F Q, remanebit recta Q D partium 4483, cujus tertiæ partis duplum constituet rectam B D partium 2988, ablato autem latere D P partium 5000 à recta A P partium 10000, remanebit latus A D partium 5000, in triangulo igitur A B D, cum nota sint duo latera, notusque sit angulus ab ipsis comprehensus, ut angulus B A D innotescat, fiat ut 7988 aggregatum duorum laterum B D, D A ad 2012 eorum differentiam, Ita 41421 tangens semisummæ angulorum D B A, D A B grad. 22.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 10433, cui in canone tangentium respondent grad: 5.57, quibus abla-

ablatis à grad: 22. 30 semisummæ consurget angulus B A D grad. 16.30, qui additi grad:30 anguli D A F constituent angulum B A F grad.46.33, cujus duplum grad:93.6 erit quantitas anguli propugnaculi in dodecagono, qui erit paulò major recto

In minimis munimentis data cortina, datoque latere polygoni exterioris cæteras lineas invenire.

Prop. XXVII. Probl.

Figura VII. SIt latus Polygoni exterioris B C, ad cujus terminos B & C à puncto A cèntro figuræ ductæ sint duæ diametri A B, A C, sitque cortina H I parallela ipsi B C, à cujus extremitatibus H, & I terminentur duæ lineæ defensionum C H, B I, quæ cum diametris A C, A B faciant hinc inde dimidium anguli propugnaculi H C E, I B D, ad quas usque à punctis I, & H ducantur duæ rectæ H F, I G normaliter erectæ super cortina H I, quæ erunt alæ propugnaculorum. Ut vero quantitas omnium linearum innotescat considerandâ sunt duo triangula G H I, G L C, & præcipuę lineæ notæ fient; quoniam angulus H C E notus est ex constructione, & angulus H E C notus est, cum sit complementum ad duos rectos dimidij anguli polygoni D E A per prop:13 lib:pri. Eucl: etiam angulus C H E, seu G H I innotescet, cum sit complementum duorum angulorum H C E, H E C simul sumptorum ad duos rectos per prop:32 lib.pri.Eucl: ex quo, eadem ratione, notus fiet angulus H G I, quare, cum in triangulo H G I noti sint anguli, notaque sit basis H I ex hypothesi, cum sit data cortina, etiam lateris G I quantitas consurget per ratiocinium triangulorum, at quia cortina H I posita est parallela lateri polygoni exterioris B C, angulus L C G æqualis erit angulo G H I per prop.29 lib.pri.Eucl: eademque ratione angulus C L G erit æqualis angulo H I G, & angulus L G C æqualis est angulo H G I, per prop.15 lib.pri.Eucl.cum sint anguli ad verticem, in triangulo igitur L G C omnes anguli noti erunt, & latus L C prodibit subtrahendo dimidium cortinæ N I à dimidio lateris polygoni M C, cum enim cortina sit ex constructione parallela lateri polygoni, & recta G I perpendicularis ipsi H I, si producatur I G usque ad L in latere polygoni exterioris

existen-

existente, erit recta I L perpendicularis etiam ipsi B C, quod si ex medietate lateris polygoni exterioris M ducatur normalis MN, orthogonaliter cadens super medietatem cortinæ N, erit parallela ipsi L I, quare duæ lineæ M L, N I conjungentes duas priores erunt inter se æquales per prop: 33 lib. pri. Eucl. cumque M C composita sit ex rectis M L, & L C, si subducatur recta M L æqualis dimidio cortinæ N I, remanebit recta L C; in triangulo igitur L G C, præter angulos, notum erit latus L C, quare per ratiocinium triangulorum etiam hypothenusa G C, seu facies innotescet, quæ omnia ex operatione infra posita melius apparebunt.

Operatio.

SUpponatur itaque polygonum esse quadratum sitque B C pedum 750, angulus H C E, seu dimidium anguli propugnaculi quadrati grad: 30, erit angulus defensionis interior C H E grad. 15 supponaturque cortina H I pedum 300; his præcognitis ut ala G I innotescat, fiat ut sinus totus ad latus HI pedum 300, ita 26794 tangens anguli G H I grad: 15 ad latus G I, quod invenietur pedum 80.3.8.2, sublata autem medietate cortinæ N I pedum 150 à medietate lateris polygoni M C pedum 375, recta L C consurget pedum 225; in triangulo igitur L G C, cum noti sint anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus L C, ut hypothenusa G C innotescat, fiat ut sinus totus ad latus L C, pedum 225, ita 386370 secans anguli L G C grad. 75 ad hypothenusam, seu faciem G C, quæ invenietur pedum 232.

Conclusio.

NOn semper itaque necesse est quod cortina sit in proportione dupla faciei, nec quod linea defensionis stringentis sit major eadem cortina, vel in medietate ejusdem terminetur; clare enim patet, quod facies esse potest major dimidio cortinæ, & linea defensionis stringentis æqualis eidem cortinæ, & intra ipsius medietatem cadere potest, quod si facies fieret æqualis etiam duobus tertijs cortinæ, & linea defensionis figentis ultra medietatem cortinæ extenderetur, ut aliqui faciunt, munimenta subsistere possent, quarum constructionem prætermittimus brevitatis causa, cum in calculandis lineis eædem operationes instituendæ, eademque trian-

gula consideranda sint, sic angulus propugnaculi diversimodè construi potest; quare hoc animadvertendum est in munimentis construendis, ne linea defensionis figentis ultra ictum bombardæ manualis extendatur, cæteræque lineæ sint, quam fieri potest, amplæ, & ita inter se correspondentes, ut omnes partes defendi possint. Pro munimentis vero delineandis statuere oportet angulum propugnaculi alicujus quantitatis ex ipso enim cæteri anguli consurgunt, sic aliquam proportionem inter cortinam & faciem ex ipsis enim, sive veris, sive suppositis cæteræ lineæ innotescunt, quæ inventæ poterunt augeri, & minui pro ut opus erit.

Annotatio circa linearum, & angulorum variationem.

CUm tam lineæ, quam anguli variationem semper subeant, sive propter differentiam polygonorum, sive propter varios muniendi modos, dum linea quædam, vel angulus aliquis augetur, aut minuitur, alteratio aliqua, & in lineis, & in angulis conspicitur, quæ aliquando melius, aliquando deterius munimentum reddit; quare si quis cognoverit, quænam futura sit, ad unius partis mutationem, cæterarum munimenti partium variatio, multa commoda inde exaurire, multaque incommoda evitare poterit, ideoque sequentia nostra theoremata, quæ circa variationem linearum, & angulorum variationem versantur, huic operi inserere voluimus, cum haud spernendæ utilitatis ea fore existimamus.

Si à puncto, in quo coeunt facies, & ala propugnaculi, ducatur quædam recta linea usque ad capitalem, quæ cadat infra faciem, angulus, quem faciet dicta linea cum capitale erit major dimidio anguli propugnaculi, & è contra.

Prop: XXVIII. Theor.

Figura XV. SIt facies GO ala GD, & capitalis OE erit dimidium anguli propugnaculi GOE, à puncto vero G, in quo coeunt facies GO, & ala GD, ducatur recta GF usque ad capitalem OE, ita ut fiat

fiat angulus GFE; his peractis, prædictus angulus major erit angulo GOF, seu dimidio anguli propugnaculi. Cum enim angulus GFE, respectu angulorum existentium in triangulo OGF, sit angulus externus, per pr:16 lib: pri: Eucl: erit major angulo GOE, seu dimidio anguli propugnaculi, ex quo etiam sequitur quod si illa linea, quæ ducta fuerit à puncto, in quo facies & ala propugnaculi coeunt, ad capitalem, ut GF, efficiet cum eadem capitale angulum GFE majorem angulo GOE, ipsa linea cadet infra faciem, nempe intra triangulum PGO, quod etiam cognosci poterit ex prop:21 lib.pri.Eucl.

Si à puncto, in quo coeunt facies, & capitalis, ducatur quædam recta linea ad partes alæ propugnaculi supra faciem, producaturque ala quousque ipsam tangat, angulus supradictæ lineæ, & alæ productæ erit minor angulo alæ & faciei.

Prop. XXIX. Theorema.

Sit facies GQ, & capitalis FG coeuntes in puncto G, à quo ducatur recta GO supra faciem GQ, producaturque ala EQ, quousque occurrat prædictæ lineæ, à qua terminetur in puncto O; his peractis angulus GOE erit minor angulo GQE; Cum enim angulus GQE, respectu angulorum existentium in triangulo OQG, sit externus erit major angulo interno, & opposito GOQ per prop: 16 lib. pri. Eucl. qui efficitur à linea GO, & ala producta EO. Figura XIV.

Quo magis augetur angulus propugnaculi eo minor fit facies, dum latus polygoni interioris, & cortina eosdem terminos retineant.

Propl. XXX. Theorema.

Sit angulus propugnaculi QGQ, facies QG, & ala propugnaculi QE, erit dimidium anguli propugnaculi QGF, cum totus angulus propugnaculi bifariam dividatur à capitali GF, quem Figura XIV.

augendo, facies fiet minor. Fiat itaque primò angulus OGI major angulo QGI, ducendo à puncto G, in quo capitalis FG, & facies QG coeunt, rectam GO supra faciem GQ producaturque ala QG usque in punctum O, ita ut fiat triangulum GOQ, productaque recta GQ usque in C, & GO, usque in B, orientur duo triangula QCE, OBE, in quibus angulus CQE erit minor recto, sic etiam angulus BOE, si enim angulus externus QEF erit rectus angulus internus, & oppositus CQE erit minor recto, & eo magis si angulus QEF erit minor recto, per prop: 16 lib: pri: Eucl. eademque ratione angulus BOE erit minor recto, cumque duo anguli BOE, EOG sint æquales duobus rectis, per prop 3 lib. pri. Eucl: angulus EOG erit major recto, angulus vero OQG erit minor recto, cum sit æqualis angulo CQE, per prop. 15 lib. pri. Eucl: quare angulus QOG erit major angulo OQG, ideoque latus QG, majorem angulum subtendens, majus erit latere OG, facies igitur OG quæ oritur, ex angulo majore OGF, erit minor facie QG, quæ oritur ex angulo minore QGF.

Figura XV. Fiat secundo angulus GFE major angulo GOE ducendo à puncto G, in quo facies, & ala propugnaculi coeunt, rectam GF infra faciem GO, producaturque recta FG usque in V, ita ut fiat triangulum GVD, in quo angulus VGD erit minor recto, cum enim duo anguli GDV, VGD sint minores duobus rectis, per prop. 17 lib. pri. Eucl: & angulus GDV esse debeat ex constructione, vel rectus, vel obtusus angulus VGD erit minor recto, ex quo sequitur, quod angulus DGF sit major recto, cum duo anguli VGD, DGF sint æquales duobus rectis, ut supra dictum est, cumque duo anguli PGF, PFG sint minores duobus rectis, per prop: superius citatam, & angulus PGF, sit major recto, angulus PFG erit minor recto, ex quo sequitur, quod angulus GFO, in triangulo FGO, sit obtusus, & per consequens omnium maximus, quare etiam latus GO ipsum subtendens erit omnium laterum maximum; quo magis igitur augebitur angulus propugnaculi eo minor fiet facies, quod intelligendum est, dum latus polygoni interioris, & cortina eosdem terminos retinent.

* * *

Quo

Quo magis augetur angulus propugnaculi, eadem manente quantitate lineæ colli, & capitalis, eo major evadit ala propugnaculi.

Prop. XXXI. Theorema.

SIt QGQ angulus propugnaculi, erit QGF ejus dimidium, eritque FG capitali, QG facies, EF linea colli, QE ala propugnaculi, quæ fiet eo minor, quo major evadet angulus propugnaculi, eadem tamen manente quantitate lineæ colli, & capitalis; si enim augebitur angulus QGF, addendo ipsi angulum OGQ, ita ut fiat angulus OGF major angulo QGF, recta GO ducenda erit extra triangulum GQI, quare ad hoc, ut ala, & facies coeant in eodem puncto, producenda erit recta EQ usque in O, & sic ala propugnaculi fiet major. Figura XIV.

Quo major fiet angulus propugnaculi ijsdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, & capitalis, eo major evadet linea defensionis stringentis.

Prop: XXXII. Theor.

SIt linea defensionis stringentis GC & capitalis GF erit CGF dimidium anguli propugnaculi, qui quo major fiet eo magis crescet linea defensionis stringentis. Fiat angulus BGF major angulo CGF, ducendo rectam GB extra triangulum CGF, quæ terminetur à cortina AE, & cum recta GC faciat angulum BGC. Quoniam ab eodem puncto G ductæ sunt ad cortinam AE duæ rectæ GC, CB constituentes angulum CGB, terminabunt in diversis punctis, nempe B, & C, quæ cum connectantur à portione cortinę BC, factum erit triangulum GBC, in quo angulus GCB erit major recto, cum sit angulus defensionis exterior, ideoque omnium angulorum in dicto triangulo existentium erit maximus, quare etiam latus GB prædictum angulum subtendens erit major latere GC, quod minorem angulum subtendit, quare linea defensionis stringentis GC, efficiens angulum minorem, Figura XIV.

G 3 CGF

CGF minor erit linea BG, quæ angulum majorem BGF efficit.

Quo major fit angulus propugnaculi, ijsdem manentibus terminis lateris polygoni interioris, & cortinæ, eo minor evadit ala cortinæ.

Prop. XXXIII. Theor.

Figura XIV. SIt primò angulus CGF minor angulo BGF, ducta recta GB extra triangulum CGF, etiam ala cortinæ AB, respondens angulo majori, minor erit ala cortinæ respondenti angulo minori, nempe recta AC, si enim producatur recta GC usque in e, ita ut fiat æqualis ipsi GB (quæ per prop: antecedentem major est ipsi GC) constructa erunt duo triangula GeF, FGB mediante recta eF, cumque latus Ge ex constructione sit æquale lateri GB, & latus GF sit commune duobus triangulus GeF, GBF, prædicta duo triangula habebunt duo latera duobus lateribus ęqualia utrumque utrique, angulus vero sub æqualibus lateribus contentus unius trianguli major erit angulo alterius trianguli, quare, per prop: 24 lib: pri: Eucl. etiam basis Fe minor erit basi BF, cumque angulus eCF trianguli FCe æqualis sit angulo BCG per prop: 15 lib. pri. Eucl: seu angulo defensionis exteriori erit major recto, omniumque maximus, quare latus Fe ipsum subtendens erit majus latere CE, sed latus BF majus est latere Fe ut ex dictis patet, ideoque multo majus erit latere CF, quare alæ cortinæ AC ablata erit portio BC augendo angulum propugnaculi, quare quo major fiet angulus propugnaculi eo mioor evadet ala cortinæ.

Figura XV. Fiat secundo angulus GFE major angulo GOE in figura 15 producanturque rectæ OG, FG ad cortinam usque; Quoniam duæ rectæ non possunt habere unum, & idem segmentum commune per axioma 13. lib. pri. Eucl: linea FV habebit segmentum GV diversum à segmento GX lineæ OX, & sic terminabunt in diversis punctis, nempe V, & X, orienturque duo triangula GVD, GXD, quorum angulus VGD major erit angulo XGD, cum comprehendat duos angulos XGD, VGX, quare recta GX dividens angulũ VGD intersecabit basim VD, & sic latus XD minor erit latere VD, ex quo sequitur, per ea, quę superius dicta sunt, quod ala

ala cortinæ BV minor sit ala cortinæ XD, augendo igitur angulum propugnaculi minuetur ala cortinæ quoquo modo fiat.

Quo magis minuitur angulus propugnaculi, eadem manente quantitate alæ cortinæ, ijsdem manentibus terminis cortinæ, & lateris polygoni interioris, eo major fit ala propugnaculi.

Prop. XXXIV. Theor.

SIt angulus propugnaculi FEN, sitque KE linea defensionis stringentis erit KI ala cortinæ, & GF ala propugnaculi; ut vero angulus propugnaculi fiat minor eadem manente ala cortinæ KI, duci debet à puncto K recta quædam linea extra triangulum EKN, quæ cum recta NM faciat angulum KMN, qui erit minor angulo KEN, seu FEN, cum enim recta KM ducta sit extra triangulum EKN, angulus KMN erit internus, ideoque minor angulo externo, & opposito KEN, per prop:16 lib:pri:Eucl: ex quo sequitur quod linea KM cadere non possit intra triangulum KEN, nam cum capitale efficeret angulum externum, qui esset esset major angulo KEN, ad hoc itaque ut dimidiũ anguli propugnaculi fiat minor, recta KM ducenda est extra triangulũ KEN, ad quam, cum terminare debeat ala propugnaculi producenda est recta GF quousque eam tangat in puncto L, & sic ala propugnaculi augebitur, quo minor igitur fiet angulus propugnaculi, &c. eo major evadet ala propugnaculi. Figura XIX.

In omnibus munimentis potest dari angulus propugnaculi rectus excepto quadrato.

Prop: XXV. Theor.

POnatur si fieri potest angulus propugnaculi in quadrato grad: 90, sitque Dd latus quadrati, erit ADC dimidium anguli gr: 45, cumque angulus propugnaculi positus sit grad: 90 erit ejus dimidium, nempe angulus APK grad: 45, ideoque erit æqualis andulo ADC, quare linea HA, cadens super rectas DC, PK efficiet duos angulos ADC, & APK inter se æquales, & sic duæ lineæ Figura I.

DC,

DC, & PK, seu P p erunt parallelæ per prop: 28 lib: pri: Eucl. nec unquam angulum efficere poterunt, quare punctū B non respiciet punctum h, & sic facies propugnaculorum non poterunt defendi; angulus igitur propugnaculi in quadrato non potest fieri rectus, seu grad: 90.

Figura XX. In cæteris vero polygonis potest dari angulus propugnaculi rectus, ut in figura 20 apparet, cum enim angulus polygoni in figuris multilateris sit major recto, dimidium anguli polygoni K I B erit major semirecto, ideoque major angulo I C D, qui ponitur semirectus. quare duæ rectæ I A, C D esse non poterunt parallelæ, at quia per prop: 29 lib: pri: Eucl: in parallelas rectas lineas recta incidens linea efficit duos angulos internos, & ad easdem partes æquales duobus rectis, angulus vero D C I minor est angulo A I K, duo anguli A I C, D C I minores erunt duobus rectis, quare si producatur recta C D ad partes D B per axioma 11 lib: pri: Eucl: intersecabit rectam H I in puncto A, & sic prædictum punctum A respiciet punctum C, ex quo sequitur quod facies possit defendi, quare in omnibus munimentis excepto quadrato poterit dari angulus propugnaculi rectus.

Si in dodecagono angulus propugnaculi erit grad: 90, facies erit æqualis dimidio cortinæ, & ala propugnaculi, erit æqualis dimidio faciei; linea defensionis stringentis erit æqualis cortinæ.

Prop: XXXVI. Theor.

Figura XIII. Sit angulus propugnaculi in dodecagono grad: 90 erit ejus dimidium seu angulus C A K prad. 45, quibus ablatis à gradibus 75 nempe dimidio anguli polygoni prodibit per prop: 6 hujus libri, angulus defensionis interior C D G grad: 30; sitque facies C A æqualis dimidio cortinæ L H, & ala propugnaculi C H æqualis dimidio faciei C A, quæ perpendiculariter cadat super rectam L H, producaturque facies A C ad cortinam usque, & consurget linea defensionis stringentis A I, quæ erit æqualis cortinæ A I. Cum enim in triangulo C I H sinus anguli C I H, seu grad: 30 sit 50000 partium, quarum sinus totus est 100000, erit idem sinus totus, seu sinus anguli recti ex constructione C H I in dupla proportione sinus anguli C I H, sed ex doctrina triangulorum, ut se habet sinus

totus

totus ad sinum anguli C I H, ita se habet hypothenusa C I ad latus C H, erit igitur C I dupla ipsius C H, at ejusdem C H ex constru- structione dupla etiam ipsa A C est, quare per axioma 6 lib. pri. Eucl: duæ rectæ A C, C I sunt inter se æquales, sed A C est æqualis dimidio L H, erit igitur tota A I, nempe linea defensionis stringentis æqualis cortinæ L H.

Quo magis augetur facies eo minor fit ala propugnaculi ijsdem manentibus terminis lineæ defensionis stringentis, & lateris polygoni interioris, & capitalis.

Prop. XXXVII. Theor.

SIt facies Q G, linea defensionis stringentis G C, & ala propugnaculi Q E, quæ eo minor fiet, quo magis crescet facies, dum linea defensionis stringentis, latus polygoni interioris, & capitalis eosdem retineant terminos. Producatur itaque facies G Q usque in N, sitque recta G N facies propugnaculi aucta per additionem portionis N Q, & à puncto N ad rectam A E ducatur perpendicularis N D parallela ipsi Q E (quod si recta Q E faceret angulos obliquos cum recta A E, etiam recta N D ducenda esset ad angulos obliquos,) eritque eadem N D ala respondens faciei N G, cum punctum N sit terminus communis prædictarum duarum linearum, quarum G N est portio lineæ defensionis stringentis G C, recta vero N D inter lineam defensionis stringentis, & portionem lateris polygoni C D includitur; his peractis consideranda erunt duo triangula Q C E, N C D, quæ erunt æquiangula, duo enim anguli C Q E, C E Q erunt æquales duobus angulis C N D, C D N cum duæ lineæ Q E, N D sint parallelæ, & angulus N C D, seu Q C E erit communis, quare sicut se habet latus C N trianguli C N D ad latus C Q trianguli C Q E, ita se habebit, per prop: 4 lib. 6. Eucl: latus D N ad latus Q E, latera enim C N, N D, & C Q, Q E sunt circa æquales angulos C N D, C Q E, sed latus C N minus est latere C Q, nam C N est portio ejusdem C Q, erit igitur latus N D minus latere Q E, cumque sit Q E ala respondens minori faciei G Q, & N D ala respondens majori faciei G N, sequitur quod aucta facie ala propugnaculi fiat minor, &c. Figura XIV.

Quo magis augetur facies ijsdem manentibus terminis lineæ defensionis stringentis, lateris polygoni interioris, & capitalis, eo minuitur cortina.

Prop. XXXVIII. Theor.

Figura XIV. Sit facies propugnaculi G Q, quæ producatur usque in N, ut supra, dimidium vero cortinæ respondens faciei G Q sit C E, super quod cadat N D ala respondens faciei G N, erit C D dimidium cortinæ respondens faciei G N, terminatur enim ab ala N D; cumque C D se habeat ad C E, ut N D ad Q E, cum sint latera triangulorum æquiangulorum, ut in antecedenti propositione demonstratum est, & sint circa æquales angulos, latus autem N D sit minus latere Q E, erit etiam C D dimidium secundæ cortinæ minus C E dimidio primæ cortinæ, & per consequens tota secunda cortina erit minor prima cortina, quo magis igitur augetur facies, &c. eo minuitur cortina.

Quo major fit ala propugnaculi manentibus ijsdem angulis, ijsdemque terminis lineæ defensionis stringentis, & lateris polygoni interioris eo minor fit facies.

Prop. XXXIX. Theor.

Figura XIV. Sit ala propugnaculi N D, & facies N G, quæ fiet minor quo major evadet eadem ala propugnaculi, dum omnes anguli retineant eamdem quantitatem, & tam linea defensionis stringentis, quam latus polygoni interioris retineat eosdem terminos. Producatur facies G N usque ad cortinam A D, quam tangat linea G C in puncto C, erit eadem G C linea defensionis stringentis, cujus portio C N, quæ est excessus supra faciem, connectens alam D N, & portionem cortinæ C D, constituet triangulum N C D; sitque Q E ala major recta N D, quæ cum terminetur à rectis C Q, C E, factum erit triangulum Q C E, cumque duæ rectæ N D, Q E esse debeant parallelæ, duo triangula C N D, C Q E erunt æquiangula, quare

ita

ita se habebit hypothenusa C Q trianguli C Q E ad hypothenusam C N trianguli C N D, ut se habet latus Q E ad latus N D, per prop: 4 lib: 6 Eucl: sed latus Q E ex constructione majus est latere N D, erit igitur etiam hypothenusa C Q major hypothenusa C N, quare à recta G C si auferatur portio Q C, remanebit portio G Q minor quam si ab ipsa auferatur portio N C, cumque ala major respondeat faciei minori, quo major fiet ala propugnaculi, &c. eo minor evadet facies, quod etiam eveniet si ala propugnaculi faciat angulos obtusus cum cortina, eadem enim est ratio.

Quo magis augetur ala propugnaculi, ijsdem manentibus angulis, ijsdemque terminis faciei, eo minor fit linea colli.

Prop. XL. Theor.

Sit ala propugnaculi Q E, facies Q G, capitalis G F, linea colli E F, quæ eo minor evadet quo major fiet ala propugnaculi, ijsdem tamen manentibus angulis, nec non terminis faciei. Producatur capitalis G F ut cumque, sitque G P pars quædam radij ad quam usque producatur ala Q E, termineturque recta Q I ab eadem G P in puncto I, in linea vero Q I accipiatur quædam portio Q K tantæ magnitudinis, quantæ esse debet ala major recta Q E, & per punctum K, terminum ejusdem alę, ducatur latus polygoni R H terminatum à duobus radijs in punctis R, & H, parallelum lateri A F, secans rectam E I in duas partes E K, K I, eritque E F linea colli in latere polygoni A F, correspondens alæ minori Q E, & K H linea colli in latere polygoni R H, correspondens alæ majori Q K. Quoniam duę lineæ E F, K H sunt parallelæ (sunt enim portiones duarum linearum A F, R H, quæ ex constructione sunt parallelæ) duo triangula E I F, & K I H erunt æquiangula, quare per prop: superius citatam, uti se habebit latus I K ad latus I E, ita se habebit latus K H ad latus E F, (sunt enim latera circa æquales angulos,) latus autem I K minus est latere E I per axiom. 9 lib. pri: Eucl: erit igitur latus K H, seu linea colli correspondens alæ productæ Q K, minus latere E F, seu linea colli correspondente alæ Q E non productæ, quare quo magis augetur ala propugnaculi, &c. eo minor fit linea colli. Figura XIV.

 Quo

Quo magis augetur ala propugnaculi eo magis augetur linea defensionis stringentis, dum eadem ala retineat eundem terminum, vel in latere polygoni interioris, vel in linea defensionis stringentis.

Prop. XLI. Theor.

Figura XIV. SIt linea defensionis stringentis G C, ala vero propugnaculi Q E, qua aucta, linea defensionis stringentis augebitur. Producatur primò ala E Q extra triangulum G C E, sitque E O ala propugnaculi producta, à puncto vero G per punctum O ducatur recta G B terminans in cortina in puncto B; Quoniam recta G B ducta est per punctum O existens extra triangulum G C F etiam eadem linea erit extra prædictum triangulum, quæ cum terminetur à cortina erit major recta G C per prop. 32 hujus libri.

sit secundò in figura 19 E H linea defensionis stringentis recta G O ala propugnaculi, quæ producatur in L, sitque G L ala propugnaculi producta, per cujus terminum L ducatur recta K M parallela ipsi E H, producaturque capitalis N E in M, ita ut duæ rectæ K M, N M coeant in puncto M, & factum erit triangulum M K N æquiangulum triangulo E H N propter duas parallelas H E, K M, quare ita se habebit latus H E ad latus K M, ut se habet latus N E ad latus N M, latus vero M N ex constructione majus est latere N E, erit igitur etiam latus K M, seu linea correspondens alæ productæ G F, majus latere H E, seu linea correspondenti alæ non productæ G O.

Sit tertio in eadem figura 19 recta K E linea defensionis stringentis, G F ala propugnaculi, quæ producatur in L, deinde à puncto K per punctum L ducatur recta K M, quæ cum recta K E efficiat angulum M K E, producaturque capitalis N E in M, factumque erit triangulum M K E, in quo, cum angulus M E K sit major angulo K N E per prop: 16 lib: pri: Eucl: angulus vero K N E sit major recto, cum sit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, etiam angulus K E M major erit recto, & ideo omnium maximus in prædicto triangulo, quare latus K M ipsum subtendens, seu linea correspondens alæ productæ G L, majus erit la-

tere

tere K E, seu linea correspondente alæ non productæ GF, per prop: 18 lib: pri: Eucl.

Sit quartò in figura 14 ala propugnaculi QE, quæ producatur infra latus polygoni Æ F in puncto K, per quod ducatur recta R H parallela ipsi Æ F, sitque QK ala propugnaculi producta erit R H latus polygoni ipsi correspondens, in quo terminare debet linea defensionis stringentis, cumque prædictum latus sit infra latus Æ F ex constructione ad hoc ut ipsum tangat, linea defensionis stringentis producenda erit in L, & sic fiet major, quo magis igitur augetur ala prop: quomodocumque hoc fiat, eo magis augetur linea defensionis striingentis, dum, &c.

Ala propugnaculi quo majorem efficit angulum externum cum cortina eo fit major.

Prop. XLII. Theor.

Sit A E cortina, C I facies propugnaculi, à cujus termino C ducantur tres lineæ, nempe C E, quæ cum cortina faciat angulum rectum C E A, C D, quæ faciat angulum C D A majorem recto, & C B, quæ faciat angulum C B A majorem angulo C D A; his peractis si statuatur ala in recta C D, major erit quam si statuatur in linea C E, & si statuatur in C B major erit quam si statuatur in C D. Quoniam tres lineæ C D, D E, E C constituunt triangulum C D E, & angulus C E D ex constructione est rectus, prædictum triangulum erit rectangulum, & C D erit hypothenusa, cum subtendat angulum C E D, qui ex constructione est rectus. quæ cum major sit lateribus erit major recta C E, & quia duæ rectę C B, D C connectuntur à recta B D, consurgit triangulum C B D, in quo angulus C D B ex constructione ma or est recto, quare latus C B, ipsum subtendens, majus erit cæteris lateribus seorsim sumptis, erit igitur recta C B major recta C D, & per consequens etiam recta C E, ideoque ala propugnaculi quo majorem angulum externum efficit cum cortina, eo est major. Figura XVI.

Cortina eo magis augetur quo magis augetur latus polygoni interioris, eadem manente linea colli.

Prop. XLIII. Thor.

Figura XV. Sit cortina D R, & linea colli hinc inde R A, & D E, latusque polygoni interioris A E, quod si augebitur eadem manente quantitate lineæ colli, cortina fiet major. Si enim addatur lineæ A E recta S A, erit S E latus polygoni interioris majus latere A E, à quo si abscindatur recta S T æqualis ipsi D E pro linea colli, remanebit cortina T D major ipsa R D; Cortina igitur eò magis augetur, quò magis augetur latus polygoni interioris, eadem manente quantitate lineæ colli.

Cortina eo magis augetur, quo minuitur facies propugnaculi, eodem manente angulo propugnaculi, & latere polygoni interioris.

Prop. XLIV. Theor.

Figura XIV. Sit dimidium cortinæ C D, ala propugnaculi D N, & facies N G, à qua abscindatur portio Q N, ita ut fiat G Q facies minor ipsa G N, & recta C Q major recta C N, à puncto vero Q ducatur recta Q E parallela ipsi N D; his peractis cortina augebitur, orientur enim duo triangula, sive sint rectangula, sive obliquangula C N D, C Q E, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas N D, Q E, quare ita se habebit latus C E ad latus C D, ut latus C Q ad latus C N, latus autem C Q ex constructione majus est latere C N erit igitur etiam latus C E majus latere C D, ideoque dimidium cortinæ augebitur, & per consequens tota cortina.

Quo magis augetur linea colli eadem manente ala propugnaculi, iisdemque manentibus angulis eo major fit capitalis, & facies.

Prop. XLV. Theor.

Figura XVI. Sit F I capitalis, C I facies, C I F angulus propugnaculi, C E ala ejusdem propugnaculi, E F linea colli, qua producta eodem ma-

manente angulo propugnaculi, eademque manente ala augebitur tam capitalis, quam facies. Producatur facies I C usque ad latus polygoni A F, à quo terminetur in puncto M, ita ut fiat triangulum I M F, lineaque colli E F producatur usque ad punctum G, per quod ducatur recta O H, faciens cum recta A G angulum A G H æqualem angulo A F I, productaque recta M I ad rectam H O quousque simul coeant in puncto H factum erit triangulum M H G; Quoniam duo anguli M F I, M G H sunt æquales, & angulus I M F, seu H M G est communis ex constructione, duo triangula I M F, H M G erunt similia, quare ita se habebit latus M H, ad latus M I, & latus H G ad latus I F, ut se habet latus M G ad latus M F, cum autem latus M G ex constructione sit majus latere M F erit etiam latus G H majus latere F I, & latus M H majus latere M I, quare ablata communi linea C M, remanebit facies C H major facie C I, quo magis igitur augetur linea colli eadem manente ala propugnaculi, ijsdemque manentibus angulis, eo major fit capitalis, & facies.

Quò magis augetur capitalis, eodem manente angulo propugnaculi, eademque manente facie, eò minor fit linea colli.

Prop. XLVI. Theor.

Sit F G capitalis, G Q facies, Q E ala propugnaculi, erit E F linea colli, & angulus Q G F erit dimidium anguli propugnaculi, qui cum debeat retinere eamdem quantitatem, eadem manente facie G Q, ad hoc ut capitalis augeatur producenda est linea G F versus H, nam si produceretur ad partes G, vel angulus propugnaculi variationē subiret, vel facies, ex linea igitur G I abscindi debet portio G H, quæ major sit linea G F composita ex recta G F, & adjuncta F H, qua ablata à recta I F, remanebit recta I H minor ipsa I F; à puncto vero H ducatur recta H R parallela ipsi Æ F, quæ intersecans lineam Q I in puncto K constrituet triangulum I K H, cumque duæ rectæ E F, K H sint ex constructione parallelæ duo triangula E F I, K H I erunt æquiangula, quare ita se habebit latus K H ad latus E F, ut se habet latus I H ad latus I F, per prop: 4 lib: 6 Eucl: latus vero I H minus est latere I F ex constructione, erit igitur etiam latus

Figura XIV.

latus KH minus latere EF, ideoque linea colli eo fiet minor quò augebitur capitalis, eodem manente angulo propugnaculi, eademque manente facie.

Quò magis augetur capitalis & facies, eadem manente linea colli, & ala propugnaculi, eò minor fit angulus propugnaculi.

Prop. XLVII. Theor.

Figura XV. Sit ala propugnaculi GD, linea colli DE, quæ retinere debent eamdem quantitatem, eosdemque terminos, producaturque capitalis EF ad punctum O usque, ad quod à puncto G ducatur recta GO, quæ erit facies, eritque punctum G terminus communis alæ & faciei, & angulus GOE erit dimidium anguli propugnaculi, qui erit minor angulo GFE. Quoniam prima capitalis EF producta est in O, in quo coeunt capitalis EO, & facies GO, recta GF cadet infra rectam GO, cumque eadem linea GF ducta sit à puncto G termino alæ, & faciei ad capitalem infra faciem GO angulus GFE major erit angulo GOE; quo magis igitur augetur capitalis & facies, eadem manente linea colli, & ala propugnaculi, eo minor fit angulus propugnaculi.

Quo magis producitur capitalis, & ala propugnaculi, eadem manente linea colli, eodemque manente angulo propugnaculi, eo major fit facies, quæ erit minori parallela.

Prop. XLVIII. Theor.

Figura XVII. Sit capitalis DE, ala propugnaculi CF, facies FE, erit CD linea colli, & angulus FED dimidium anguli propugnaculi, quo eodem manente, invariata longitudine lineæ colli, si producatur capitalis, & ala propugnaculi, etiam facies augetur. Producatur itaq; capitalis DE usque in H, ala vero CF usque in G, punctaque G, & H connectantur facie GH, ita ut angulus DHG sit æqualis angulo DEF, producanturque duæ rectę HD, GC quousque coeant

in

in puncto L,& factum erit triangulum G L H, quod erit simile triangulo L F E. Quoniam duo anguli F E L,& G H L ex constructione sunt æquales,& angulus F L E,seu G L H est communis duo triangula L F E, L G H erunt æquiangula, quare ita se habebit latus G H ad latus F E, ut se habet latus L H ad latus L E, at latus L H majus est latere L E,cum ipsi adddita sit portio E H, erit igitur etiam latus G H majus latere F E, ideoque si producatur capitalis, & ala propugnaculi eadem manente linea colli, eodemque manente angulo propugnaculi facies augebitur.

Quo magis augetur latus polygoni exterioris, & capitalis eo major fit facies.

Prop: XLIX. Theor.

Sit latus polygoni exterioris Y F,cui ducatur parallela,& æqualis recta L N, sitque capitalis E F, & facies ipsi correspondens recta G F,producanturque duæ rectæ E F,L N quousque coeant in puncto O, si ducatur à puncto G ad punctum O recta G O descripta erit facies prioris major. Cum enim linea Y F sit latus polygoni exterioris angulus Y F E erit æqualis dimidio anguli polygoni, quare erit minor recto,at quia recta F G cadit infra rectam Y F, angulus G F E erit minor angulo Y F E, & per consequens multo minor recto, ejus complementum igitur ad duos rectos, nempe angulus G F O erit major recto, & ideo in triangulo G F O erit omnium maximus;quare etiam latus G O ipsum subtendens erit majus latere G F, quo magis igitur augetur latus polygoni exterioris & capitalis eo major fit facies. Figura X V.

Si linea defensionis stringentis, & ala propugnaculi minuantur, etiam angulus propugnaculi fiet minor, ijsdem manentibus terminis capitalis, cortinæ & lateris polygoni interioris.

Prop: L. Theorema.

Sint duæ lineæ defensionis stringentis G B major, & G C minor, sitque recta O E ala propugnaculi major terminata à linea de- Figura X V.

fensionis stringentis majore G B in puncto O, & ala Q E sit portio ejusdem O E intersecta à linea G C in puncto Q; his positis linea G C faciet cum capitale F G angulum C G F minorem angulo B G F, quem facit linea B G cum eadem capitale F G. Quoniam linea G C minor est linea G B, & intersecat rectam O E, cadet infra lineam G B, quare dividet latus B F trianguli B F G in duas partes B C, C F, ideoque etiam angulus B C F divisus erit in duos angulos B G C, C G F, cum sit oppositus lateri B F, erit itaque angulus C G F minor angulo B G F, cum sit pars ejusdem, si igitur linea defensionis stringentis & ala minuantur, &c. dimidium anguli propugnaculi, & per consequens totus angulus propugnaculi minuetur.

Quò major sit linea defensionis stringentis, & ala propugnaculi, eò minor sit ala cortinæ eadem manente longitudine cortinæ.

Prop. LI. Theorema.

Figura XIV. Sit linea defensionis stringentis G C, & cortina A E, erit recta C A ala cortinæ, quæ eò erit minor, quò major erit linea defensionis stringentis. A puncto G ducatur recta G B extra triangulum G C F, quæ erit major recta G C, & abscindet ex cortina A E portionem B C, quæ si auferatur à recta A C, remanebit ala cortinæ A B minor ala A C.

Producatur secundò linea defensionis stringentis G C usque in punctum L per quod ducatur recta R H parallela ipsi Æ F, quæ repræsentet latus polygoni interioris respondens lineæ defensionis stringentis productæ G L, & super prædictum latus cadat ala propugnaculi Q E producta usque in K, factumque erit triangulum Q L K; Cumque duæ rectæ C E, L K sint ex constructione parallelæ duo triangula Q L K, Q C E erunt æquiangula, quare per prop:4 lib:6 Eucl: ita se habebit latus L K ad latus C E, ut latus Q L ad latus Q C, latus autem Q L ex constructione majus est latere Q C, erit igitur etiam latus L K majus latere C D, duæ autem cortinæ A E, M K ex hypothesi sunt æquales quare si ab ipsis auferantur portiones inæquales, nempe rectæ M K portio L K, & rectæ A E portio C E, quò major erit recta L K ipsius C E, eo minor erit recta

recta M L ipsius A C per ax: 19 lib. pri. Eucli: quare quò major fit linea defensionis stringentis, & ala propugnaculi eò minor fit ala cortinæ, &c.

Quò major fit capitalis, eo maior fit linea defensionis figentis.

Prop: LII. Theorema.

SIt capitalis D E, & linea defensionis figentis E B, quæ fiet major si augebitur eadem capitalis: Si enim producatur recta D E in H, ita ut D H sit capitalis producta, & à puncto H ad punctum B ducatur recta H B, hæc erit linea defensionis figentis respondens capitali D H major linea B E; Quoniam eadem linea B E cadit infra lineam B H constituet triangulum B E D, in quo cum angulus B D E sit complementum dimidij anguli polygoni, erit major recto, ex quo sequitur quod angulus B E D sit minor recto, & angulus B E H, ut pote ejus complementum ad duos rectos, sit major recto, qui hac de causa in triangulo B H E erit omnium maximus, quare etiam latus B H ipsum subtendens erit majus latere B E, quo major igitur fiet capitalis eo major fiet linea defensionis figentis. Figura XVII.

Quo magis augetur cortina, eo magis augetur linea defensionis figentis.

Prop. LIII. Theorema.

SIt cortina C B, & capitalis D H, erit linea defensionis figentis H B, at si producatur cortina C B usque in A, erit linea defensionis figentis A H major linea H B. Cum enim in triangulo H B D latus D H sit omnium minimum, erit etiam angulus H B D omnium minimus per prop. 19 lib. pri. Eucl: ideoque minor recto, quare angulus H B A erit major recto, cum sit ejus complementum ad duos rectos, & per consequens in triangulo A B H erit omnium maximus, quem cum subtendat latus A H erit etiam omnium laterum maximum, ideoque majus latere H B, quò magis igitur augetur cortina, eò magis augetur linea defensionis figentis. Figura XVII.

Quo maior fit angulus polygoni, eo minor fit linea defensionis stringentis, eodem tamen manente angulo propugnaculi, ijsdemque manentibus terminis alæ & faciei.

Prop. LIV. Theor.

Figura XIX. SIt dimidium anguli polygoni angulus A D P, linea defensionis stringentis E B, facies E O, ala propugnaculi O C; his positis quo major fiet dimidium anguli polygoni, & per consequens angulus polygoni, linea defensionis stringentis eo fiet minor. Ducatur itaque per punctum C recta I N intersecans lineam A D in eodem puncto C, quæ cum portione radij N P faciat angulum I N P majorem angulo A D P, ad partes autem N cadat infra lineam AD, ad partes I remanebit supra prædictam lineam, ideoque intersecabit triangulum O C B, ejusque latus O B dividet in duas partes O H, H B, quare linea O H minor erit linea O B, cum sit pars ejusdem, at si addatur communis facies E O fiet linea E H minor linea E B, cumque linea E H sit linea defensionis stringentis correspondens angulo majori I N P, & linea C B sit linea defensionis stringentis correspondens angulo minori A D P, sequitur quod linea defensionis stringentis eo fit minor, quo major fit angulus polygoni, &c.

In munimentis rectangulis, quo major fit angulus polygoni, & minuitur linea defensionis stringentis ijsdem manentibus terminis faciei, eodemque manente angulo propugnaculi eo minor fit ala propugnaculi.

Prop. LV. Theor.

Figura XIX. SIt dimidium anguli polygoni A D P, & dimidium anguli propugnaculi O E C, erit facies E O, ala propugnaculi O C, & angulus alæ & cortinæ O C B, qui erit rectus per ea, quæ dicta sunt in isagoge; his positis per punctum C ducatur recta I N, quæ cum portione radij D P faciat angulum I N P majorem angulo B D P, ad quam à puncto O ducatur perpendicularis O G, factumque

erit

erit triangulum O G C, in quo angulus O G C erit omnium maximus, cum sit ex constructione rectus, ideoque latus O C ipsum subtendens erit majus latere O G, cum sit omnium laterum maximum, latus autem O C repræsentat alam correspondentem angulo polygoni minori, & latus O G alam correspondentem angulo majori, quare quo majus erit dimidium anguli polygoni, & per consequens quo magis augebitur angulus polygoni, &c. eo minor erit ala propugnaculi.

Quo major erit angulus polygoni, & ala propugnaculi eo major erit linea defensionis stringentis, eadem manente quantitate cortinæ, & faciei in munimento rectangulo.

Prop. LVI. Theor.

SIt cortina I G æqualis cortinæ A C, in quarum medietatibus K, & B cadant duæ lineæ defensionis stringentis Q K, E B, sitque dimidium anguli polygoni P N G majus angulo P D C, & ala propugnaculi F G major sit ala O C; his positis etiam linea defensionis stringentis Q K major erit linea E B; Cum enim duo triangula O B C, F K G ex constructione sint rectangula, quadrata laterum B C, O C simul sumpta æquantur quadrato hypothenusæ O B per prop: 47 lib: pri: Eucl: eademque ratione quadrata duorum laterum K G, F G æquantur quadrato hypothenusæ F K, quadratum vero lateris B C æquale est quadrato lateris K G per prop: 36 lib: pri: Eucl: (sunt enim ambo super æqualibus basibus constituta) at quadratum lateris F G majus est lateris O C quadrato, cum latus F G ex constructione majus sit latere O C, ideoque quadrata duorum laterum K G, K F simul sumpta majora erunt quadratis duorum laterum B C, C O simul sumptis; quare quadratum lateris K F, æquale quadratis duorum laterum K G, G F, majus erit quadrato lateris B O, æquale quadratis laterum B C, C O, & K F latus majoris quadrati majus erit B O latere minoris quadrati, quod si rectis K F, B O addantur æquales lineæ, nempe facies F Q, O E consurget linea K Q major linea B E; quo major igitur erit linea defensionis stringentis, &c. Figura XIX.

 Quo

Quo magis augetur latus polygoni eo magis augetur radius eodem manente angulo centri.

Prop. LVII. Theor.

Figura XVIII. SIt latus polygoni CD, duoque radij C E, D E concurrentes ambo in punctũ E, erit C E D angulus centri, quo eodem manente si producatur latus polygoni duo radij fient majores. Producatur itaque latus polygoni D C usque in B, sitque B D latus polygoni productum, à punctis vero B, & D ducantur duo radij B A, D A, inter se æquales concurrentes ambo in punctũ A, ita ut faciant angulum B A D æqualem angulo C E D; & factum erit triangulum B A D, quod cum habeat angulum centri B A D æqualem angulo C E D, etiam anguli A B D, A D B erunt æquales angulis E C D, E D C, cum tam anguli A B D, A D B simul sumpti, quam anguli E C D, E D C simul sumpti sint per prop: 32 lib: pri: Eucl: complementum ad duos rectos anguli B A C, & C E D, qui ex constructione sunt æquales, anguli autem A B D, A D B, nec non E C D, E D C seorsim sumpti continent dimidium prædicti complementi per prop: 5 lib. pri. Eucl: cum duo radij ex constructione sint æquales, quare duo triangula B A D, D C E erunt æquiangula, ideoque ut se habebit latus D B ad latus D C, ita se habebit latus B A ad latus C E, latus autem D B majus est ex constructione latere D C, erit igitur etiam latus B A majus latere C E, quo magis itaque augebitur latus polygoni, eo major fiet radius.

Quo minor fit angulus polygoni eadem manente quantitate lateris polygoni eo minor fit radius, & eo major fit angulus centri.

Prop. LVIII. Theor.

Figura XVIII. SIt latus polygoni B D, dimidium anguli polygoni sit angulus F D B, seu F B D, & radius B F, seu D F, qui fiet minor quo minus erit dimidium anguli polygoni, & per consequens quo minor erit angulus polygoni, eritque eo major angulus centri. Ducantur itaque à punctis B, D duo radij B A, D A coeuntes in puncto A, qui cum recta B D faciant duos angulos A B D, A D B minores duobus

busangulis FBD, FDB, prædicti duo radij interfecabunt duos angulos FBD, FDB, ideoque cadent intra triangulum BFD, quare per prop.21 lib.pri.Eucl, duæ rectæ BA, DA simul sumptæ æquales sunt duabus rectis BF, DF simul sumptis, & angulus BAD per citatam propositionem major est angulo BFD, cumque ex constructione duæ rectæ BF, DF sint inter se æquales, nec non duæ rectæ BA, DA tam recta DF, quam recta BF erit major recta BA, seu DA; quo minor igitur fit angulus polygoni, &c. eo minor fit radius, & eo major angulus centri.

In munimentis rectangulis linea defensionis stringentis cadens in medio cortinæ erit major cortina, dum facies non sit minor dimidio cortinæ.

Prop. LIX. Theorema.

CAdat BG linea defensionis stringentis in G medietatem cortinæ cD, sitque BF facies, FG vero pars lineæ defensionis stringentis, quæ cum ala propugnaculi FD perpendiculariter erecta super cortina, & dimidio ejusdem cortinæ GD, efficit triangulum rectangulum FGD, habens angulum rectum GDC; his positis tota linea GB major erit cortina cD; cum enim facies esse non debeat minor dimidio cortinæ erit FB, vel æqualis vel major ipsa CG, at FG major est recta GD, cum sit hypothenusa trianguli rectanguli FGD, quare tota GB major erit cortina cD; linea igitur defensionis stringentis cadens in medio cortinæ major erit ipsa cortina. Figura IV.

Si in dodecagono linea defensionis stringentis terminabit in medio cortinæ, & erit æqualis facies dimidio cortinæ, angulusque propugnaculi erit rectus; ala propugnaculi faciens angulum rectum cum cortina erit major dimidio faciei.

Prop. LX. Theor.

SIt facies AC æqualis dimidio cortinæ GD, lineaque defensionis stringentis DA cadat in medio cortinæ D, sitque angulus propugnaculi rectus, cujus dimidium CAK sit grad. 45; his posi- Figura XIII.

tis

tis ala propugnaculi erit minor dimidio faciei; cum enim angulus polygoni sit grad: 150, ut pote angulus dodecagoni erit angulus GKQ grad:75, cum sit ejus dimidium, à quo si subtrahatur angulus DAK ex hypothesi grad:45 consurget angulus CDG grad: 30, cumque in triangulo CGD angulus DCG sit rectus erit linea CD hypothenusa, & per consequens major linea GD, seu AC ipsi æqualis per axio: primum lib. pri. Eucl: cum vero CD se habeat ad CG, ut sinus totus ad sinum anguli CDG, prædictus vero sinus CDG sit dimidium sinus totius, etiam recta CG erit dimidium ipsius CD, & per consequens major dimidio ipsius DG, seu faciei ipsi æqualis.

Si cortina erit pedum 480, & facies sit æqualis dimidio cortinæ, lineaque defensionis stringentis non extendatur ultra medietatem cortinæ, linea defensionis figentis non perveniet ad pedes 800.

Prop. LXI. Theor.

Figura XIII. Sit polygonum dodecagonum, in quo reperietur linea defensionis stringentis maxima per, ea quæ dicta sunt in prop: 56 hujus libri, quam repræsentet recta AD terminans in medio cortinæ D, & facies propugnaculi sit AC æqualis ipsi GD, dimidio cortinæ PG, quæ ponitur pedum 480; his positis linea defensionis figentis non poterit pervenire ad pedes 800. Cum enim in triangulo rectangulo GCD notum sit latus GD ut pote dimidium cortinæ ex hypothesi pedum 240, notusque sit angulus rectus, ex constructione DGC, & angulus CDG, ut in antecedenti propositione demonstratum est, grad: 30, etiam latus CG innotescet, si fiat ut sinus totus ad 57735 tangentem anguli CDG grad: 30, ita latus GD pedum 240 ad latus CG, quod invenietur pedum 138.5.6.4, cumque in antecedenti propositione probatum sit alam esse in proportione subdupla lineæ CD erit eadem CD pedum 277.1.2.8, cui si addatur facies AC erit tota AD pedum 517.1.2.8, quibus additis pedibus 240 rectæ PD summa erit pedum 757.1.2.8, ad quam pervenire non poterit recta AP per prop: 20 lib. pri. Eucl.

Con-

Conclusio.

EX demonstratis theorematibus, omnia accidentia ferè, quæ ex variatione tam linearum, quam angulorum in munimentis oriuntur, colligi posse existimamus, quibus cognitis facile erit evitare ea, que debiliora reddere solent eadem munimenta; ex quantitate enim linearum percipietur vis, & magnitudo defensionum, quæ alterantur, dum lineæ, & anguli mutantur. Si quis itaque observaverit aliquam lineam non habere debitam quantitatem poterit ipsam vel augere, vel minuere, augendo vel minuendo alias lineas, vel angulorum quantitatem, prout opus fuerit, ut si ala propugnaculi fuerit nimis brevis eam augere poterit augendo quantitatem anguli propugnaculi, & lineæ defensionis stringentis, vel minuendo faciem, vel lineam colli si satis amplæ fuerint, sic si linea defensionis figentis erit nimis longa eam minuere poterit minuendo capitalem, vel cortinam; tali modo procedendo omnes partes munimenti reducere poterit ad eam quantitatem, quam magis aptam ad ipsum rectè muniendum cognoverit.



GEOMETRIÆ MILITARIS

LIBER SECVNDVS.

Definitiones ad munimentorum regularium duplicium, & triplicium, tam rectangulorum, quam obliquangulorum delineationem spectantes.

OMnes definitiones angulorum nec, non linearum spectantes ad delineationem munimentorum simplicium, spectant etiam ad delineationem munimentorum duplicium &, triplicium tam rectangulorum, quam obliquangulorum, quænam vero dicantur munimenta duplicia, & quæ triplicia, quæ rectangula, & quæ obliquangula in isagoge dictum est, quare paucas definitiones adijciemus.

1. Platea superior est spatium inter duas facies, & duas alas propugnaculi, inclusum.

2. Secunda platea inferior est spatium inter lineam ad partes alæ propugnaculi plateam superiorem terminantem, & lineam alæ parallelam exterius ductam, inclusum.

3. Tertia platea est spatium inter lineam exterius terminantem secundam plateam, & lineam ipsi parallem, & exterius ductam, inclusum.

4. Humerus est pars alæ progugnaculi, quæ plateas tegit.

Axio-

Axiomata.

1. Linea colli sit quam fieri potest maxima.

2. Ala propugnaculi sit quam fieri potest maxima.

3. Latitudo uniuscujusque plateæ tanta sit ut tormenta commodè aptari, & explodi possint.

4. Humerus abscondere debet unum tormentum in unaquaque platea, ita ut non possit lædi à tormentis inimicorum.

5. Linea defensionis stringentis, & figentis est eadem, cujus longitudo extendi non debet ultra ictum bombardæ manualis.

6. In munimentis tamen multorum laterum potest dari linea defensionis stringentis, & defensionis figentis diversæ longitudinis.

Annotatio.

IN demonstrandis propositionibus antecedentis libri præcipuè illis, quæ ope trigonometriæ ressolvendæ fuerunt, diffusè egimus adhoc ut memoriæ revocaremus fundamenta trigonometrica, & appareret qua ratione supputationes institutæ essent, nunc quia in sequentibus eadem triangula consideranda sunt, breviores erimus, operationesque statim demonstrabimus, citandò tantùm propositiones Euclidis, & etiam nostras ubi opus erit.

Super dato munimento quadrato simplici munimentum quadratum duplex rectangulum delineare.

Prop. I. Probl.

DEscribatur munimentum quadratum simplex per prop. 21 lib. pri. producanturque duæ lineæ defensionis stringentis quousque simul coeant, nec non alæ propugnaculorum, ita ut linea defensionis stringentis cadat in medium cortinæ, sitque CG cortina ejusdem quadrati, H E, vel V E linea defensionis stringentis, H M, vel V S facies, quæ erit æqualis dimidio cortinæ per citatam propositionem, & M G, vel S C ala propugnaculi, erit E V A, seu E H I dimidium anguli propugnaculi grad: 30 per prop. 5 lib. 1, & M E G, seu S E C angulus defensionis interior gr: 15 per prop. 6 lib. 1, angulusque E M G, seu C S D erit grad: 75 per prop. 7 lib. 1. Figura XXV.

His præcognitis ponatur cortina C G pedum 480, à qua abſcindantur duæ portiones C D, F G, quarum unaquæque ſit æqualis octavæ parti cortinæ, & ſic continebit pedes 60, tantaque erit latitudo plateæ inferioris, deinde à punctis D, & F ducantur parallelæ ipſis E H, E V duæ rectæ D W, F X, producanturque duæ capitales I W, A X quouſque cum ipſis coeant in punctis W, & X, nec non duæ alæ M G, S C donec prædictas D W, F X tangant in punctis e, f, quibus parallelæ ducantur à punctis D, & F rectæ D Y, F Z terminatæ à lineis defenſionum D W, F X in punctis Y, & Z. His peractis ut ala C f nota fiat conſiderandum eſt triangulum f C F, in quo cum noti ſint anguli, notumque ſit latus C F pedum 420, quod oritur ſubducendo pedes 60 à ped: 480 cortinæ, ut latus C f innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 26794 tangens anguli f F C ad latus f C, quod invenietur pedum 112.5.3.4, tantaque erit quantitas alæ, lineaque f F conſurget, ſi fiat ut ſinus totus ad latus C F pedum 420, ita 103527 ſecans anguli f F C grad: 15 ad hypothenuſam f F, quæ invenietur pedum 434.8.1.3, cui æqualis eſt recta D e; ut vero F Z reperiatur à puncto Z ad rectam G e ducatur recta Z r parallela ipſi F G, & conſtructum erit triangulum Z e r æquiangulum triangulo M E G per prop. 29 lib. pri. Eucli: quare in prædicto triangulo noti erunt anguli, notumque latus Z r æquale lineæ F G ped: 60, ut igitur latus, e r, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 26794 tangens anguli e Z r grad: 15 ad latus, e r, quod invenietur pedum 16.0.7.6, quibus ablatis à pedibus 112.5.3.4 rectæ G e, remanebit recta G r pedum 96.4.5.8, cui æqualis eſt recta F Z per prop: 33 lib: pri: Eucl: ipſique æqualis erit recta D Y, & ut hypothenuſa Z e conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus Z r pedum 60, ita 103527 ſecans anguli e Z r grad: 15 ad hypothenuſam Z e, quæ invenietur pedum 62.1.1.6, cui æqualis erit recta f Y. Nunc ut recta f X reperiatur ſic procedendum eſt; à puncto f ad punctum V ducatur recta f V, ita ut fiant duo triangula f V S, f V X, deinde conſideretur triangulum f V S, in quo, cum duo anguli V S f, C S E ſint ad verticem, angulus V S f erit æqualis angulo C S E, nempe grad: 75, notumque erit latus V S pedum 240, ut potè facies munimenti ſimplicis, nec non latus S f pedum 48.2.2.9, cum ſit differentia inter alam C S ped: 64.3.0.5, per prop: 8 lib: pri: & alam C f nuper inventam ped: 112.5.3.4, quare ut angulus f V S innoteſcat, fiat ut aggregatum duo-

duorum laterum V f, f S pedum 288.2.2.9 ad eorum differentiam pedum 191.7.7.1, ita 130322 tangens ſemiſummæ angulorum S f V, S V f grad: 52.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 86708, cui in canone tangentium reſpondent grad: 40. 56, qui additi ſemiſummæ conſtituunt angulum V f S grad: 93. 26, ablati vero conſtituunt angulum f V S grad: 11.34, cui æqualis eſt angulus V f X, propter duas parallelas V E, X F per prop: 29. lib. pri: Eucl: habitis angulis, ut latus V f innoteſcat, fiat ut 99820 ſinus anguli V f S grad: 93. 26 ad latus V S pedum 240, ita 96592 ſinus anguli V S f grad: 75 ad latus V f, quod invenietur pedum 232.2.3.8, quo invento conſiderandum eſt triangulum V f X, in quo noti ſunt duo anguli V X f, V f X, ut ex dictis patet, & per conſequens notus erit angulus X V f per prop: 32 lib: pri: Eucl: grad: 138.26, quare ut latus X f innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli V X f grad: 30 ad latus V f pedum 232.2.3.8, ita 66349 ſinus anguli X V f grad: 138.26 ad latus X f, quod invenietur pedum 308.1. 7.5 tantaque erit quantitas faciei reſpondentis alæ f C, dum propugnaculum non habuerit humeros, quod ſi habuerit humeros facies erit recta X Y, quæ ut conſurgat addantur pedes 62.1.1.6 rectæ f Y pedibus 308.1.7.5, & prodibit recta X Y pedum 370 2. 9.1; at ſi pedibus 434.8.1.3 rectæ f F addantur pedes 308.1.7.5 rectæ X f linea defenſionis X F prodibit pedum 742.9.8.8. Vt vero linea colli innoteſcat conſiderandum eſt triangulum A X F, in quo noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus X F, ut ex dictis patet, quare ut latus A F conſurgat, fiat ut 70710 ſinus anguli X A F grad: 135 ad latus X F pedum 742.9.8.8, ita 50000 ſinus anguli A X F grad: 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 525.3.7.6, à quibus ablatis pedibus 420 rectæ C F, remanebit portio C A pedum 105. 3.7.6, tantaquæ erit quantitas lineæ colli, & ſic inventæ erunt omnes partes in prædicto munimento, excepto humero, de quo alibi.

Super dato munimento exagono ſimplici munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitatem invenire.

Prop. II. Probl.

Deſcibatur munimentum exagonum ſimplex, ſitque C G cortina, in cujus medium E cadant duæ lineæ defenſionis ſtrin- Figura XXVI.

 gentis

gentis VE, HE, in quibus abſcindantur facies VS, HM æquales dimidio cortinæ, à punctis vero S, & M ducantur alæ propugnaculorum SC, MG; his peractis abſcindantur ex cortina CG duæ portiones CD, CF æquales quarta parte faciei, à punctis vero D, & F ducantur duæ rectæ FX, DW parallelæ ipſis EV, EH, producanturque capitales IH, AV quouſque coeant cum rectis FX, DW in punctis X, & W, & alæ CS, GM quouſque ipſas tangant in punctis f, & e, quæ omnia translata ſuper cætera polygoni latera delineatum munimentum erit, in quo dimidium anguli polygoni erit grad: 60, cujus complementum ad duos rectos, nempe angulus XAG erit grad: 120, additis vero gradibus 15 dimidio anguli polygoni, prodibit per prop: 3 lib: 1 angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium, ſeu angulus AXf erit grad: 37.30, quibus ablatis à grad: 60 dimidij anguli polygoni conſurget angulus fFC grad: 22.30 per prop: 6 lib: 1. His præcognitis ſupponatur cortinam CG eſſe pedum 480, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ FG, remanebit recta CF pedum 420, quare in triangulo rectangulo fCF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus CF, ut latus igitur fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 420, ita 41421 tangens anguli CFf graduum 22.30 ad latus fC, quod invenietur pedum 173.9.6.8, cui æqualis eſt recta Ge, ut vero terminantis plateæ inferioris lineæ quantitas nota fiat, à punctis D, & F ducantur rectæ DY, FZ, & à puncto Z ducatur recta Zr, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, deinde ut latus, er, innoteſcat fiat ut ſinus totus ad latus Zr pedum 60, ita 41421 tangens anguli eZr grad: 22.30 ad latus er, quod invenietur pedum 24.8.5.2, quibus ablatis à pedibus 173.9.6.8 prodibit recta Gr, cui æqualis eſt recta ZF, eritque pedum 149.1.1 6, & ut hypothenuſa Ze conſurgat fiat ut ſinus totus ad latus Zr pedum 60, ita 108239 ſecans anguli eZr grad: 22, 30 ad hypothenuſam Ze, quæ invenietur pedum 64.9.4.3, cui æqualis eſt recta fY. Nunc ut recta Xf nota fiat, primò ducatur recta Vf, ut ſupra, ita ut fiant duo triangula SfV, VXf, ſecundò inveniatur recta SC, quæ prodibit, ſi fiat ut ſinus totus ad latus FC pedum 240, ita 41421 tangens anguli SEC grad: 22.30 ad latus SC, quod invenietur pedum 99.4.1.0, quibus ablatis à pedibus 173.9.6.8 rectæ Cf, remanebit recta Sf pedum 74.5.5.8; in triangulo igitur fVS nota erunt duo latera, Sf jam inventum, & latus VS pedum 240, cum ſit facies munimen-

nimenti simplicis, notusque erit angulus V S f grad: 67.30, cum sit æqualis angulo C S E per prop: 15 lib. 1 Eucl: qui est complementum anguli S E C ad quadrantem, quare ut cæteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 314.5.5.8 ad eorum differentiam, ita 149660 tangens semisummæ angulorum S f V, S V f grad: 56.15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 78713, cui in canone tangentium respondent grad: 38.13, qui ablati à semisumma grad: 56.15 constituunt angulum minorem f V S grad: 18.2, additi vero semisummæ constituunt angulum majorem V f S grad: 94.28; cognitis angulis, ut latus f V innotescat, fiat ut 99696 sinus anguli S f V grad: 94.28 ad latus V S pedum 240, ita 92387 sinus anguli f S V grad: 67.30 ad latus f V, quod invenietur pedum 222.4.0.4, quo habito considerandum est triangulum f V X, in quo cum notum sit latus V f inventum, notique sint anguli, ut consideranti patebit, ut latus X f innotescat, fiat ut 60876 sinus anguli V X f grad: 37.30 ad latus V f pedum 222.4.0.4, ita 82445 sinus anguli X V f grad: 124.28 ad latus X f, quod invenietur pedum 301.2.0.4, tantaque erit facies, dum propugnaculum non habuerit humeros, additis vero pedibus 64.9.4.3, tota facies X Y prodibit pedum 366.1.4.7, qua inventa, ut linea defensionis reperiatur, considerandum est triangulum f C F, in quo cum noti sint anguli ut ex dictis patet, notumque sit latus C F, ut hypothenusa F f innotescat, fiat ut sinus totus ad latus C F pedum 420, ita 108239 secans anguli C F f grad: 22.30 ad hypothenusam f F, quæ invenietur pedum 454.6.0.3, quibus additis pedibus 301.2.0.4 rectę X f, tota X F consurget pedum 755.8.0.7. Linea vero colli, cum remaneat ejusdem quantitatis ac in munimento simplici, ea nota fiet si inventa fuerit in eodem munimento simplici, consideretur itaque triangulum S C E, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus E C pedum 240, ut hypothenusa S E innotescat fiat ut sinus totus ad latus C E ped: 240, ita 108239 secans anguli S E C grad: 22.30 ad hypothenusam S E, quæ invenietur pedum 259.7.7.3, quibus additis pedibus 240 faciei V S, consurget linea defensionis stringentis V E pedum 499.7.7.3, deinde fiat ut 86602 sinus anguli E A V ad latus V E pedum 499.7.7.3, ita 60876 sinus anguli E V A grad: 37.30 ad latus E A, quod invenietur pedum 351.3.1.0, à quibus ablatis pedibus 240, remanebit linea colli C A pedum 111.3.1.0.

Super

Super dato munimento ſimplici dodecagono, munimentum duplex rectangulum delineare, linearumque quantitates invenire.

Prop: III. Probl.

Figura XXVII. Deſcribatur munimentum dodecagonum ſimplex, in quo linea defenſionis ſtringentis cadat in medium cortinæ, ſitque CG cortina, quæ ſtatuatur pedum 480, HM, vel VS facies pedum 240 GM, vel CS ala propugnaculi pedum 138.5.6.4. per prop. 24 lib. 1, ſitque angulus propugnaculi grad: 90, erit ejus dimidium, ſeu angulus AVS grad: 45, angulus vero SEC grad: 30, & angulus ESC grad: 60 per citatam propoſitionem, angulusque VAE erit grad: 105, cum ſit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos; his poſitis abſcindantur duæ portiones CD, FG, ut ſupra, ducanturque duæ rectæ DW, FX parallelæ ipſis EH, EV, producanturque duæ alæ CS, GM, in f, & e, ipſiſque ducantur parallelæ duæ rectæ DY, FZ, & à puncto Z ducatur recta Zr parallela ipſi FG, ut in ſuperioribus propoſitionibus factum eſt, deinde conſideretur triangulum fCF, in quo cum noti ſint omnes anguli, notumque ſit latus CF pedum 420, ut in antecedentibus propoſitionibus, ut latus fC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 420, ita 57735 tangens anguli CFf grad: 30 ad latus fC, quod invenietur pedum 242.4.8.7, & ut hypothenuſa inveniatur, fiat ut 50000 ſinus anguli fFC grad: 30 ad latus fC pedum 242.4.8.7, ita ſinus totus ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 484.9.7.4, qua habita indaganda erit quantitas rectę fX, ductaque recta Vf conſideretur triangulum fVS, in quo notus eſt angulus VSf per prop: 15 lib: pri: Eucl: grad: 60, notumque eſt latus VS ex hypotheſi pedum 240, nec non latus fS pedum 103.9.2.3, cum ſit differentia inter alam CS, & alam Cf, quare ut cęteri anguli innoteſcant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 343.9.2.3 ad eorum differentiam pedum 136.0.7.7, ita 173205 tangens ſemiſummæ angulorum SfV, SVf grad: 60 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 68530, cui in canone tangentium reſpondent gradus 34.25, qui additi ſemiſummæ conſtituunt angulum VfS grad: 94.25, ablatis vero à ſemi-

à semisumma angulus f V S consurget grad: 25.35, ideoque anguli omnes noti erunt, quare ut latus V f innotescat, fiat ut 99703 sinus anguli V f S grad:94.25 ad latus V S pedum 240, ita 86602 sinus anguli V S f grad: 60 ad latus V f, quod invenietur pedum 208.4.6.3, quo invento considerandum est triangulum X V f, in quo notus est angulus V X f ex hypothesi grad 45, nec non angulus V f X grad:25.35, cum si æqualis angulo f V S per prop: 29 lib. 1. Eucl. & per prop: 32 lib. 1 Eucl: etiam angulus X V f notus erit grad:109.25, notumque est latus V f inventum superius, quare ut latus X f innotescat, fiat ut 70710 sinus anguli V X f grad:45 ad latus V f pedum 208.4.6.3, ita 94312 sinus anguli X V f grad: 109. 25 ad latus X f, quod invenietur pedum 278.0.4.5, tantaque erit quantitas faciei correspondentis alæ C f, quando propugnaculum non habebit humeros, ut vero tota X Y, seu ipsi æqualis W Z consurgat, considerandum est triangulum e Z r, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus Z r pedum 60, ut hypothenusa Z e consurgat, fiat ut sinus totus ad latus Z r ped:60, ita 115470 secans anguli e Z r grad: 30 ad hypothenusam Z e, quæ invenietur pedum 69.2.8.2, quibus additis pedibus 278.0.4.5 rectæ W e, seu X f, tota X Y consurget pedum 347.3.2.7, & ut latus e r reperiatur, fiat ut sinus totus ad hypothenusam Z e pedum 69.2.8.2, ita 50000 sinus anguli e Z r grad:30 ad latus e r, quod invenietur pedum 34.6.4.1, quibus ablatis à pedibus 242.4.8.7 rectæ G e, seu C t, remanebit recta G r pedum 207.8.4.6, cui æqualis est recta F Z, seu D Y per prop. 33 lib. 1. Eucl: linea vero defensionis prodibit pedum 763.0. 1.9 addendo pedibus 278.0.4.5 rectæ X f pedes 484.9.7.4 rectæ f F, qua habita ut linea colli innotescat, considerandum est triangulum A X F in quo, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus X F, ut latus A F innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli X A F ad latus X F pedum 763.0.1.9, ita 70710 sinus anguli F X A grad: 45 ad latus A F, quod invenietur pedum 558.6.3.2, à quibus ablatis pedibus 420 rectæ C F, remanebit portio A C pedum 138.6.3.2, tantaque erit linea colli.

Annotatio.

EX his tribus propositionibus patet, quod mediante munimento simplici rectè construi potest munimentum duplex rectangulum,

gulum, linea enim defensionis nunquam excedere potest ictum bombardæ manualis,nam cum in dodecagono inventa sit pedum 673.1.0.7 in alijs polygonis minorem numerum laterum habentibus semper erit minor per prop:56 lib:pri: lineaque colli est satis ampla; in sequentibus vero demonstrabimus quod eadem semper manente quantitate lineæ defensionis, & lineæ colli munimentum construi possit.

In munimento quadrato duplici rectangulo data linea defensionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IV. Probl.

Figura XXV. Sit linea defensionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, angulusque propugnaculi sit grad: 60, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 30, & angulus defensionis interior XFA grad:15, ut alias dictum est, quo mediante invenietur angulus CfF grad:75, angulusque fCF ex constructione est rectus; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypothesi pedum 750, quare ut latus AF innotescat, fiat ut 70710 sinus anguli XAF grad:135 ad latus XF pedum 750, ita 50000 sinus anguli AXF grad:30 ad latus AF, quod invenietur pedum 530. 3. 3. 3, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedum 410.3.3.3, quibus additis pedibus 60 portionis FG, per prop.1 hujus libri, tota cortina GC consurget pedum 470.3.3.3, ut vero ala propugnaculi nota fiat, considerandum est triangulum fCF, in quo, cum noti sint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus CF, ut latus fC innotescat, fiat ut sinus totus ad latus CF pedum 410. 3. 3. 3, ita 26794 tangens anguli CFf grad.15 ad latus Cf, quod invenietur pedum 109.9.4.4, & hypothenusa fF consurget, si fiat ut sinus totus ad latus CF pedum 410.3.3.3, ita 103527 secans anguli CFf grad:15 ad hypothenusam fF, quæ invenietur pedum 424.8.0.5, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ XF consurget recta Xf pedum 325.1.9.5 quæ erit facies respondens alę Cf, cui addita recta fY pedum 62.1.1.6, prodibit recta XY pedum 387.3.1.1, & ablatis pedibus

16.

16.0.7.6 à pedibus 109.9.4.4 consurget recta DY pedum 93.8.6.8; duæ enim rectæ Z e, e r retinent quantitatem inventam in prop: 1. hujus libri, dum anguli retineant eamdem quantitatem, eadem enim est ratio.

In munimento exagono duplici, & rectangulo data linea defensionis pedum 750, & linea colli pedum 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: V. Probl.

Sit linea defensionis XF pedum 750, & linea colli AC pedum 120, ut supra, angulusque propugnaculi grad: 75, erit ejus dimidium, nempe angulus AXF grad: 37.30, & angulus defensionis interior XFA grad: 22.30, quo mediante invenietur angulus CfF grad: 67.30, angulus fCF rectus est ex constructione, & angulus XAF est grad: 120, cum sit complementum dimidij anguli polygoni ad duos rectos, quæ omnia in prop. 2 hujus libri apparent; in triangulo igitur AXF noti erunt omnes anguli, notumque erit latus XF ex hypothesi pedum 750, quare ut latus AF innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli XAF gr: 120 ad latus XF pedum 750, ita 60876 sinus anguli AXF grad: 37.30 ad latus AF, quod invenietur ped: 527.2.0.4, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli AC, remanebit recta CF pedum 407.2.0.4, quibus additis pedibus 60 rectæ FG, ut in antecedenti propositione, tota cortina GC consurget pedum 467.2.0.4, ut vero ala propugnaculi nota fiat considerandum est triangulum fCF, in quo, cum noti sint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus CF, ut latus fC innotescat, fiat ut sinus totus ad latus CF pedum 407.2.0.4, ita 41421 tangens anguli CFf grad: 22.30 ad latus fC, quod invenietur pedum 168.6.6.7, & hypothenusa fF consurget, si fiat ut sinus totus ad latus CF pedum 407.2.0.4, ita 108239 secans anguli fFC grad: 22.30 ad hypothenusam fF, quæ invenietur pedum 440.7.1.6, quibus ablatis à pedibus 750 rectæ XF, remanebit recta Xf pedum 309.2.8.4, quæ erit facies correspondens alæ fC, cui addita recta fY pedum 64.9.4.3 per prop. 2 hujus libri consurget recta XY pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 24.8.5.2 diffe- Figura XXVI.

rentiæ inter duas rectas f C, Y D, per citatam propositionem, à pedibus 168.6.6.7, prodibit recta Y D pedum 144.6.6.7.

In munimento dodecagono duplici, & rectangulo data linea defensionis pedum 750, & linea colli ped. 120, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop: VI. Probl.

Figura XXVII. Sit linea defensionis X F pedum 750, & linea colli A C pedum 120, angulusque propugnaculi sit grad:90, erit ejus dimidium, nempe angulus A X F grad:45, & angulus defensionis interior X F A grad: 30 per prop: 3 hujus libri, in qua patet quod angulus C f F sit grad:60, angulus X A F grad:105, & angulus f C F rectus; in triangulo igitur A X F noti erunt omnes anguli, notumque erit latus X F ex hypothesi pedum 750, quare ut latus A F innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli X A F grad: 105 ad latus X F pedum 750, ita 70710 sinus anguli A X F grad:45 ad latus A F, quod invenietur pedum 549.0.3.6, à quibus ablatis pedibus 120 lineæ colli A C, remanebit recta C F pedũ 429.0.3.6, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, ut in antecedentibus propositionibus tota, cortina G C consurget pedũ 489.0.3.6, ut vero ala propugnaculi nota fiat considerandũ est triangulũ f C F, in quo, cum noti sint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus C F, ut latus f C innotescat, fiat ut sinus totus ad latus C F pedum 429.0.3.6, ita 57735 tangens anguli C F f grad:30 ad latus f C, quod invenietur pedum 247.7.0.3, & hypothenusa f F consurget, si fiat ut sinus totus ad latus C F pedũ 429.0.3.6, ita 115470 secans anguli f F C grad:30 ad hypothenusam f F, quæ invenietur pedum 495.4.0.7, quibus ablatis à pedibus 750 lineæ defensionis X F, remanebit recta X f pedum 254.5.9.3, tantaque erit quantitas faciei correspondentis alæ f C, cui addita recta f Y pedum 69.2.8.2 per prop. 3 hujus libri consurget recta X Y pedum 373.9.4.3, & ablatis pedibus 34.6.4.1 differentiæ inter duas rectas f C, Y D, per citatam propositionem, à pedibus 247.7.0.3, remanebit recta Y D pedum 213.0.6.2.

Anno-

Annotatio.

QUod munimentum bene defendatur, dum longitudo lineæ defensionis statuitur pedum 750,& lineæ colli pedum 120,ex tribus ultimis propositionibus satis constat,cum ex ratiocinio triangulorum appareat,quod cortina,facies & ala propugnaculi satis amplę evadant, imò tale munimentum præstantius erit munimento in tribus primis propositionibus descripto, nam ala propugnaculi non multùm decrescit,& linea colli evadit amplior,quare super prima platea construi potest suggestum,& sic augeri potest numerus tormentorum magno cum incommodo obsidentium; in omni munimento itaque dari potest linea defensionis, & linea colli ejusdem longitudinis,(quod tamen non evenit in qualibet quantitate, ut alibi demonstrabimus) cum enim quadratum exagonum,& dodecagonum possint defendi, etiam polygona intermedia defendi poterunt, at in sequentibus demonstrabimus, quod statui possit quantitas lineæ defensionis, & faciei, & quod in omni polygono linea defensionis, & facies servare possint eamdem quantitatem.

In munimento pentagono duplici rectangulo data linea defensionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

SIt propositum munimentum pentagonum, cujus anguli indagandi sunt modo dicto in propositionibus ad angulos spectantes,nempe à prima usque ad septimam inclusivè libri primi, & invenietur angulus propugnaculi grad:69, ejus dimidium,seu angulus H A I grad: 34.30, dimidium anguli polygoni seu,angulus L I Q grad: 54,angulus defensionis interior H L K grad: 19. 30, angulus L H K grad: 70.30, angulusque A I L grad: 126, sitque linea defensionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300; his positis linea H L innotescet subducendo faciem A H pedum 300 à linea defensionis A L pedum 740,invenieturque recta HL pedum 440, Figura XXIV.

L 3 qua

qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenusa H L, quare ut latus H K innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 33380 sinus anguli H L K grad. 19.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 146. 8.7.2, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 94264 sinus anguli K H L grad: 70.30 ad latus K L, quod invenietur pedum 414. 7.6.1, quibus additis pedibus 60 rectæ M L, consurget tota cortina K M pedum 474 7.6.1, ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum I A L, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus A L ex hypothesi pedum 740, ut latus I L innotescat, fiat ut 80901 sinus anguli A I L grad: 126 ad latus A L pedum 740, ita 56640 sinus anguli I A L grad. 34.30 ad latus I L, quod invenietur pedum 518.0.8.5, à quibus ablatis pedibus 414. 7.6.1 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 103.3.2.4, tantaque erit linea colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, à puncto N ad rectam H K ducatur perpendicularis N a parallela ipsi O K, cui erit etiam æqualis, & factum erit triangulum N a H, in quo, cum notum sit latus N a, notique sint anguli, sunt enim æquales angulis trianguli H L K, ut hypothenusa H N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus N a pedum 60, ita 10604 secans anguli H N a grad: 19.30 ad hypothenusam H N, quæ invenietur pedum 63.6. 5.0, & ut latus H a consurgat fiat ut sinus totus ad latus N a pedum 60, ita 35411 tangens anguli H N a grad: 19.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 21.2.4.6, quibus ablatis à pedibus 146. 8.7.2 rectæ H K, remanebit recta a K pedum 125.6.2.6, & additis pedibus 63.6.5.0 rectæ H N pedibus 300 rectæ A H, tota A N consurget pedum 363.6.5.0.

In munimento nonagono duplici rectangulo data linea defensionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura XXIV. Sit propositum munimentum nonagonum, cujus anguli indagandi sunt, ut supra, & invenietur dimidium anguli polygoni, seu

seu angulus L I Q grad:70, angulus propugnaculi grad: 85, ejus dimidium, seu angulus H A I gr: 42: 30, angulus defensionis interior H L K grad: 27.30, angulus L H K grad: 62.30, angulusque A I L grad: 110; sitque linea defensionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300; his positis linea H L innotescet subducendo faciem A H pedum 300 à linea defensionis A L pedum 740, invenieturque recta H L pedum 440, qua habita in triangulo rectangulo H L K noti erunt anguli, notaque erit hypothenusa H L, quare ut H K innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 46174 sinus anguli H L K grad: 27.30 ad latus H K, quod invenietur pedum 203.1.6.5, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus H L consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 88701 sinus anguli K H L grad: 62.30 ad latus K H, quod invenietur pedum 390.2.8.4, quibus additis pedibus 60 rectæ L M consurget tota cortina K M pedum 450.2.8.4; ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum I A L, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus A L ex hypothesi pedum 740, ut latus I L innotescat, fiat ut 93969 sinus anguli A I L grad: 110 ad latus A L pedum 740, ita 67559 sinus anguli I A L grad: 42.30 ad latus I L, quod invenietur pedum 532.2.2.9, à quibus ablatis pedibus 390.2.8.4 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 141.9.4.5, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant, considerandum est triangulum H N a, in quo, cum noti sint anguli, eo quod æquales sunt angulis trianguli H L K, notumque sit latus N a ut hypothenusa H N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus N a, pedum 60, ita 112738 secans anguli H N a grad: 27.30 ad hypothenusam H N, quæ invenietur pedum 67.6.4.2, quibus additis pedibus 300 rectæ A H tota A N consurget pedum 367.6.4.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut sinus totus ad latus N a pedum 60, ita 52056 tangens anguli H N a grad: 27.30 ad latus H a, quod invenietur pedum 31.2.5.3 quibus ablatis à pedibus 203.1.6.5 rectæ H K, remanebit recta a K, seu ipsi æqualis recta N O pedum 171.9.3.2.

In

In munimento dodecagono duplici rectangulo data linea defensionis pedum 740, & facie pedum 300, datisque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. IX. Probl.

Figura XXIV. Sit propositum munimentum dodecagonum, cujus anguli indagandi sunt, ut dictum est in antecedentibus propositionibus, & invenietur dimidium anguli polygoni, seu angulus L I Q grad:75, angulus propugnaculi grad:90, ejus dimidium, seu angulus H A I grad:45, angulus defensionis interior grad:30, seu angulus A L K, angulus L H K grad: 60, angulusque A I L grad: 105; sitque linea defensionis A L pedum 740, & facies A H pedum 300, erit recta H L pedum 440, ut supra; in triangulo igitur rectangulo H L K noti erunt omnes anguli, notaque erit hypothenusa H L, quare ut latus H K innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 50000 sinus anguli H L K grad:30 ad latus H K quod invenietur pedum 220, tantaque erit quantitas alæ, & ut latus K L consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H L pedum 440, ita 86602 sinus anguli L H K grad: 60 ad latus K L, quod invenietur pedum 381.0.4.8, quibus additis pedibus 60 rectæ M L tota cortina K M consurget pedum 441.0.4.8, & ut linea colli nota fiat, considerandum est triangulum I A L, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus A L ex hypothesi pedum 740, ut latus I L innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli A I L grad: 105 ad latus A L pedum 740, ita 70710 sinus anguli I A L grad: 45 ad latus I L, quod invenietur pedum 541.7.1.5, à quibus ablatis pedibus 381.0.4.8 rectæ K L, remanebit portio I K pedum 160.6.6.7, tantaque erit quantitas lineæ colli; ut vero duæ rectæ A N, N O notæ fiant considerandum est triangulum H N a, in quo, cum noti sint anguli, eo quod æquales sunt angulis trianguli H L K, notumque sit latus N a, ut hypothenusa H N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus N a pedum 60, ita 115470 secans anguli H N a, grad:30 ad hypothenusam H N, quæ in-

invenietur pedum 69.2.8.2, quibus additis pedibus 300 faciei A H tota A N consurget pedum 369.2.8.2, & ut latus H a reperiatur, fiat ut sinus totus ad hypothenusam H N pedum 69.2.8.2, ita 50000 sinus anguli H N a, grad: 30 ad latus H a, quod invenietur pedum 34.6.4.1, quibus ablatis à pedibus 220, remanebit recta a K, seu ipsi æqualis recta N O pedum 185.3.5.9.

Annotatio.

CUm itaque pentagonum, nonagonũ, & dodecagonum rectè muniri possint posita linea defensionis pedũ 740, & facie pedũ 300, etiam cætera polygona bene muniri poterũt, solũ in quadrato aliquod dubium remanet, cum enim in propositione prima hujus libri facies inventa sit pedum 308.1.1.5, & linea colli correspondens prædictæ faciei pedum 105.3.7.6, si minueretur facies, etiam linea colli fieret minor, nec multum cresceret minuendo lineam defensionis, quæ in eadem propositione inventa est pedum 742.9.8.8, ideoque eadem linea colli non extenderetur ultra pedes 100, quæ quantitas aliquibus videbitur parva, Nos vero sufficientem existimamus, propugnaculi enim latitudo satis ampla evaderet, tormentaque super alis æque bene aptari possent, verum est, quod si quis vellet suggestum super tali propugnaculo elevare, debilius ipsum construere coactus esset, posset tamen ictibus tormentorum resistere; manente prædicta quantitate igitur lineæ defensionis, & faciei omne polygonum muniri poterit, quod si munimenti partes augendæ essent augendo lineam defensionis, servare semper poterunt prædictæ duæ lineæ, nempe facies, & linea defensionis eamdem proportionem, ut alibi apparebit, nunc vero demonstrabimus quod facies, & ala propugnaculi eandem semper servare possint proportionem à pentagono ad dodecagonum, quo casu in polygonis majoribus munimenta necessariò habere debent alas in cortina.

* * *

In munimento pentagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. X. Probl.

Figura VIII. Sit propositum munimentum petagonum, quod in hoc casu habere poterit alas in cortina, sed parvas, & subsistere poterit sine alis in cortina; sint angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propositionibus, nempe dimidium anguli polygoni, seu angulus M L Q grad. 54, angulus propugnaculi grad: 69, ejus dimidium, seu angulus P F Q grad: 34.30, angulus defensionis interior F N L grad: 19.30, ejus complementum ad quadrantem, seu angulus M P N grad: 70.30, angulusque F L N grad: 126; cognitis angulis indagandæ sunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant considerandum est primò triangulum P M N, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus P M ex hypothesi pedum 120, ut latus M N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus M P pedum 120, ita 282391 tangens anguli M P N grad: 70.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 338.8.6.9, & ut hypothenusa consurgat, fiat ut sinus totus ad latus P M pedum 120, ita 299574 secans anguli M P N grad: 70.30 ad hypothenusam P N, quæ invenietur pedum 359.4.8.8, quibus additis pedibus 300 faciei F P, linea defensionis F N consurget pedum 659.4.8.8, ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum L F N, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus F N pedum 659.4.8.8, ut latus L N innotescat, fiat ut 80901 sinus anguli F L N grad: 126 ad latus F N pedum 659.4.8.8, ita 56640 sinus anguli L F N grad: 34.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 461.7.1.7, à quibus ablatis pedibus 338.8.6.9 rectę M N remanebit portio L M pedum 122.8.4.8, tantaque erit linea colli; cum autem recta M N inventa sit pedum 338.8.6.9, si ipsi adderentur pedes 60, prodiret cortina pedum 398.8.6.9, quæ esset satis ampla per axio: 2 primi libri, & sic subsistere posset munimentum absque alis in cortina, at quia linea defensionis F N multò minor est ictu bombardæ manualis, cum inventa sit pedum 659.4.8.8, poterit alia linea defensionis addi major ipsa F N, quæ tamen ultra ictum bombardæ non extenda-

tur,

tur, v.g. pedum 750, quæ erit linea defensionis figentis, & linea FN erit defensionis stringentis, & sic cortina fiet major, cujus longitudo ut inveniatur considerandum est triangulum NFO, in quo, cum notus sit angulus defensionis exterior FNO, (est enim complementum ad duos rectos anguli defensionis interioris) notumque sit latus FN inventum, & latus FO ex hypothesi, etiam cæteri anguli, & latus NO innotescent; fiat igitur ut latus FO ex hypothesi pedũ 750 ad 33380 sinum anguli FNO gr: 160.30, ita latus FN pedum 659.4.8.8 ad sinum anguli FON, qui invenietur 29351, cui in canone sinuum respondẽt gradus 16.22, totidemque gradus continebit angulus FON, quibus ablatis à gradibus 19.30 anguli FNL, prodibit angulus NFO grad: 3.8, quo habito, ut latus NO consurgat, fiat ut 33380 sinus anguli FNO grad: 160.30 ad latus FO pedum 750, ita 5465 sinus anguli NFO grad. 3.8 ad latus NO, quod invenietur ped. 122.7.9.0, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita lineæ MN pedum 338.8.6.9, tota cortina consurget pedum 461.6.5.9, cumque ala cortinæ sit nimis parva, ut munimentum melius defendatur addere opportebit secundam plateam, quam terminabit recta ST, cujus longitudo ut reperiatur auferantur pedes 21.2.4.6 differentiæ inter duas lineas ST, PM per prop. 7 hujus libri, à pedibus 120, & residuum pedum 98.7.5.4 erit quantitas rectę ST, & si addantur pedes 63.6.5.0 rectæ PS per citatam propositionem, prodibit recta FS pedum 363.6.5.0.

In munimento nonagono data facie pedum 300, & ala propugnaculi pedum, 120 cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XI. Probl.

Sit propositum munimentum nonagonum, quod in hoc casu necessario habere debebit alas in cortina, & poterit nihilominus habere duplicem plateam, ut infra patebit; sint itaque angulorum quantitates eædem, quæ in antecedentibus propositionibus, nempe dimidium anguli polygoni, seu angulus MLQ grad: 70, angulus propugnaculi, grad: 85, ejus dimidium, seu angulus PFQ grad: 42.30, angulus defensionis interior FNL grad: 27.30, Figura VIII.

M 2 angu-

angulus M P N grad:62.30, angulusque F L N grad: 110, cognitis angulis, indagandæ sunt linearum quantitates, quæ ut notæ fiant considerandum est primò triangulum P M N, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus P M ex hypothesi pedum 120, ut latus M N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus P M pedum 120, ita 192098 tangens anguli M P N grad:62.30 ad latus M N, quod invenietur pedum 230.5.1.7, & ut hypothenusa consurgat, fiat ut sinus totus ad latus P M pedum 120, ita 216568 secans anguli M P N grad:62.30 ad hypothenusam P N, quæ invenietur pedum 259.8.8.1, quibus additis pedibus 300 faciei F P consurget linea defensionis F N pedum 559.8.8.1, ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum L F N, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus F N, ut latus L N innotescat, fiat ut 93969 sinus anguli F L N grad: 110 ad latus F N pedum 559.8.8.1, ita 67559 sinus anguli L F N grad:42.30 ad latus L N, quod invenietur pedum 420.5.2.6, à quibus ablatis pedibus 230. 5.1.7. remanebit recta L M pedum 190 0.0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas, cum autem recta M N inventa sit pedum 230. 5.1.7, etiamsi ipsi addetentur pedes 60, esset nimis parva, quare prædictum munimentum necessario habere debet alas in cortina; statuatur itaque linea defensionis figentis F O, quæ supponatur pedum 750, qua mediante, ut inveniatur alæ cortinæ, & subinde ipsius cortinæ quantitas, considerandum est triangulum N F O, in quo, cum notus sit angulus defensionis exterior, eadem ratione, qua supra, notumque sit latus F N inventum, & latus F O ex hypothesi, etiam cæteri anguli, & latus N O innotescent; fiat igitur ut latus F O ex hypothesi pedum 750 ad 46174 sinum anguli F N O grad:152.30, ita latus F N pedum 559.8.8.1 ad sinum anguli F O N, qui invenietur 34469, cui in canone sinuum respondent grad. 19.1, tantaque erit quantitas anguli F O N, quo mediante invenietur angulus N F O grad: 7.29, quo habito ut latus N O consurgat, fiat ut 46174 sinus anguli F N O grad: 152.30 ad latus F O pedum 750, ita 13023 sinus anguli N F O grad. 7.29 ad latus N O, quod invenietur pedum 211.5.3.1, tantaque erit quantitas alæ cortinæ, qua addita rectæ M N pedum 230.5.1.7., tota cortina M O consurget pedum 442.0.4.8; quare prædictum munimentum necessario habere debebit alas in cortina, quod etiam eveniet in polygonis plura latera habentibus, ex duabus enim ultimis propositionibus ap-

paret,

paret, quod dum eadem manet faciei, & alæ propugnaculi quantitas, eo minor fit linea defensionis stringentis, & eo major linea colli, ex quo sequitur quod tali methodo possint construi munimenta, quæ etiam esse possunt duplicia, cum ala propugnaculi, & linea colli sint satis amplæ, quod si linea T S esset nimis parva duci posset interius linea X V relicto spatio M X pedum 60 pro latitudine plateæ inferioris, qua ita constructa, aduc remanebit spatium X L satis amplum pro superstruendo suggestu si opus esset, cum enim linea colli in prædicto munimento inventa sit pedum 190. 0. 0. 9, si ab ipsis auferantur pedes 60 remanebit spatium X L pedum 130. 0. 0. 9.

In munimento exagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, & cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XII. Probl.

Sit propositum polygonum exagonum, cujus cortina O F sit pedum 432, ala F E pedum 144, & facies C E pedum 288, nempe facies in proportione dupla alæ, & cortina in proportione sesquialtera faciei, descriptaque linea defensionis stringentis C N, & linea defensionis figentis C O, consideretur triangulum rectangulum E N F, in quo cum noti sint anguli per prop 2 hujus libri, notumque sit latus E F, ut hypothenusa E N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus E F pedum 144, ita 261312 secans anguli F E N grad: 67.30 ad hypothenusam E N, quæ invenietur pedum 376.2.8.9, quibus additis pedibus 288 faciei C E, linea defensionis stringentis C N prodibit pedum 664.2.8.9, & ut latus N F consurgat, fiat ut sinus totus ad latus E F pedum 144, ita 241421 tangens anguli N E F grad: 67.30 ad latus N F, quod invenietur pedum 347.6.4.6, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ O F, remanebit ala cortinæ N O pedum 84.3.5.4, ut vero linea defensionis figentis nota fiat considerandum est triangulum C O N, in quo, cum nota sint duo latera C O, O N, notusque sit angulus O N C, (est enim angulus defensionis exterior,) & per consequens semisumma reliquo- Figura XXX.

rum angulorum,ut angulus N O C innotescat,fiat ut aggregatum duorum laterum notorum pedum 748. 6.4.3 ad eorum differentiam pedum 579.9.3.5,ita 19891 tangens semisummæ angulorum N B O, N O B grad: 11. 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 15408, cui in canone tangentium respondent grad: 8.46, qui additi grad. 11. 15 semisummæ constituent angulum CON grad: 20.1, quo habito, fiat ut 34220 sinus anguli N O C grad 20.1 ad latus N C pedum 664.2.8.9, ita 38268 sinus anguli O N C grad: 157.30 ad latus O C, quod invenietur pedum 742, tantaque erit quantitas lineæ defensionis figentis; ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum C N I, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus C N inventum pedum 664.2.8.9, ut latus N I innotescat, fiat 86602 sinus anguli O I C grad: 150 ad latus C N pedum 664.2.8.9, ita 60876 sinus anguli N C I grad: 37. 30 ad latus N I, quod invenietur pedum 466.9. 5.5, à quibus ablatis pedibus 347.6.4.6 rectæ N F remanebit recta F I pedum 119.3 0.9, tantaque erit lineæ colli quantitas. Hoc munimentum habere debet secundam plateam, cum enim habeat alam cortinæ nimis parvam egrè defenderetur nisi haberet secundam plateam, quam terminabit recta S T, cujus longitudo ut inveniatur, à pedibus 144 rectæ E F auferantur pedes 24.8.5.2 differentiæ inter duas lineas E F, S T per prop: 2 hujus libri, & prodibit recta S T pedum 119.1.4.8, & additis pedibus 64. 9.4.2 rectę E S, per citatam propositionem, pedibus 288 rectæ B E, tota B S consurget pedum 352. 9.4.2.

In munimento dodecagono data facie pedum 288, ala propugnaculi pedum 144, cortina pedum 432, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XIII. Probl.

Figura XXX. Sit propositum munimentum dodecagonum cujus, cortina sit R G pedum 432, ala propugnaculi D G pedum 144, & facies D B pedum 288, ductisque rectis C M, C R, & inventis angulis modo superius dicto, consideretur triangulum rectangulum D M G, in quo, cum noti sint anguli, (supponuntur enim inventi) notum-

notumque fit ex hypothesi latus D G, ut hypothenusa D M innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli D M G grad:30 ad latus D G pedum 144, ita sinus totus ad hypothenusam D M, quæ invenietur pedum 288, quibus additis pedibus 288 faciei D B, linea defensionis stringentis prodibit pedum 576, deinde ut latus M G consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam D M pedum 288, ita 86602 sinus anguli M D G grad:60 ad latus M G, quod invenietur pedum 249.4.1.3, quibus ablatis à pedibus 432 cortinæ R G remanebit ala cortinæ R M pedum 182.5.8.7, qua habita ut linea defensionis figentis innotescat, considerandum est triangulum B R M, in quo cum notus sit angulus B M R grad. 150, nota erit semisumma reliquorum angulorum grad: 15, notaque insuper sunt duo latera jam inventa B M, M R, quare ut angulus M R B innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum B M, M R pedum 758.5.8.7 ad eorum differentiam pedum 393.4.1.3, ita 26794 tangens semisummæ angulorum ad basim B R ad tangentem differentiæ eorumdē, quæ invenietur 13895, cui in canone tangentium respondent grad: 7.54, quibus additis grad. 15 semisummæ antedictæ, consurget angulus M R B grad:22.54, quo habito, ut latus B R trianguli M R B inveniatur, fiat ut 38912 sinus anguli M R B grad:22.54 ad latus M B pedum 576, ita 50000 sinus anguli R M B grad:150 ad latus R B, quod invenietur pedum 740.1.3.1, tantaque erit longitudo lineæ defensionis figentis, & ut linea colli nota fiat considerandum est triangulum B M K, in quo, cum noti sint anguli, ut consideranti patebit, notumque fit latus B M inventum pedum 567, ut latus M K innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli M K B gr:105 ad latus B M pedum 576, ita 70710 sinus anguli M B K grad:45 ad latus M K, quod invenietur pedum 421.6.5.9, à quibus ablatis pedibus 249.4.1.3 rectæ M G, remanebit G K pedum 172.2.4.6, tantaque erit quantitas lineæ colli; Cum autem prædictum munimentum habeat alam propugnaculi satis amplam erit capax secundæ plateæ, & habere poterit humeros in propugnaculis, sit itaque X V linea terminans secundam plateam, cujus longitudo ut reperiatur, à pedibus 144 rectæ D G auferantur pedes 34.6.4.1 differentiæ inter rectam D G, & rectam X V per prop:9 hujus libri, & residuum pedum 109.3.5.9 erit longitudo rectæ X V, & pedibus 288 rectæ B D additis pedibus 69.2.8.2 rectæ D X per citatam propositionem, consurget recta B X pedum

357.

357.2.8.2. Ex dictis itaque patet, quod in talibus munimentis, quo minor eſt numerus laterum polygoni eo minor eſt linea colli, & ala cortinæ, ideoque, quadratum, & pentagonum, tali modo munitum egrè defendi poſſet.

Concluſio.

EX allatis propoſitionibus apparet, quod quattuor modis ſtatui poſſunt munimenta duplicia rectangula, nempe mediante munimento ſimplicì, ſecundo ſtatuendo lineam defenſionis, & lineam colli, tertio ſtatuendo lineam defenſionis & faciem, quarto ſtatuendo, faciem, & alam propugnaculi, quorum duo primi cæteris ſunt præſtantiores, cum melius aptari poſſint quolibet polygono, duo tamen reliqui ſperni non debet, cum aliquando adhibendi ſint; colligitur præterea ex dictis, quod quandò conſtruitur munimentum duplex mediante munimento ſimplici, ducendo lineas defenſionum parallelas lineis defenſionis ſtringentis, cortina, & linea colli retinere poſſunt ſemper eamdem quantitatem in omnibus polygonis, cæteræ vero lineæ, nempe facies ala propugnaculi, linea defenſionis eò majores fiunt, quò major eſt numerus laterum polygoni, at ſi linea defenſionis, & linea colli eamdem retineant quantitatem, ala propugnaculi eò fiet major quò major erit numerus laterum polygoni, cortina vero modò creſcet, modò deſcet, ſic ſi linea defenſionis, & facies ſint ſemper ejuſdem quantitatis in omni polygono, cortina, linea colli, & ala ſemper variationem ſubibunt, & ſi facies cum ala propugnaculi erunt ſemper eædem in omni polygono, vel cortina, vel linea defenſionis variare debebit, poterit tamen, vel cortina, vel linea defenſionis figentis eamdem retinere quantitatem, & linea colli ſemper diverſa erit; in delineandis itaque munimentis duplicibus rectangulis unum ex prædictis fundamentis adhiberi poterit, ſumpta appoſita linearum quantitate prò vera, vel etiam prò ſuppoſita, dum opus, augere, vel minuere linearum longitudines fuerit, ſic alterabitur linearum quantitas, at non porportio,

quæ

quæ tamen ſervanda erit ordinis non neceſſitatis cauſa, deſcripto enim munimento poterunt eius partes alterari pro ut melius videbitur, antequam omnino ſtatuantur.

Annotatio.

Cum obſervatum ſit eò melius, & diutius ſubſiſtere poſſe munimenta quo majorem alam habent, & lineam colli, & quò majorem numerum tormentorum in ipſis abſcondant humeri, excogitaverunt neoterici (inter quos fuit dominus Comes Paganus) munimenta, quorum alæ propugnaculórum efficiunt angulos rectos cum linea defenſionis, & obliquos cum cortina, & hoc modo ampliorem reddiderunt lineam colli, & alam propugnaculi cui, addiderunt tertiam plateam; talia munimenta Nobis libuit obliquangula triplicia appellare, ut in iſagoge, de quibus infra erit ſermo.

In munimento quadrato obliquangulo duplici, vel triplici data linea defenſionis pedum 740, & facie pedum 300, datiſque angulis, cæterarum linearum quantitates invenire.

Prop. XIV. Probl.

Sit in propoſito munimento quadrato linea defenſionis V G pedum 740, à quibus ablatis pedibus 300 faciei V R, remanebit recta R G pedum 440, ſitque angulus D V B grad: 30, quo mediante invenietur angulus defenſionis interior B G F grad: 15, cui æqualis eſt angulus B F G, cum triangulum B F G ſit iſoſceles, ut ex ipſa conſtructione patet, quorum ſumma gr: 30 erit quantitas anguli externi R B F per prop: 32 lib. 1. Eucl: cujus complementum ad quadrantem, ſeu angulus B R F erit gr: 60, angulus enim R F B, cum ſit angulus alæ, & lineæ defenſionis eſt ex conſtructione rectus, & angulus R F G erit graduum 105, cum ſit compoſitus ex angulo recto R F B, & angulo defenſionis exteriore Figura XXXII.

BFG, angulusque DVB erit grad: 120, cum sit complementum ad duos rectos duorum angulorum DVB, DBV per prop: 32 lib. pri: Eucl: quare ut ala propugnaculi nota fiat, considerandum est triangulum RFG, in quo, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus RG, ut latus RF innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli RFG grad: 105 ad latus RG pedum 440, ita 25881 sinus anguli RGF grad: 15 ad latus RF, quod invenietur pedum 117.8.9.4, tantaque erit alæ propugnaculi quantitas, qua habita, ut latus FB innotescat, fiat ut sinus totus ad latus RF pedum 117.8 9.4, ita 173205 tangens anguli FRB grad: 60 ad latus FB, quod invenietur pedum 204.1.9.8, cui æqualis est latus BG, quo ablato à tota VG, remanebit recta VB pedum 545.8.0.2 quare in triangulo VDB, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus VB, ut latus DB innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli VDB grad: 120 ad latus VB pedum 545.8.0.2, ita 50000 sinus anguli DVB grad: 30 ad latus DB, quod invenietur pedum 315.1.2.0, à quibus ablatis pedibus 204.1.9.8, remanebit portio DF pedum 110.9.2 2, tantaque erit lineæ colli quantitas, ut linea vero FG nota fiat considerandum est triangulum BFY, in quo, cum noti sint omnes anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus FB, ut latus FY innotescat, fiat ut sinus totus ad latus FB pedum 204.1.9.8, ita 373205 tangens anguli FBY ad latus FY, quod invenietur pedum 197.2.3.8, cujus duplum pedum 394.4.7.6 erit quantitas rectæ FG, quæ esset cortina, dum ultra rectam RF nulla alia extaret platea, at si adderetur platea FRQA terminata à recta QA, recta AC esset cortina, quæ ut innotescat considerandum est triangulum BAX, in quo latus BA prodibit auferendo à tota BF pedum 204.1.9 8 pedes 60 rectæ FA, eritque recta BA pedum 144, angulusque BAX notus erit, cum enim recta AC esse debeat parallela ipsi FG angulus BAX æqualis erit angulo BFY, quare ut latus AX innotescat, fiat ut sinus totus ad latus AB pedum 144.1.9.8, ita 96592 sinus anguli ABX, ad latus AX, quod invenietur pedum 139.2.8.3, cujus duplum pedum 278.5.66 erit quantitas rectæ AC, seu cortinæ correspondentis alæ QA, cujus altitudo, cum esse debeat minor altitudine plateæ superioris, longitudo cortinæ subsistere poterit, sufficit enim quod spatium FG sit majus pedum 300, ut vero recta QA consurgat, fiat ut sinus totus ad latus AB pedum 144.1.9.8, ita 57735 tangens anguli QBA grad: 30 ad latus QA, quod in-

invenietur pedum 83.2.5.2, quod si propugnaculum habere debebit tres plateas, à recta D F, quæ est linea colli correspondens rectæ F R, abscindatur portio F E pedum 60, & remanebit recta D E pedum 50.9.2.2, eritque tale spatium sufficiens, cum non opus sit aliud suggestũ superstruere dum munimentum habet tres plateas, at si linea Q A terminans ultimam plateam esset parva adeò, ut humerus abscindi non posset construi deberet humerus T S R, qui tegeret duas superiores, relicta infima detecta, quod si cortina A C videretur nimis parva, longitudo lineæ defensionis V G pedum 740 accipi poterit pro supposita, & statui vera longitudo ejusdem lineæ pedum 800, cæterarumque linearum quantitatem reducere ad quantitatem ipsi correspondentem; fiat itaque ut 740 ad 800, ita 278.5.6.6 ad veram cortinam A C, quæ invenietur pedum 301.1.5.2, & sic erit satis ampla, ut vero facies V R reperiatur, fiat ut 740 ad 800, ita 300 ad aliud, & invenietur facies V R pedum 324.3.2.4, & ut linea Q A terminans ultimam, seu infimam plateam consurgat fiat ut 740 ad 800, ita 83.2.5.2 ad rectam Q A, quæ invenietur pedum 90.0.0.2, tandem ut recta D F inveniatur, fiat ut 740 ad 800, ita 110.9.2.2 ad rectam D F, seu lineam colli correspondentem alæ R F, quæ invenietur pedum 119.9.1.5, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ E F remanebit recta D E pedum 59.9.1.5, & sic omnes partes erunt satis amplæ, & humerus poterit extendi usque ad rectam Q A, de quo alibi.

In munimentis obliquangulis duplicibus, vel triplicibus dato angulo defensionis interiore grad: 20 linea defensionis pedum 750, & facie pedum 240, cæterum linearum quantitates invenire.

Prop. XV. Probl.

Supponatur polygonum esse pentagonum, sitque facies V R pedum 240, linea defensionis V G pedum 750, à quibus ablatis pedibus 240 faciei V R, remanebit recta R G pedum 510, sitque angulus defensionis interior R G F grad:20, angulusque lineæ defensionis, & alæ R F B rectus, erit per prop: 32 lib. 1 Eucl: angulus G B Y grad:70, angulusque R F G erit grad: 110, cum sit compositus ex angulo recto R F B, & angulo defensionis interiore, angulus V B D grad: 40, cum sit æqualis summæ duorum angulorum Figura XXIX.

 BFG,

BFG, BGF per citatam propositionem, cujus complementum ad quadrantem, seu angulus BRF erit grad: 50, & angulus BVD invenietur subducendo angulum ZVB, æqualem angulo BGF grad: 20, à dimidio anguli polygoni ZVD grad: 54, eritque grad: 34, quare angulus propugnaculi in hoc casu erit grad: 68, & angulus VDB per prop: 32 lib. 1 Eucl: erit grad: 106, cum sit complementum ad duos rectos duorum angulorum DVB, DBV, ut vero ala RF nota fiat considerandum est triangulum RFG, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus RG pedum 510, ut latus GF innotescat, fiat ut 98480 sinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 76604 sinus anguli FRG grad: 50 ad latus FG, quod invenietur pedum 396.7.1.0, & ut latus RF consurgat, fiat ut 98480 sinus anguli RFG grad: 110 ad latus RG pedum 510, ita 34202 sinus anguli RGF grad: 20 ad latus RF, quod invenietur pedum 177.1.2.2, tantaque erit quantitas alæ, ut vero recta FD nota fiat considerandum est primò triangulum FRB, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus RF, ut latus BF innotescat, fiat ut sinus totus ad latus RF, ita 119175 tangens anguli FRB grad: 50 ad latus FB, quod invenietur pedum 211.0.8.5, cui æqualis est recta BG, qua sublata à recta VG, remanebit recta VB pedum 538.9.1.5, quare in triangulo DVB noti erunt omnes anguli, notumque erit latus VB, ut igitur latus BD innotescat, fiat ut 96126 sinus anguli VDB graduum 106 ad latus VB pedum 538.9.1.5, ita 55919 sinus anguli DVB grad. 34 ad latus DB, quod invenietur pedum 313.4.5.3, à quibus ablatis pedibus 211.0.8.5, remanebit linea DF pedum 102.3.6.8, quæ erit linea colli correspondens alæ RF, at si addenda erit exterius alia platea, à recta BF abscindatur portio FA pedum 60, & à puncto A ducatur recta AQ parallela ipsi RF, cujus quantitas ut inveniatur, considerandum est triangulum QAB, in quo latus BF innotescet auferendo pedes 60 à pedibus 211.0.8.5, eritque pedum 151.0.8.5, notique erunt omnes anguli, ut ex dictis patet, quare ut latus QA innotescat, fiat ut sinus totus ad latus AB pedum 151.0.8.5, ita 83909 tangens anguli QBA grad: 40 ad latus QA, quod invenietur pedum 126.7.7.3, tantaque erit quantitas lineæ QA terminantis infimam plateam, quæ erit satis ampla, ut vero recta AC consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam AB pedum 151.0.8.5, ita 93969 sinus anguli ABX grad: 70 ad latus AX, quod invenietur pedum 141.9.7.3,

cujus

cujus duplum pedum 283.9.4.6, erit longitudo cortinæ A C, quæ si nimis parva videatur augenda erit augendo lineam defensionis, sit itaque linea defensionis pedum 800, deinde fiat ut 750, ad 800, ita 283.9.4.6, ad cortinam A C, quæ invenietur pedum 302.8.7.5, & ut recta D F consurgat, fiat ut 750, ad 800, ita 102.3.6.8 ad rectam D F, quæ invenietur pedum 109.1.9.2, quod si habere debebit munimentum tres plateas spatium D F bifariam dividatur, eritque spatium D E pedum 54.5.9.6 latitudo primæ plateæ, spatium E F pedum 54.5.9.6 latitudo secundæ plateæ, & spatium F A pedum 60 latitudo infimæ plateæ, cæteræ vero lineæ, cum antea inventæ sint satis amplæ, eo ampliores evadent augendo lineam defensionis, sic omnia polygona habentia majorem numerum laterum quam quinque poterunt hoc modo muniri, posito angulo defensionis interiore gr: 20 quo casu retinebunt semper eamdem quantitatem omnes lineæ, excepta linea colli, quæ semper major fiet.

In munimento exagono obliquangulo tam duplici, quam triplici data linea defensionis pedum 750, facie pedum 240, datisque angulis, cæterarum quantitates invenire.

Prop. XVI. Probl.

SIT propositum munimentum exagonum, cujus linea defensionis sit pedum 750, nempe V G, & facies V R pedum 240, sitque, ut alibi dictum est, angulus propugnaculi graduum 75, cujus dimidium, seu angulus D V B erit grad: 37.30, quo mediante invenietur angulus defensionis interior R G F grad; 22.30, cui æqualis est angulus O F G, quarum summa grad: 45 constituet angulum externum R B F, ideoque in triangulo R F B noti erunt omnes anguli, angulus enim R F B rectus est ex constructione, angulus F B R inventus est grad: 45, angulusque F R B erit etiam grad: 45, cum sit illius complementum ad quadrantem, sic in triangulo R F G notus erit angulus R F G grad: 112.30 compositus enim est ex angulo recto R F B, & ex angulo defensionis interiore R G F grad: 22.30, & angulus F R G grad: 45, cum idem sit ac angulus F R B, notumque fiet latus R G, si à recta V G pedum 750 subdu- Figura XXVIII.

 catur

catur recta V R pedum 240, invenieturque pedum 510, quare ut latus R F innotescat; fiat ut 92387 sinus anguli R F G grad: 112.30 ad latus R G pedum 510, ita 38268 sinus anguli R G F ad latus R F, quod invenietur pedum 211.2.4.9, tantaque erit quantitas alæ R F, cui æqualis erit linea F B per prop:6 lib: 1 Eucl: cum duo anguli F R B, F B R sint æquales; ut vero linea F G nota fiat considerandum est triangulum F B G, in quo cum duo anguli B F G, B G F æquales sint, ut ex dictis patet, etiam duo latera B F, B G æqualia erunt per citatam propositionem, quare, si à puncto B ducatur ad rectam F G perpendicularis recta B Y, bifariam dividet latus F G, totumque triangulum F B G in duo triangula rectangula F B Y, & G B Y, in quibus cum noti sint anguli, notaque si hypothenusa ut basis innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam F B, vel B G pedum 211.2.4.9, ita 92387 sinus anguli F B Y grad: 67.30 ad basim F Y, vel G Y, quæ invenietur pedum 195.1.6.6, cujus duplum pedum 390.3.3.2 erit quantitas rectæ F G, quæ esset cortina, nisi exterius alia platea construenda esset, ut vero recta F D reperiatur considerandum est triangulum B V D, in quo angulus V B D inventus est grad: 45, angulus B V D ex constructione est grad: 37.30, & angulus V D B erit grad 97.30 cum sit complementum duorum angulorum D V B, D B V ad duos rectos, latusque V B notum fiet, subducendo rectam B G à recta V G, eritque pedum 538.7.5.1, quare ut latus D B innotescat, fiat ut 99144 sinus anguli V D B grad: 97.30 ad latus V B pedum 538.7.5.1, ita 60876 sinus anguli B V D grad: 37.30 ad latus B D, quod invenietur pedum 330.8.0.1, à quibus sublatis pedibus 211.2.4.9 rectæ F B, remanebit recta F D pedum 119.5.5.2, quæ erit linea colli correspondens alæ R F, ut vero linea Q A terminans infimam plateam nota fiat considerandum est triangulum Q A B, in quo latus B F consurget subducendo à tota B F pedum 211.2.4.9 pedes 60 rectæ F A, eritque pedũ 151.2.4.9, notiq; sunt anguli, cum sint æquales angulis trianguli R F B, quare ut latus Q A innotescat, fiat ut sinus totus ad latus A B pedum 151.2.4.9, ita 70710 sinus anguli A B Q grad: 45 ad latus Q A, quod invenietur pedum 151.2.4.9, eritque æqualis ipsi A B, cum duo anguli A Q B, A B Q sint æquales, & ut recta A X consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam A B pedum 151.2.4.9 ita 92387 sinus anguli A B X grad: 67.30 ad latus A X, quod invenietur pedum 139.7.3.4, cujus duplum pedum 279.4.6.8 erit quantitas cortinæ

A C,

AC, quæ si videatur parva augenda erit, ut in antecedentibus propositionibus, sit itaque linea defensionis pedum 800, qua statuta, fiat ut 750 ad 800, ita 279.4.6.8, ad cortinam AC, quæ invenietur pedum 298.0.9.9, cumque sit ferè pedum 300 subsistere poterit, cæteræ autem lineæ cum antea satis amplæ inventæ sint, nullum dubium est, an habeant debitam quantitatem, at si habere debebit munimentum tres plateas à recta FD abscindatur recta EF pedum 60, eritque DE latitudo primæ plateæ, EF latitudo secundæ, FA latitudo tertiæ.

Munimentum octangulum obliquangulum tam duplex, quam triplex construere, linearumque quantitatem invenire.

Prop. XVII. Probl.

Construatur primò munimentum octangulum rectangulum duplex, modo dicto in prima propositione, & duabus sequentibus, in quo cortina statuatur pedum 480, qua mediante indagandæ sunt cæteræ lineæ, ut demonstratum est in citatis propositionibus, & invenietur linea defensionis IM, vel AN pedum 759.8.1.1, facies AB vel IH pedum 291.5.2.6, ala BC, vel HG pedum 207.1.1.8. linea colli correspondens prædictæ alæ OC, vel GP pedum 122.2.5.6, linea BN, vel HM pedum 468.2.9.1, rectaque NM pedum 360, abscisis hinc inde ex cortina rectis MC, NG pedum 60; his positis à punctis B, & H ducantur rectæ BD, HF perpendiculares rectis AH, IM productis usque in R, & Q, & à puncto E, recta ET perpendicularis ipsi MN, deinde ut recta EN nota fiat considerandum est triangulum rectangulum ETN, in quo, cum notus sit angulus rectus ETN, angulus defensionis interior, qui supponitur inventus modo dicto in prop: 6 lib: 1 grad: 26.15, & per consequens angulus TEN grad: 63.45, notaque sit basis TN pedum 180, cum sit dimidium rectæ MN, ut hypothenusa EN innotescat, fiat ut sinus totus ad latus TN pedum 180, ita 111498 secans anguli TNE grad: 26.15 ad hypothenusam EN, quæ invenietur pedum 200.6.9.6, quibus ablatis à pedibus 468.2.9.1, rectæ BN remanebit recta BE pedum 267.5.9.5; qua habita considerandum est triangulum rectangulum BDE, in quo Figura XXXI.

nota

nota est hypothenusa B E inventa, notus est angulus rectus B D E ex constructione, angulusque B E D grad: 52. 30, est enim æqualis duobus internis, & oppositis E D F, E F D, & per consequens notus erit angulus D B E grad: 37. 30, quare ut latus B D innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam B E pedum 267. 5. 9. 5, ita 79335 sinus anguli B E D grad: 52, 30 ad latus B D, quod invenietur pedum 212.2.9.6, tantaque erit longitudo exterior alæ, & ut D E inveniatur, fiat ut sinus totus ad hypothenusam B E pedum 267.5.9.5, ita 60876 sinus anguli D B E grad: 37. 30 ad latus D E quod reperietur pedum 162.9.0.1, quibus additis pedibus 60 rectę D K tota E K erit pedum 222.9 0.1, quibus iterum additis pedibus 60 rectæ K Q, tota E Q erit pedum 282. 9. 0. 1, ut vero recta E Z consurgat considerandum est triangulum E A Z, in quo cum anguli supponantur inventi modo dicto in citatis propositionibus, notumque sit latus A E pedum 559.1.1.5 (compositum est enim ex facie A B pedum 291.5.2.0, & recta B E inventa pedum 267.5.9.5) ut latus E Z innotescat, fiat ut 99785 sinus anguli A Z E grad: 86. 15 ad latus A E pedum 559. 1. 1.5, ita 65934 sinus anguli Z A E grad: 41.15 ad latus Z E, quod invenietur pedum 369.4.4.1, à quibus ablatis pedibus 282.9.0.1 rectæ E Q, remanebit spatium Q Z pedum 85.8.7.9, sic spatium D Z continebit omnes plateas, & recta B D à principio inventa terminabit exterius plateam infimam: & & etiam humerum, tandem ut cortina D F consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam D E pedum 162.9.0.1, ita 89687 sinus anguli D E S grad: 63.45 ad latus D S, quod invenietur pedum 146.1. 0.1, cujus duplum pedum 292. 2.0.2 erit quantitas cortinæ F D, quæ erit satis ampla, cum non multum differat à pedibus 300, quod si quis majorem habere voluerit poterit parumper augere angulum propugnaculi, & sic fiet major.

Permanente eadem quantitate cortinæ, faciei, & alæ propugnaculi quodlibet polygonum munire.

Prop: XVIII. Probl.

Figura XXXII. Describatur munimentum quadratum, cujus cortina sit A C, facies V Q vel Z N, ala Q A, vel N C, latus polygoni exterioris V Z; his positis quolibet polygono aptari poterunt prædictæ

dictæ lineæ. A punctis itaque V, & Z, terminantibus rectam V Z ducantur duæ rectæ facientes utrumque angulum æqualem dimidio anguli polygoni, quæ producantur quousque in eodem puncto coeant, eritque eorum inclinatio angulus centri, ut si muniendum sit pentagonum ducantur duæ rectæ V i, Z i, quæ cum recta V Z faciant utrumque angulum i V Z, i Z V, equalem dimidio anguli polygoni pentagoni, eritque V i Z angulus centri prædicti, sic procendendo in omnibus polygonis construi poterit quodlibet munimentum, in quo latus polygoni exterioris, cortina, facies, & ala retinebunt eamdem quantitatem, quam habent in quadrato, linea vero colli semper fiet major, & angulus propugnaculi magis crescet, ideoque aliquando fieret major recto, in exagono enim angulus propugnaculi esset rectus, & sic in majoribus polygonis angulus propugnaculi esset major recto, nam cum dimidium anguli polygoni in exagono, seu angulus V Z i sit grad: 60, si ab ipsis auferantur grad: 15 anguli V Z A æqualis angulo defensionis exteriori quadrati, residuum, grad: 45 constituet dimidium anguli propugnaculi exagoni O Z i, totusque angulus propugnaculi erit grad: 90, cumque prædictus angulus semper crescat quò magis crescit angulus polygoni, in majoribus polygonis erit major recto, ex quo sequitur quod etiamsi angulus propugnaculi sit obtusus munimentum defendi possit, cum enim quadratum habeat sufficientem defensionem, nulla ratio convincit, cur etiam alia polygona habentia easdem lineas, eumdemque angulum defensionis, defendi non possint, at verum est quod non bene erit munimenta construere hoc modo, cum aliter construi possint ita ut habeat majorem defensionem; quadratum itaque petagonum, & exagonum construi debebunt modo dicto in antecedentibus propositionibus, heptagonum vero modo dicto in hac propositione, sed eadem manente quantitate linearum exagoni, ideoque constructo munimento exagono, si ducantur duo radij, qui cum latere polygoni exterioris faciant utrumque angulum æqualem dimidio anguli polygoni heptagoni constructum erit dictum munimentum, constructio munimenti octagoni extat in antecedenti propositione, quo mediante construi poterunt alia munimenta habentia majorem mumerum laterum quam octangulum, modo dicto in hac propositione, & sic etiam angulus propugnaculi non evadet multo major recto, cum enim dimidium an-

guli polygoni dodecagoni sit grad:75, si ab ipso auferatur angulus defensionis interior octanguli grad:26.15, residuum erit grad:48.45, cujus duplum grad:97.30, erit quantitas anguli propugnaculi, qui erit paulò major recto.

Conclusio.

PRo munimentis igitur obliquangulis statui debet longitudo faciei, & lineæ defensionis, quæ pervenire debebit usque ad secundam plateam si munimentum tres plateas habebit, & constructo uno munimento cætera construi possunt ipso mediante, ideoque omne polygonum muniri poterit ut quadratum aucto angulo propugnaculi, sic si quis habere voluerit munimentum, in quo lineæ retineant eamdem quantitatem quam habent in pentagono ut in propositione 15 hujus libri apparet, vel eam, quæ inventa in exagono est in propositione 16 hujus libri, instituendo operationem descriptam in antecedenti propositione, quodlibet polygonum munire poterit; pro determinanda vero quantitate lineę defensionis, & faciei accipi poterit una ex illis in propositionibus ad munimenta rectangula spectantis inventis, poterunt etiam munimenta obliquangula à quadrato usque ad octangulum inclusivè construi mediante munimento rectangulo, ut in propositione 16, & 17 hujus libri apparet, reliqua mediante octangulo delineanda erunt, alias vel cortina, vel facies fieret nimis parva.

Annotatio.

CUm extent aliquæ linearum proportiones, quæ in delineandis munimentis si adhiberentur aliqua absurda orirentur, sic cum aliqua consideranda sint circa angulum propugnaculi aliquos causus inferius inserere voluimus, aliquosque linearum effectus, quibus cognitis quædam inconvenientia evitari poterunt, quæ si occurerent alicujus incommodi essent.

In

Si in exagono angulus propugnaculi esset grad: 60, & cortina pedum 480, linea defensionis figentis esset nimis ampla.

Prop: XIX. Theor.

Describatur primò progugnaculum, vel dimidium propugnaculi quadrati A B D L, cujus facies sit A B, ala B D, linea colli D L, quæ producatur usque ad punctum H, in quo sit medietas cortinæ, & ad ipsum usque producatur recta A B, eritque recta A H linea defensionis stringentis à puncto autem D ducatur recta D Z parallela ipsi L X, & recta D P faciens cum recta D Z angulum P D Z æqualem dimidio anguli polygoni exagoni, producaturque recta P D usque ad lineam L X, quam tanget in puncto K, deinde à puncto B ad punctum F rectæ P K ducatur perpendicularis B F, sitque recta P F æqualis ipsi D H, à puncto vero P ducatur parallela ipsi H A recta P M terminata à recta L X producta in M, producaturque recta B F, quousque tangat rectam P M in puncto N, & sic descriptæ erunt omnes partes prædicti munimenti, in quo recta N M erit facies, N F ala propugnaculi, F P dimidium cortinæ, P M linea defensionis stringentis, P M K dimidium anguli propugnaculi gr:30, P K X dimidium anguli polygoni; cum enim recta D Z parallela sit rectæ K X, erit angulus P K X æqualis angulo P D Z, qui cum ex constructione sit æqualis dimidio anguli polygoni erit etiam P K X æqualis dimidio anguli polygoni, per prop: 29 lib. 1 Eucl: eademque ratione probatur angulum P M K continere grad:30, est enim propter duas parallelas H A, P M æqualis angulo H A X, seu dimidio anguli propugnaculi munimenti quadrati, quod cum contineat grad: 30 totidem gradus continebit etiam angulus P M K, eritque dimidium propugnaculi in proposito munimento, cum totus angulus propugnaculi ex hypothesi sit grad:60, sic recta P M erit linea defensionis stringentis, M N facies, N F ala propugnaculi, quæ in hoc casu erit perpendicularis cortinæ F R, cujus dimidium est recta F P æqualis ipsi D H. His positis ut angulus defensionis interior N P F, seu M P K consurgat, subducantur grad:30 anguli P M K à gradibus 69 anguli P K X, per prop:6 lib. pri: eritque grad:30, quo habito considerandum est Figura XXXV.

triangulum N P F, in quo cum notum sit latus P F, notusque sit angulus P F N, qui ex constructione est rectus, & angulus F P N inventus gr:30, ut latus N F innotescat, fiat ut sinus totus ad latus P F ex hypothesi pedum 240, ita 57735 tangens anguli N P F grad: 30 ad latus N F, quod invenietur pedum 138. 5.6.4, & ut hypothenusa consurgat, fiat ut 50000 sinus anguli N P F grad: 30 ad latus N F pedum 138.5.6.4, ita sinus totus ad hypothenusam N P, quæ invenietur pedum 277.1.2.8; ut vero facies M N nota fiat considerandum est primò triangulum rectangulum B F D, in quo inveniendi sunt anguli obliqui, quorum angulus B D F invenietur subducendo angulum P D H ab angulo recto B D H, angulus autem P D H innotescet subducendo angulum D L K grad: 45 ab angulo D K X grad: 60, eritque grad: 15, quibus ablatis à gradibus 90, remanebit angulus B D F grad: 75, cujus complementum ad quadrantem grad: 15 erit quantitas anguli F B D, in triangulo igitur B F D, cum noti sint omnes anguli, notaque sit hypothenusa B D, (est enim ala quadrati) ut latus B F innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam B D pedum 64.3.0.5, ita 96592 sinus anguli F D B ad latus B F, quod invenietur pedum 61.1.1.3, quibus ablatis à pedibus 138. 5.6.4 rectæ N F remanebit recta N B pedum 77.4. 5. 1, qua habita, ductaque recta N A, consideretur triangulum N B A, in quo nota sunt duo latera, nempe latus N B inventum pedum 77.4.5.1, & latus B A pedum 240, ut pote facies propugnaculi in quadrato, notusque erit angulus N B A si inveniatur angulus H B F ipsi æqualis per prop: 15 lib: pri: Eucl: cumque per prop: 7 lib: pri: angulus H B D sit grad: 75, si ab ipsis auferantur grad: 15 anguli F B D, remanebit angulus H B F, & ipsi æqualis angulus N B A grad: 60, quare, ut cæteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 317.4.5.1 ad eorum differentiam pedum 162.5.4.9, ita 173205 tangens semisummæ angulorum B N A, B A N grad: 60 ad tangentem differentiæ eorundem, quę invenietur 88688, cui in canone tangentium respondent gr: 41.34, qui additi gradibus 60 semisummæ constituunt angulum majorem grad: 101.34, ablatis vero à semisumma, angulus minor consurget gr: 19.29, cumque ex duobus lateribus notis latus B A sit majus, angulus B N A ipsi oppositus erit major angulo B A N per prop: 18 lib: pri: Eucl: cognitis angulis, ut latus N A innotescat, fiat ut 97969 sinus anguli B N A grad: 101.34 ad latus B A pedum 240,

ita

ita 86602 sinus anguli A B N grad: 60 ad latus N A, quod invenietur pedum 121.1.5.3; quo cognito in triangulo M N A notum erit prædictum latus, notusque erit angulus N M A grad: 30, ut supra dictum est, nec non angulus M N A grad: 19.26 per prop.29 lib. 1 Eucl: & angulus N A M erit grad: 130. 34, per prop:31 lib.1.Eucl. quare ut latus M N innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli A M N gr:30 ad latus N A pedum 212.1.5.3, ita 75964 sinus anguli M A N grad:130.34 ad latus M N, quod invenietur pedum 322.5.1.9, tantaque erit quantitas faciei, cui addita recta N P pedum 277.1.2.8, prodibit recta M P pedum 599.6.47, tantaque erit lineæ defensionis stringentis longitudo, qua habita considerandum est triangulum M P K, in quo cum noti sint anguli ut ex dictis patet notumque sit latus P M, ut latus P K innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli P K M grad:120 ad latus P M pedum 599. 6.4.7, ita 50000 sinus anguli P M K grad:30 ad latus P K, quod invenietur pedum 346.2.0.8, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ P D, remanebit linea colli F K pedum 106.2.0.8; tandem ut linea defensionis figentis nota fiat, considerandum est triangulum M ℞ P, in quo cum nota sint duo latera M P, P ℞, notaque sit summa duorum angulorum P M ℞, P ℞ M grad:30, cum sit æqualis angulo M P K per prop:32 lib:pri:Eucl: ut cæteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum laterum M P, P ℞ pedum 839.6.4.7 ad eorum differentiam pedum 359.6.4.7, ita 26794 tangens semisummæ angulorum P ℞ M, P M ℞ grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11476, cui in canone tangentium respondent gr:6.33, quibus ablatis à gr:15. semisummæ angulus ℞ M P consurget grad:8.27, & ut latus M ℞ reperiatur, fiat ut 14694 sinus anguli P M ℞ grad 8.27 ad latus ℞ P pedum 240, ita 50000 sinus anguli M P ℞ grad:150 ad latus M ℞, quod invenietur pedum 816.6.5.9; tantaque esset linea defensionis figentis, quæ cum extenderetur ultra pedes 800 secundum nos esset nimis longa; non poterit igitur dari in exagono angulus propugnaculi grad:60 dum cortina sit pedum 480.

***

In exagono simplici dato angulo propugnaculi grad.60, dataque linea defensionis pedum 800, cortinam invenire.

Prop. XX. Probl.

Fiugra XXXV. Cum in antecedenti propositione appareat, quod in prædicto munimento exagono dato angulo propugnaculi gr: 60 omnes lineæ satis amplæ evadant, sed solum linea defensionis figentis debitam quantitatem excedat, si minuatur cortina etiam prædicta linea defensionis figentis fiet minor, cum enim probatum sit in prop: 53 pri: libri quod quò magis crescit linea defensionis figentis eo, magis crescit cortina, si minuatur eadem linea defensionis figentis, eò minor fiet etiam cortina, ex quo sequitur quod diminuta cortina etiam linea defensionis figentis fiat minor, si igitur diminutio cortinæ tanta non erit ut defensioni munimenti noceat, munimentum prædicto modo constructum subsistere poterit. Sit itaque linea defensionis figentis M ℞ pedum 800 linea defensionis stringentis M P pedum 599.6.4.7 ut in antecedenti propositione, & angulus M P K grad: 30 erit angulus M P ℞ grad: 150; in triangulo igitur M P ℞, cum nota sint duo latera, notusque sit unus angulus uni ex notis lateribus oppositus, ut angulus M ℞ P innotescat, fiat ut latus M ℞ ex hypothesi pedum 800 ad 50000 sinum anguli M P ℞ grad: 150, ita latus M P pedum 599.6.4.7 ad sinum anguli M ℞ P, qui invenietur 37477, cui in canone sinuum respondent grad: 22.1, quibus ablatis à gradibus 30 anguli M P K prodibit angulus ℞ M P grad: 7:59, quo invento ut latus P ℞ consurgat, fiat ut 50000 sinus anguli M P ℞ grad: 150 ad latus ℞ M pedum 800, ita 13888 sinus anguli ℞ M P grad 7.59 ad latus ℞ P, quod invenietur pedum 222.2.0.8, tantaque erit ala cortinæ, cui addita recta P F tota cortina erit pedum 462.2.0.8 quæ erit satis ampla, ideoque tale munimentum erit bene constructum, & ipso mediante facilimè construi poterunt munimenta, quorum polygona habebunt majorem numerum laterum quam exagonum, modo dicto in propositione 18 hujus libri, & sic omnia munimenta habebunt lineas satis amplas, & angulus propugnaculi usque ad dodecagonum nunquam fiet major recto,

cum

cum enim angulus polygoni dodecagoni sit graduum 150, erit dimidium ejus grad: 75, a quibus ablatis grad: 30 anguli defensionis interioris residuum erit grad: 45, cujus duplum grad: 90 erit quantitas anguli propugnaculi, & sic nunquam erit major recto.

In pentagono dato angulo propugnaculi gr: 60, dataque cortina ped: 480, in cujus medio cadat linea defensionis stringentis, cæterarum linearum quantitates invenire munimentumque simplex construere.

Prop. XXI. Probl.

Sit recta P F pedum 240 dimidium cortinæ R F, in cujus medio P cadat linea defensionis stringentis M P parallela lineæ defensionis stringentis quadrati A H ad hoc ut angulus P M K sit gr: 30, quo mediante invenietur angulus M P F, seu N P F grad: 24 cujus complementum ad quadrantem gr: 66 constituet angulum P N F; in triangulo igitur rectangulo P N F noti sunt anguli, notumque est latus P F pedum 240 ex hypothesi, quare ut latus N F innotescat, fiat ut sinus totus ad latus P F pedum 240, ita 44522 tangens anguli N P F grad: 24 ad latus N F, quod invenietur pedum 106.8.5.2, & ut hypothenusa N P reperiatur, fiat ut sinus totus ad latus P F pedum 240, ita 109463 secans anguli N P F gr: 24 ad hypothenusam N P, quæ invenietur pedum 262.7.1.1; ut vero facies nota fiat considerandum est triangulum rectangulum F B D, in quo ut angulus B D F innotescat subducantur grad: 45 anguli H D Z à grad: 45 anguli P D Z, & prodibit angulus P D H grad: 9 quibus sublatis à grad: 90 anguli recti H D B consurget angulus B D F gr: 81, cujus complementum ad quadrantem grad: 9 erit quantitas anguli F B D; cognitis angulis, ut latus B F innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam B D pedum 60, ita 98768 sinus anguli B D F grad: 81 ad latus B F, quod invenietur pedum 59, quibus sublatis à pedibus 106.8.5.2 rectæ N F, prodibit recta N B pedum 52.5.9.2, ductaque recta N A, considerandum est triangulum A N B, in quo notum est latus A B pedum 240, cum sit facies propugnaculi in munimento quadrato, ut in prop: 19 hujus libri dictum est, nec non Figura XXXV.

non latus N B inventum pedum 52.5.9.2, angulusque N B A erit grad:66, cum enim duæ rectæ A H, M P sint ex constructione parallelæ, duo anguli P N F, H B F erunt inter se æquales per prop: 29 lib:pri:Eucl: & per prop:15 lib: pri: Eucl: etiam duo anguli N B A, H B F erunt inter se æquales, quare per pri: axio: lib: pri: Eucl: duo anguli P N F, N B A erunt inter se æquales, cumque angulus P N F contineat grad:66, ut superius dictum est, totidem gradus continebit angulus N B A, ut igitur cæteri anguli trianguli N B A innotescant, fiat ut aggregatum duorum laterum A B, B N pedum 292.5.9.2 ad eorum differentiam pedum 187.4.0.4, ita 153986 tangens semisummæ angulorum B N A, B A N grad:57 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 98629, cui in canone tangentium respondent grad:44.36, quibus ablatis à gradibus 57 semisummæ, consurget angulus B A N grad:12.24 additi vero prędictis gradibus semisummæ, constituunt angulum A N B grad: 101.36, quibus habitis, ut latus N A reperiatur, fiat ut 97957 sinus anguli A N B grad:101.36 ad latus A B pedum 240, ita 91354 sinus anguli N B A grad:66 ad latus N A, quod invenietur pedum 223.8.2.2 quo cognito considerandum est triangulum M N A, in quo notus est angulus N M A ex hypothesi grad:30, nec non angulus M N A grad:12.24, est enim æqualis angulo B A N, cum sint anguli alterni, quare ut latus M N innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli N M A grad:30 ad latus N A pedum 223.8.2.2, ita 67430 sinus anguli N A M grad:137.36 ad latus M N, quod invenietur pedum 303.8.4.6, tantaque erit faciei quantitas, qua addita rectæ N P pedum 262.7.1.1, tota M P consurget pedum 564.5.5.7, qua habita quæratur, lineæ defensionis figentis M R quantitas, quæ ut inveniatur considerandum est triangulum M R P, in quo notum est latus M P inventum pedum 564.5.5.7, nec non latus P R ex hypothesi pedum 240, notusque est angulus M P R grad:156, cum sit angulus defensionis exterior, quare ut cęteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum laterum M P, P R pedum 804.5.5.7 ad eorum differentiam pedum 324.5.5.7, ita 21255 tangens semisummæ angulorum P M R, P R M grad: 12 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 8574, cui in canone tangentium respondent grad:4.54, quibus additis gradibus 12 differentiæ consurget angulus M R P grad:16.54, ablatis vero à semisumma, prodibit angulus R M P grad:7.6; inventis angulis ut M R in-

note-

notescat, fiat ut 32360 sinus anguli P M R grad: 7. 6 ad latus P R, pedum 240, ita 40673 sinus anguli M P R, gr: 156 ad latus M R, quod invenietur pedum 789.7.6.6, tantaque erit lineæ defensionis figentis longitudo; tandem ut linea colli inveniatur, considerandum est triangulum M P K, in quo cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus P M pedum 564.5.5.7, ut latus P K innotescat, fiat ut 80901 sinus anguli M K P grad: 126 ad latus P M pedum 564. 5.5.7, ita 50000 sinus anguli K M P grad: 30 ad latus P K, quod invenietur pedum 348.9.1.8, à quibus ablatis pedibus 240 rectæ P F, remanebit recta F K pedum 108.9.1.8, tantaque erit quantitas lineæ colli, quare in pentagono potest dari angulus propugnaculi grad: 60, cum linea defensionis figentis non perveniat ad pedes 800, cæteræque lineæ satis amplæ evadant.

Annotatio.

EX duabus antecedentibus propositionibus apparet, quod tam pentagonum, quam exagonum habere potest angulum propugnaculi grad: 60, quare facilima erit munimentorum simplicium constructio, si à quadrato usque ad exagonum inclusive statuatur angulus propugnaculi, grad: 60, cætera vero munimenta majorem numerum laterum habentia quam exagonum describantur modo dicto in prop. 18, ita ut lineæ eamdem quantitatem semper servent, quam habent in exagono, & sic in quolibet munimento omnes partes satis amplæ evadent, & angulus propugnaculi numquam fiet major recto, ut in prop: 20 hujus libri apparet.

Si in munimento pentagono angulus propugnaculi esset rectus alæ essent nimis parvæ.

Prop. XXII. Theor.

DEscribatur propugnaculum quadrati, cujus facies sint A E, & A Q; & ala propugnaculi E F, à puncto vero E ad punctum Q ducatur recta E Q, super quam à puncto A cadat perpendicularis A P, producaturque E Q hinc inde usque ad B, & C, factoque centro in P intervallo P A describatur semicirculus B A C, cujus dia- Figura XXXVI.

P

diameter sit B C, ad cujus terminos B, & C à puncto A ducantur duæ rectæ A C, A B, per punctum vero E ducatur recta D I parallela ipsi B A, sitque recta E D æqualis ipsi E A, & per punctum F ducatur recta M K secans rectam D I in puncto T, & rectam A P in puncto L, ita ut angulus K L P sit æqualis dimidio anguli polygoni pentagoni, deinde à puncto E ducatur recta E O perpendicularis ipsi K M, sitque recta K O in proportione dupla ipsius A E, & à puncto K ducatur perpendicularis ipsi K M recta K I, terminata à puncto I, à quo ducatur recta I N parallela ipsi K M, connectanturque tres rectæ K M, I D, I N recta D R parallela ipsi A P, producaturque recta E O usque ad rectam N I terminata in puncto O, & sic statutæ erunt partes prædicti munimenti, in quo D E erit facies E O, seu E G ala propugnaculi G I cortina, angulus I D R dimidium anguli propugnaculi, & angulus I N R dimidium anguli polygoni, cum enim angulus B A C trianguli isoscelis C A B sit in semicirculo B A C, erit rectus per prop: 31 lib. 3. Eucl: ideoque angulus B A P erit semi rectus, seu gr: 45 cum linea A P sit perpendicularis basi B C, cui æqualis est angulus E V P per prop: 29 lib: pri: Eucl: duæ enim rectæ B A, E V sunt ex constructione parallelæ, eademque ratione erit angulus E D R æqualis angulo E V P, seu grad: 45, cum duæ rectæ A P, D R sint ex constructione parallelæ, quare totus angulus propugnaculi erit grad: 90, eodem modo probatur angulum I N R esse æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, nam propter duas parallelas A P, D R duo anguli K L P, K M R sunt inter se æquales, & propter duas parallelas K M, I N etiam duo anguli K M R, I N R erunt inter se æquales, ideoque angulus I N R erit æqualis angulo K L P, qui cum ex constructione sit æqualis dimidio anguli polygoni pentagoni, etiam angulus I N R erit æqualis dimidio anguli polygoni prædictæ figuræ; his positis ut alæ propugnaculi E G quantitas innotescat, inveniendus est primò angulus D I N, qui reperietur subducendo angulum I D R grad: 45 à dimidio anguli polygoni I N R grad: 54 eritque grad: 9, quo cognito considerandum est triangulum E I G, in quo cum notus sit angulus rectus

E G I,

EGI, nec non angulus EIG, notumque si latus IG pedum 480, ut latus EG consurgat, fiat ut sinus totus ad 15838 tangentem anguli EIG gr:9 ita latus (IG quod supponatur pedum 480) ad latus GE, quod invenietur pedum 76.0.2.2, ex quo patet, quod si in pentagono angulus propugnaculi esset rectus, munimentum haberet tantum unicam lineam defensionis, linea enim, quæ oritur producendo faciem terminaretur à puncto, in quo ala propugnaculi cortinam tangit, quod si quis vellet ipsam terminare in medietate cortinæ, alæ propugnaculi quantitas esset solummodò pedum 38.0.1.1 quod est absurdum, at si statueretur prædicta ala propugnaculi pedum 60 munimentum habere posset alas in cortina, sed valde parvas, linea enim defensionis stringentis extenderetur ultra medietatem cortinæ, nec multum distaret ab angulo alæ propugnaculi. & cortinę, ut per ratiocinium triangulorum patet, consideretur itaque triangulum rectangulum ETO, in quo cum noti sint anguli (duo enim triangula ETO, EIG sunt æquiangula) notumque ex hypothesi sit latus EO, quod ponitur pedum 60, ut latus TO innotescat, fiat ut sinus totus ad 631375 tangentem anguli TEO grad:81, ita latus EO pedum 60 ad latus TO, quod invenietur pedum 378.8.2.5, quibus sublatis à pedibus 480 totius cortinæ, remanebũt pedes 101.1.7.5 tantaque erit quantitas alę cortinæ, quare si in pentagono angulus propugnaculi esset grad: 90 posset quidem defendi, cum omnes partes detectæ sint, sed debiles essent defensiones, cum alæ evadant parvæ, ideoque non conducit in pentagono angulum propugnaculi statuere rectum, eo quod dum prædictus angulus est minor recto alæ fiunt ampliores ut ex antecedenti propositione apparet. Aliqui multi faciunt angulum rectum asserentes, quod quo major est angulus propugnaculi eò difficilius possunt tormenta inimicorum ipsum destruere, nos vero volumus potius angulum propugnaculi acutum, dum non sit minor grad:60 & alas amplas, quam angulum rectum, & alas parvas, quod autem angulus acutus sit melior recto satis probat Petrus Sardi, quare ulterius pergemus.

In munimento exagono duplici rectangulo data ala propugnaculi æquale lineæ colli pedum 120, nec non facie pedum 240, angulum propugnaculi, cæterarumque linearum quantitates invenire.

Prop. XXIII. Probl.

Figura XXVI. SIt propositum munimentum exagonum, in quo X f sit facies pedum 240 f C ala propugnaculi pedum 120, totidemque pedum sit linea colli A C, sitque C G cortina, & X F linea defensionis invenienda; his positis producantur duæ rectæ X A, f C, quousque coeant in puncto P, ita ut fiat triangulum X f P, & triangulum rectangulum A C P habens angulum rectum A C P, in quo præter angulum rectum, notus erit etiam angulus C A P grad: 60, cum sit dimidium anguli polygoni exagoni, notumque est latus A C ex hypothesi pedum 120, quare ut latus C P innotescat, fiat ut sinus totus ad latus A C pedum 120, ita 173205 tangens anguli P A C grad: 60 ad latus C P, quod invenietur pedum 207. 8. 4. 6, quibus additis pedibus 120 alæ f C ex hypothesi, tota linea f P consurget pedum 327. 8. 4. 6, angulusque A P C, seu X P f erit grad: 30, cum sit complementum ad quadrantem anguli C A P, ideoque in triangulo X P f, cum notum sit latus f P jam inventum, nec non latus X f ex hypothesi pedum 240, notusque sit angulus X P f, ut angulus P X f innotescat, fiat ut latus X f pedum 240, ad 50000 sinum anguli X P f grad: 30, ita latus f P pedum 327. 8. 4. 6 ad sinum anguli P X f, quod invenietur 68301, cui in canone sinuum respondent grad: 43. 5, ideoque totus angulus propugnaculi erit grad: 86. 10, quo habito vt angulus defensionis interior inveniatur subducantur gradus 43. 5 anguli A X f à gradibus 60 anguli C A P, & prodibit angulus defensionis interior f F C grad: 16. 55, cujus complementum ad quadrantem grad: 73. 5 erit quantitas anguli C f F, in triangulo igitur C f F, cum noti sint anguli, notumque sit latus f C ex hypothesi pedum 120, ut latus C F innotescat, fiat ut sinus totus ad latus f C pedum 120, ita 328794 tangens anguli C f F gr: 73. 5 ad latus C F, quod invenietur pedum 394. 5. 5. 2, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, tota C G consurget pedum 454. 5. 5. 2,

tan-

tantaque erit quantitas cortinæ,& ut hypothenuſa fF conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus CF pedum 394,5.52, ita 104522 ſecans anguli fFC grad:16.55 ad hypothenuſam fF, quæ invenietur pedum 412.3.9.3, quibus additis pedibus 240 faciei, linea defenſionis prodibit ped: 652.3.9.3.

In quadrato non poſſunt ſimul manere ala propugnaculi, & linea colli pedum 120, & facies pedum 240, exiſtente angulo alæ, & cortinæ recto.

Prop. XXIV. Theor.

SIt in propoſito munimento quadrato ala propugnaculi fC pedum 120, totidemque pedum ſit linea colli AC, ſitque facies Xf pedum 240; his poſitis conſiderandum eſt triangulum CAP, quod oritur ex productione alæ propugnaculi, & capitalis, in quo angulus ACP ſit rectus, angulusque CAP erit grad:45, cum ſit dimidium anguli polygoni quadrati, totidemque graduum erit angulus APC per prop:32 lib: pri: Eucl. ideoque duo latera AC, CP erunt æqualia per prop:6 lib:pri:Eucl:quare latus CP continebit pedes 120, quibus additis pedibus 120 rectæ fC ex hypotheſi, tota fP erit pedum 240, cumque ex hypotheſi etiam facies Xf ſit pedum 240 in triangulo XPf duo latera Xf, fP erunt inter ſe æqualia, quare per prop:5 lib: pri: Eucl: etiam angulus fXP erit æqualis angulo fPX, nempe grad:45, totusque angulus propugnaculi erit grad:90, quod eſt abſurdum, ut demonſtratum eſt in prop: 35 lib: primi; in munimento igitur quadrato rectangulo non poſſunt ſimul manere ala propugnaculi & linea colli pedum 120, & facies pedum 240. Figura XXV.

Annotatio.

EX duabus ultimis propoſitionibus colligitur quod non ſemper poteſt dari linea colli æqualis alæ propugnaculi pedum 120 ſtatuta facie pedum 240, cum in quadrato prædictæ tres lineæ ſimul manere non poſſint, & quando in aliquo munimento ſubſiſtere poſſint non conducit, talem proportionem retinere, aliter enim procedendo vel ala propugnaculi fit major, vel munimen-

tum habere potest alas in cortina, non tamen prædictus methodus est omnino spernendus cum aliquando utilis esse possit in munimentis irregularibus.

Si in quadrato munimentum fuerit rectangulum sine alis in cortina, & linea defensionis pedum 750, facies esse non poterit pedum 240, nam linea colli fieret nimis parva.

Propl. XXV. Theorema.

Figura XXV. SIt propositum munimentum quadratum, sit linea defensionis X F pedum 750, ponaturque facies X f pedum 240, sit recta f C ala propugnaculi, & C G cortina, angulus f C F sit rectus, & angulus propugnaculi grad: 60, cuius dimidium, seu angulus A X F erit grad: 30, quo mediante invenietur angulus defensionis interior X F A, seu f F C grad: 15, cujus complementum ad quadrantem grad: 75 erit quantitas anguli C f F, & angulus X A F erit gr: 135, cum sit complementum anguli C A P grad: 45 ad duos rectos; cognitis angulis indagandæ sunt linearum quantitates, quarum recta f F nota fiet subducendo à tota X F pedum 750 faciem X f pedum 240, eritque residuum pedum 510 quantitas lineæ f F, ideoque in triangulo f C F noti erunt omnes anguli, notaque erit hypothenusa f F, quare ut latus C f innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam f F pedum 510, ita 25881 sinus anguli f F C grad: 15 ad latus f C, quod invenietur pedum 131. 9. 9. 3, tantaque erit quantitas alæ propugnaculi, & ut latus C F consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam f F pedum 510, ita 96592 sinus anguli C f F gr: 75 ad latus C F, quod invenietur pedũ 492. 6. 1. 9, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, tota C G consurget pedum 552. 6. 1. 9, tantaque erit quantitas cortinæ, ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum A X F, in quo, cum noti sint anguli, notumque sit latus X F ex hypothesi pedum 750, ut latus A F innotescat, fiat ut 70710 sinus anguli X A F grad: 135 ad latus X F pedum 750, ita 50000 sinus anguli A X F graduum 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 530. 3. 3. 5, à quibus ablatis pedibus 492. 6. 1. 9, remanebit linea colli pedum 37. 7. 1. 6, quæ cum sit nimis parva nullo modo subsistere poterit, ideoq; data linea defensionis pedum 750 facies esse non poterit pedum 240.

In

In munimento exagono, & rectangulo sine alis in cortina, si linea defensionis esset pedum 750, & facies pedum 240, linea colli esset nimis parva.

Prop. XXVI. Theorema.

Sit propositum munimentum exagonum, in quo recta X F sit linea defensionis pedum 750, X f facies pedum 240, f C ala propugnaculi, C G cortina, sitque angulus propugnaculi grad: 75, cujus dimidium, seu angulus A X F erit grad: 34. 30, quibus ablatis à grad. 60 dimidij anguli polygoni, prodibit angulus defensionis interior X F A, seu f F C gr: 22. 30, cujus complementum ad quadrantem grad: 67.30 erit quantitas anguli C f F, & angulus F A X erit grad: 120, cum sit complementum anguli C A P, seu dimidij anguli polygoni ad duos rectos; cognitis angulis linearum quantitates indagandæ erunt, quarum recta f F innotescet subducendo faciem X f ex hypothesi pedum 240 à linea defensionis X F pedum 750, eritque pedum 510, quà cognita considerandum est triangulum f F C, inquo notus est angulus rectus f C F, angulusque f F C grad: 22.30, & angulus C f F grad: 67.30, notaque est hypothenusa f F inventa pedum 510, quare ut latus f C innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam f F pedum 510, ita 38268 sinus anguli C f F grad: 22.30 ad latus f C, quod invenietur pedum 195.1.6.6, & ut latus C F consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam f F pedum 510, ita 92387 sinus anguli C f F grad: 67. 30 ad latus C F, quod invenietur pedum 471.1.7.3, quibus additis pedibus 60 rectæ F G, prodibit cortina C G pedum 531.1.7.3, quâ inventa ut linea colli nota fiat considerandum est triangulum A X F, inquo cum noti sint anguli, ut ex dictis patet, notumque sit latus X F, ut latus A F innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli X A F grad: 120 ad latus X F pedum 750, ita 60876 sinus anguli A X F grad: 37. 30 ad latus A F, quod invenietur pedum 527.2.0.4, à quibus ablatis pedibus 471.1.7.3 consurget linea A C pedum 56.0.3.1, quæ cum sit nimis parva subsistere non potest, ideoque data linea defensionis pedum 750 facies esse non potest pedum 240.

Figura XXVI.

Si

Si in munimento dodecagono, & rectangulo sine alis in cortina linea defensionis esset pedum 750, & facies pedum 240, linea colli esset nimis brevis.

Prop. XXVII. Theor.

Figura XXVII. SIt in proposito munimento linea defensionis XF pedum 750, & facies Xf pedum 240, sitque angulus propugnaculi grad: 90 erit ejus dimidium, nempe angulus fXA, seu FXA grad: 45, qui sublati à gradibus 75 dimidij anguli polygoni, seu anguli FAP gr: 75, remanebit angulus defensionis interior XFA, seu fFC gr: 30, cujus complementum ad quadrantem, seu angulus CfF erit grad: 60; cognitis angulis linea fF nota fiet subducendo faciem Xf pedum 240 à tota linea defensionis XF pedum 750, & invenietur pedum 510, in triangulo igitur rectangulo fFC cum noti sint anguli, notaque sit hypothenusa fF, ut latus fC innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam fF pedum 510, ita 50000 sinus anguli fFC grad: 30 ad latus fC, quod invenietur pedum 255, & ut latus CF reperiatur, fiat ut sinus totus ad latis fF pedum 510, ita 86602 sinus anguli CfF grad: 60 ad latus CF, quod invenietur pedum 441.6.7.0, quibus additis pedibus 60 rectæ FG, cortina CG consurget pedum 501.6.7.0; ut vero linea colli nota fiat considerandum est triangulum AXF, in quo noti sunt anguli, notumque est latus XF ex hypothesi, quare ut latus AF innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli XAF grad: 105 ad latus XF pedum 750, ita 70710 sinus anguli AXF grad: 45 ad latus AF, quod invenietur pedum 549.0.3.6, à quibus ablatis pedibus 501.6.7.0 cortinæ CG, prodibit linea colli pedum 38.3.6.6, quæ erit nimis parva, ideoque in præfacto munimento si linea defensionis erit pedum 750 facies esse non poterit pedum 240.

Annotatio.

CUm in quadrato, exagono, & dodecagono habentibus unicam lineam defensionis facies esse non possit pedum 240, dum eadem linea defensionis fit pedum 750, eo quod linea colli evaderet nimis parva, dicendum est quod hoc etiam in alijs polygonis

gonis contingat, dum munimenta ſint rectangula, quare ſtatui non poterit quælibet proportio inter lineam defenſionis, & faciem, ideoque cavendum eſt in munimentis conſtruendis ne aliqua inconvenientia oriantur, quod non eveniet ſi adhibeantur proportiones à nobis traditæ, cum per ratiocinium triangulorum appareat, quod omnes munimenti partes bene inter ſe correſpondeant.

In munimento duplici rectangulo datis lineis terminantibus plateas, humerum delineare, quantitatesque linearum ipſum terminantium invenire.

Prop. XXVIII. Probl.

SIt recta ZF linea terminans ſecundam plateam, & recta G e linea terminans primam plateam, quæ dividatur in tres partes æquales, quarum duæ conſtituant rectam e m, tertia rectæ m G relinquatur, à puncto vero X ad punctum m ducatur recta X m interſecans rectas ZF, & eG in punctis N, & m, eritque trapezium NZem humerus; his peractis, ut linearum quantitates notæ fiant ſupponatur polygonum eſſe quadratum, deinde producantur duæ rectæ XF, eG quouſque coeant in puncto i, ita ut cum recta FG faciant triangulum rectangulum FGi, in quo notum eſt latus FG ex conſtructione pedum 60, ut in prop:1 hujus libri dictum eſt, notusque eſt angulus rectus FGi, & angulus GFi grad: 15, cum ſit æqualis angulo defenſionis interiori fFC per prop. 15 lib. pri. Eucl: cujus complementum ad quadrantem grad. 75 erit quantitas anguli FiG, quare ut latus Gi innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus FG pedum 60, ita 26794 tangens anguli GFi grad: 15 ad latus Gi, quod invenietur pedum 16.0.7.6, & ut hypothenuſa Fi conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus FG pedum 60, ita 103527 ſecans anguli GFi gr: 15 ad hypothenuſam Fi, quæ invenietur pedum 62.1.1.6, quibus additis pedibus 742.6.8.8 lineæ defenſionis XF per prop. 1 hujus libri, tota Xi conſurget pedũ 805.1.0.4, rectæque eG pedum 112.5.3.4, (ut in citata propoſitione,) additis pedibus 16.0.7.6 rectæ Gi, tota ei conſurget pedum 128.6.1.0, quibus inventis conſiderandum eſt triangulum mXi, in quo cum nota ſint duo latera inventa Xi, im, notusque ſit angulus Xim grad: 75, ut an- Figura XXV.

gulus i m X innotescat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 933.7.1.4 ad eorum differentiam pedum 676.4.9.4, ita 130322 tangens semisummæ angulorum i X m, i m X gr. 52.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 94420, cui in canone tangentium respondent grad:43.21, quibus additis grad:52.30 semisummæ prædict, æangulus X m i consurget gr:95.51, quo cognito à puncto m ducatur recta m q perpendicularis ipsi Z F parallela ipsi F G, ita ut fiat triangulum rectangulum N m q, in quo angulus rectus erit N q m, angulus autem N m q invenietur gr:5.51 subducendo angulum rectum q m G ab angulo N m G grad:95.51, & angulus q N m erit grad:84.9, cum sit complementum anguli q N m ad quadrantem, & latus q m erit pedum 60, cum sit æquale lateri F G, quare ut hypothenusa N m innotescat, fiat ut sinus totus ad latus q m pedum 60, ita 100523 secans anguli N m q grad:5.51 ad hypothenusam N m, quæ invenietur pedum 60.3.1.3, & ut latus N q consurgat, fiat ut sinus totus ad latus q m pedum 60, ita 10245 tangens anguli N m q grad:5.51 ad latus N q, quod invenietur pedum 6.1.4.7, cum autem recta m G sit ex constructione tertia pars rectæ e G pedum 112.5.3.4 continebit pedes 37.5.1.1, totidemque pedes continebit recta q F, cum sit æqualis ipsi m G, cui additis pedibus 6.1.4.7, consurget tota N F pedum 43.6.5.8, quibus ablatis à pedibus 96.4.5.8 rectæ Z F inventæ in prop.1 hujus libri, remanebit recta Z N pedum 42.8.0.0, & sic inventæ erunt quantitates linearum terminantium humerum in quadrato, eodemque modo inveniri poterunt in alijs munimentis mutatis mutandis.

Alio modo humerum delineare, linearumque ipsum terminantium invenire quantitates.

Prop. XXIX. Probl.

Figura XXV. SIt recta Z F pedum 96.4.5.8, ut dictum est, quæ dividatur in tres æquales partes, sitque recta N F ejusdem tertia pars pedum 32.1.5.2, erit Z N pedum 64.3.0.4; his positis ut recta N m nota fiat considerandum est triangulum F X N, in quo, cum notum sit latus X F pedum 742.9.8.8, nec non latus N F pedum 32.1.5.2 ex constructione, notusque sit angulus X F N, ut angulus X N F innote-

notefcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 775.1.4.0 ad eorum differentiam pedum 710. 8. 3. 6, ita 130322 tangens femifummæ angulorum F X N, F N X ad tangentem differentiæ eorundem, quæ invenietur 119510, cui in canone tangentium refpondent gradus 50.5, qui additi gradibus 52. 30 conftituunt angulum X N F grad:102:35, cujus complementum ad duos rectos erit quantitas anguli m N q grad 77.25, cujus complementum ad quadrantem erit quantitas anguli N m q grad. 12. 35, quibus cognitis, ut hypothenufa N m innotefcat, fiat ut finus totus ad latus q m pedum 60, ita 102461 fecans anguli N m q grad. 12. 35 ad hypothenufam N m, quæ invenietur pedum 61.4.7.6, & ut latus N q confurgat, fiat ut finus totus ad latus q m pedum 60, ita 22322 tangens anguli N m q grad:12.35 ad latus N q, quod invenietur pedum 13.3.9.5, quibus ablatis à pedibus 32.1.5.2 rectæ N F remanebit recta q F pedum 18.7.5.9, cui æqualis eft recta m G, & fic conftructus erit humerus.

In munimento duplici obliquangulo humerum determinare, quantitatesque linearum ipfum teminantium invenire.

Prop. XXX. Probl.

Supponatur polygonum effe pentagonum cujus lineæ habeant quantitatem inventam in prop:15 hujus libri, & angulus V G O fit rectus, erit itaque recta V G pedum 750, & O G pedum 177. 1. 2.2, à qua abfcindatur recta G L, quæ fit æqualis tertiæ parti ipfius O G, & fic continebit pedes 59.0.4.0, & recta L O continebit pedes 118.0.8.0; his pofitis confiderandum eft triangulum rectangulum V G L, in quo cum notus fit angulus rectus V G L, notaque fint latera V G, G L, ut angulus L V G innotefcat, fiat ut latus V G pedum 750 ad finum totum, ita latus G L pedum 59.0.4.0 ad tangentem anguli L V G, quæ invenietur 7872, cui in canone tangentium refpondent gradus 4. 30, tantaque erit quantitas anguli G V L, qua cognita ut latus V L confurgat, fiat ut finus totus ad latus V G pedum 750, ita 100309 fecans anguli G V L grad: 4. 30 ad hypothenufam V L, quæ invenietur pedum 752.3.1.7, qua inventa à recta V G fubducatur recta C G pedum 60, & remanebit recta Figura XXIX.

V C pedum 690, deinde consideretur triangulum C V M, in quo, cum notum sit latus V C, notique sint duo anguli M C V, M V C, ut latus M C innotescat, fiat ut sinus totus ad latus V C pedum 690, ita 7872 tangens anguli C V M grad. 4. 30 ad latus M C, quod invenietur pedum 45. 3. 1. 6, & ut hypothenusa V M consurgat, fiat ut sinus totus ad latus V C pedum 690, ita 100309 secans anguli C V M grad. 4. 30 ad hypothenusam V M, quæ invenietur pedum 692. 1. 3. 2, quibus ablatis à pedibus 752. 3. 1. 7 rectæ V L, remanebunt pedes 60. 1. 8. 5, qui constituent rectam M L, & ablatis pedibus 54. 3. 1. 6 rectæ C M à pedibus 126. 7. 7. 3 rectæ N C, remanebit recta N M pedum 72. 4. 5. 7.

Alio modo in munimento duplici obliquangulo humerum determinare, linearumque ipsum terminantium quantitates invenire.

Prop. XXXI. Probl.

Figura XXIX. Sit recta N C, ut supra pedum 126. 7. 7. 4, quæ dividatur bifariam in M, eritque recta M C ejus dimidium ped: 63. 3. 8. 7; his positis à puncto V ad punctum M ducatur recta V M, quæ producatur quousque tangat rectam O G in puncto L, ita ut fiant duo triangula rectangula V C M, V G L, deinde consideretur triangulum C V M, in quo cum nota sint duo latera, nempe M C ex constructione pedum 63. 3. 8. 7, & latus V C inventum in antecedenti propositione pedum 690, notusq; sit angulus rectus V C M, ut angulus C V M innotescat, fiat ut latus V C pedum 690 ad sinum totum, ita latus M C ped: 63. 3. 8. 7 ad tangentem anguli M V C, quæ invenietur 9186, cui in canone tangentium respondent grad: 5. 15, tantaque erit quantitas anguli C V M, quo invento, ut hypothenusa M V consurgat, fiat ut sinus totus ad latus V C pedum 690, ita 100421 secans anguli C V M grad: 5. 15 ad hypothenusam V M, quæ invenietur pedum 692. 9. 0. 4, & ut hypothenusa V L trianguli G V L reperiatur, fiat ut sinus totus ad latus V G pedum 750, ita 100421 secans anguli G V L grad: 5. 15 ad hypothenusam V L, quæ invenietur pedum 753. 1. 5 7, à quibus ablatis pedibus 692. 9. 0. 4 rectæ V M, remanebit recta M L ped. 60. 2. 5. 3, & ut recta L G consurgat, fiat ut sinus totus ad latus V G pedum

dum 750, ita 9186 tangens anguli L V G grad: 5.15 ad latus L G, quod invenietur pedum 68.8.9.5, sic procedendo in omnibus polygonis mutatis mutandis inveniri poterit humerus.

In munimento triplici obliquangulo humerum determinare, linearumque ipsum terminantium quantitates invenire.

Prop: XXXII. Probl.

Supponatur polygonum esse exagonum, cujus lineæ habeant quantitatem inventam in propositione 16 hujus libri, erit itaque recta V G pedum 750, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ G C remanebit recta V C pedum 690, & recta N C erit pedum 151.2.4.9 ex qua abscindatur recta C M tantæ magnitudinis quantæ esse debet longitudo infimæ plateæ, sitque e.g. ped. 63.3.8.7 ut in antecedenti propositione, quibus ablatis à pedibus 151.2.4.9 rectæ N C, remanebit recta N M pedum 77.8.6.2, cumque triangulum C V M idem sit ac in pentagono, cum duo latera V C, C M sint ejusdem magnitudinis, angulus C V M erit gr. 5.15, & recta M L erit pedum 60.2.5.3; ut vero duæ rectæ M K, K H notæ fiant considerandum est triangulum rectangulum H V K, cujus latus V H prodibit pedũ 810 addendo rectæ V G pedũ 750, rectam G H pedũ 60, notique erunt duo anguli K H V, K V H ut ex dictis, quare ut hypothenusa V K consurgat, fiat ut sinus totus ad latus V H pedum 810, ita 100451 secans anguli H V K grad: 5.15 ad hypothenusam V K, quæ invenietur pedum 813.4.1.0, à quibus ablatis pedibus 692.9.0.4, remanebit recta M K pedum 120.5.0.6, à quibus ablatis pedibus 60.2.5.3 rectæ M L, remanebit recta L K etiam pedum 60.2.5.3, & ut latus K H innotescat, fiat ut sinus totus ad latus V H pedum 810, ita 9186 tangens anguli H V K ad latus K H, quod invenietur pedum 74.4.0.6, & sic notæ erunt omnes lineæ humeri adjacentes, ipsumque determinantes. Figura XXVIII.

In munimentis triplicibus rectangulis humerum determinare, linearumque ipsi adjacentium quantitates invenire.

Prop. XXXIII. Probl.

Figura XXVI. Supponatur polygonum esse exagonum, cujus lineæ, & anguli habeant quantitatem inventam in prop:2 hujus libri; erit angulus propugnaculi grad:75, & ejus dimidium seu angulus A X F grad:37.30, angulusque defensionis interior A F X grad:22.30 quibus ablatis à gradibus 90 anguli recti D F Z, remanebit angulus X F Z grad:67.30, ala G e erit pedum 173.9.6.8 facies W e pedum 301.4.3.6, linea defensionis X F ped:755.8.0.7, rectaque Z F pedum 149.1.1.6; his positis à linea colli G I abscindatur recta G K æqualis ipsi F G, seu pedum 60, & à puncto K ducatur parallela ipsi G e recta K △, à recta vero Z F abscindatur recta Z N tantæ magnitudinis quantæ esse debet linea exterius terminans humerum e.g. pedum 60, quibus ablatis à pedibus 149.1.1.6 rectæ Z F remanebit recta N F pedum 89.1.1.6, ducaturque à puncto X ad punctum N recta X N, quæ producatur quousque tangat rectam △ K in puncto d, deinde consideretur triangulum N X F, in quo cum notus sit angulus X F N grad:67.30, notaque sint duo latera N F, F X, ut angulus F N X innotescat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum ped.844.9.2.3 ad eorum differentiam pedum 666.6.9.1, ita 149660 tangens semisummæ angulorum F X N, N F X ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 118350, cui in canone tangentium respondent grad: 49. 48, quibus additis 56.15 semisummæ, prodibit angulus X N F grad:106.3, cui æquales sunt anguli N h G, N d K propter parallelas N F, h G, d K, nec non angulus d h e, cum duo anguli N h G, e h d sint ad verticem; cognitis prædictis angulis à puncto h ducatur recta h o perpendicularis ipsi N F, quæ producatur usque in u, ita ut fiant duo triangula rectangula, quæ erunt similia, ut patet, & habebunt latera correspondentia inter se æqualia, cum duo latera o h,

hu

hu ex constructione sint æqualia, quare inventa quantitate laterum trianguli N o h, etiam latera trianguli u h d nota fient; in triangulo igitur rectangulo N o h notus est angulus rectus N o h, angulusque N h o invenietur grad: 16. 3 subducendo grad: 90 anguli recti o h G à grad: 106.3 anguli N h G, notumque est latus o h pedum 60, quare ut latus N o innotescat, fiat ut sinus totus ad latus o h pedum 60, ita 28769 tangens anguli N h o grad: 16. 3 ad latus N o, quod invenietur pedum 17.2.6.1, quibus ablatis à pedibus 89.1.1.6 rectæ N F, remanebit recta o F, seu ipsi æqualis recta h G, pedum 71.8.5.5, cui est æqualis etiam recta u K, à qua ablata portione u d pedum 17. 1. 1. 0, remanebit recta d K pedum 54. 5. 9.4, & ut recta N h consurgat, fiat ut sinus totus ad latus o h pedum 60, ita 104056 secans anguli N h o pedum 16. 3 ad hypothenusam N h, quæ invenietur pedum 62. 4. 3. 3, totidemque pedes continebit recta h d, cujus duplum erit quantitas rectæ N d pedum 124.8.6.6, & sic notæ erunt quantitates linearum humeri adiacentium in munimento triplici rectangulo.

In munimento dodecagono triplici alio modo humerum, & plateas determinare, linearumque quantitates invenire.

Prop. XXXIV. Probl.

Sit propositum munimentum dodecagonum, cujus lineæ habeant quantitatem inventam in prop: 3 hujus libri, & sic linea X F erit pedum 363.0.1.9, G e pedum 242.4.8.7 F Z pedum 207.8. 4.6, & recta G I pedum 138.6.3.2, quibus additis pedibus 60 rectæ G F, tota F I erit pedum 198.6.3.2, sintque anguli ejusdem quantitatis ut in citata propositione, nempe angulus propugnaculi gr: 90, ejus dimidium grad: 45, angulu defensionis interior grad: 30, angulusque D Y F grad: 60; his positis statuatur recta Z N tantæ magnitudinis, quantæ esse debet humerus, sitque dimidia rectæ Z F, pedum scilicet 103.9.2.3, totidemque pedes continebit recta N F, per cujus terminum N à puncto X ducatur utcumque recta X k ad quam à puncto F ducatur recta F b perpendicularis ipsi X F, **Figura XXVII.**

qua

qua producta abſcindantur duæ rectæ Fh, hg, quarum unaquæque contineat pedes 60, & à punctis h, g ducantur ad rectam X k parallelę ipſi F b rectæ h c, g a, deinde conſideretur triangulum X F N, in quo notus eſt angulus X F N grad: 60, cum ſit æqualis angulo D Y F propter duas parallelas D Y, F Z, notum eſt latus X F pedum 763.0.1.9, & latus N F inventum pedum 103.9.2.3, quare ut angulus X N F innoteſcat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 866.9.4.2 ad eorum differentiam pedum 659.0.9.6, ita 173205 tangens ſemiſummæ angulorum F X N, F N X grad:60 ad tangentem differentiæ eorumdem, quę invenietur 131679, cui in canone tangentium reſpondent gradus 52.47, quibus additis grad:60 ſemiſummæ conſurget angulus X N F gr. 112.47, cujus complementum ad duos rectos gr:67.13 erit quantitas anguli F N b, ablatis vero grad: 52.47 à grad:60 ſemiſummæ prodibit angulus F X N grad:7.13, cujus compl: ad grad: 90 grad: 82.47 erit quantitas anguli X b F, cui æquales ſunt anguli X c h, X a g, cum rectæ F b, h c, g a ſint ex conſtructione parallelæ, angulusq; N k F erit gr: 22.47, cum ſit complementum ad quadrantem anguli F N k; cognitis angulis indaganda ſunt latera, & primò ut latus X N innoteſcat, fiat ut 12562 ſinus anguli F X N grad: 7.13 ad latus N F pedum 103.9.2.3, ita 86602 ſinus anguli X F N grad:60 ad latus X N, quod invenietur pedum 716.4.4.1, & ut latus F b reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus X F pedum 763.0.1.9, ita 12662 tangens anguli F X b gr:7.13 ad latus F b, quod invenietur pedum 96.6.1.3, ſic ut hypothenuſa X b conſurgat, fiat ut ſinus totus ad latus X F pedum 763.0.1.9, ita 100798 ſecans anguli F X b grad: 7.13 ad latus X b, quod invenietur pedum 769.1.0.7, à quibus ablatis pedibus 716.4.4.1 rectæ X N, remanebit recta N b pedum 52.6.6.6; his peractis, pedibus 763.0.1.9 addantur pedes 60, & prodibit recta X h pedum 823.0.1.9, quibus additis iterum pedibus 60 conſurget recta X g pedum 883.0.1.9; deinde fiat primò ut ſinus totus ad latus X h pedum 823.0.1.9, ita 12662 tangens anguli h X c gr: 7.13 ad latus h c, ſecundo, ut ſinus totus ad latus X h ut ſupra, ita 100798 ſecans anguli h X c ad latus X c, tertio ut ſinus totus ad latus X g pedum 883.0.1.9, ita 12662 tangens anguli g X a ad latus g a, quarto, ut ſinus totus ad latus X g, ut ſupra, ita 100798 ſecans anguli g X a grad:7.13 ad latus X a, & invenietur latus h c pedum 104.2.1.0, latus X c ped: 829.5.8.6, latus g a pedum 111.8.0.7, & latus

latus Xa pedum 890. 0. 6. 5, quod si à latere Xc auferatur latus Xb, & Xc à latere Xa remanebit recta bc, & recta ca pedum 60. 4.7.9, totaque Na erit pedum 173.6.2.4, ut vero recta Nk innotescat, fiat ut sinus totus ad latus NF pedum 103.9.2.3, ita 258232 secans anguli FNk grad: 67.13 ad hypothenusam Nk, quæ invenietur ped: 268.3.6.2, à quibus ablatis ped: 173.6.2.4 remanebit recta ak pedum 94.7.3.8, & ut recta Fk consurgat, fiat ut sinus totus ad latus NF pedum 103.9.2.3, ita 238.0.8.4 tangens anguli FNk grad: 67.13 ad latus Fk, quod invenietur pedum 247.4.2.4, à quibus ablatis pedibus 198.6.3.2 rectæ FI, remanebit recta Ik pedum 48.7.9.2, qua cognita considerandum est triangulum tIk, in quo angulus tIk inventus est grad: 22.47, angulus tIk est grad: 75, cum sit æqualis dimidio anguli polygoni per prop: 15 lib: pri: Eucl: & per consequens notus erit angulus Itk grad: 82.13, notumque est latus Ik inventum ped: 48.7.9.2, quare ut latus tk innotescat, fiat ut 99078 sinus anguli Itk grad: 82.13 ad latus Ik pedum 48.7.9.2, ita 96592 sinus anguli tIk grad: 75 ad latus tk, quod invenietur pedum 47.5.6.7, quibus ablatis à pedibus 94.7.3.8 rectæ ak, remanebit recta at pedum 47.1.7.1, quæ si videbitur nimis parva angulus XFb fieri poterit minor recto, ductisque parallelis ipsi Fb rectis hc, ag etiam angulus Xga fiet minor recto, & recta at evadet major. Tali pacto plateæ erunt satis amplæ, & cortina erit major pedum 300.

Conclusio.

PRo determinando igitur humero dividenda est prius ala vel bifariam vel trifariam habita ratione ad ejus longitudinem, vel in ea accipienda est pars quędam, quæ sit tantæ magnitudinis, quantæ quis prædictum humerum habere voluerit, nihil enim interest utrum ala in partes æquales, vel inæquales divisa sit dummodo humerus satis amplus fiat, deinde à puncto, in quo coeunt duæ facies oppositi propugnaculi per punctum divisionis in ala factę ducenda est recta, quę intersecare debeat lineas, plateas terminantes, & sic tormenta statim post humerum posita ab aggressoribus lædi non poterunt, nisi prius defensio corruat, cum enim extremitatem oppositi propugnaculi respiciant, nemo ipsa intuere poterit nisi prope propugnaculum existens.

Annotatio.

TRes munimentorum species superius traditæ, ex eorum defensionum varijs opinionibus, oriuntur, multi enim munimentum tormentis, quam bombardis defendere malunt, nonnulli defensionem bombardarum defensioni tormentorum præferunt, quidam lineam defensionis figentis pedes 750, vel ad summum 800 excedere non permittunt, quam plurimi ulterius eamdem ducunt ad hoc ut latus polygoni quam fieri potest maximus evadat; hinc duæ præcipuę oriuntur disputationes, quarum una circa qualitatem defensionis, alia vero circa quantitatem maximæ lineæ defensionis versatur. Circa defensionum qualitatem aliqui neglecta ala cortinæ, quam non multi faciunt, habere volunt alam propugnaculi quam maximam ad hoc ut continere possit majorem numerum tormentorum, & hac de causa secundam, ac etiam tertiam plateam inferius addunt, esserentes quod in tormentorum vi munimenti conservatio consistat, eo quod eorum ictibus obsidentium opera destruuntur, & sic inimici detecti remanentes mediocri bombardariorum manu opprimi possunt, quod si opera intacta remanentia ipsos continuo tegerent, etiam si essent in maxima copia bombardarij ipsos lædere non possent; secundo dicunt quod inimici ad fossam perventi non audeant eam ingredi, nisi prius defensiones tormentorum auferant, ne vineæ in fossa constructæ ab illis frangantur, ideoque quo maior erit numerus tormentorum, eo maius temporis spatium consument in deiciendis illis, & ut magis aggressores retardentur humerum invenerunt, post quem tormenta abscondita deici non possunt, nisi ipse prius corruat, & sic diu laborare debent, qui ad vallum pervenire cupiunt. Qui vero contrariam opinionem sectantur concedunt necessaria esse tormenta pro destruendis inimicorum operibus, & obsessoribus retardandis, sed quod opporteat cortinam sine alis construere ad hoc ut fiat longior ala propugnaculi, & majorem numerum tormentorum contineat hoc negant, curant itaque habere alas in cortina, ut possint collocare majorem numerum bombardarum manualium, asserentes, quod cum tormenta sint difficilè mobilia, & multum temporis requiratur ad ea aptanda non multum nocere possint inimicis, bombardæ vero

cum

cum facilius adhiberi possint majoris utilitatis sint, ipsis enim mediantibus interficiuntur illi, qui construere volunt tam accessus, quam vineas, & sic obsessi magis difficilem reddunt ingressum in fossam, & accessum ad vallum, quo major numerus bombardariorum respicit faciem propugnaculi, plateas vero inferiores tamquam inutiles reiciunt asserentes, quod fumus tormentorum inferiorum impedimento sit superius jaculantibus, quod tamen ab alijs negatur. Quo ad lineam defensionis figentis aliqui ultra pedes 800 extendunt ad hoc ut latus polygoni fiat majus, & munimentum majorem ambitum terræ amplectetur, asserentes, quod illud munimentum magis existimandum est, quo mediante minori numero militum major ambitus terræ defenditur, at quo major fit latus polygoni eo major evadit etiam area ejusdem polygoni, vel minor numerus propugnaculorum, qui vero contrarium sentiunt, concedunt lineam defensionis figentis statui debere quam fieri potest maxima, at non adeo ut ictum bombardæ manualis excedat, quem ultra pedes 800 extendi negant. Hæ disputationes cum à sola praxi resolvi possint, & experientia non satis constet quænam opinio prævalere debeat, adhuc indecisæ remanent, quare dum eas alijs discutiendas relinquimus, curabimus taliter munimenta construere ut, & à tormentis majoribus, & à bombardis manualibus defendi possint, in eaque tormenta adeò collocare, ut fumus nullum detrimentum afferat jaculantibus, aliasque contrarietates conciliare conabimur, ideoque duos muniendi modos à nobis excogitatos in medium proferre volumus.

Munimentum construere quod habeat latus polygoni valde magnum, & angulus propugnaculi distet à bombardarijs pedes tantum 800, vel paulo majus.

Prop. XXXV. Probl.

Ducantur utcumq; duæ rectæ P G, G A facientes angulũ P G A æqualẽ dimidio anguli polygoni propositę figuræ, quæ nunc supponatur exagona, à puncto quoque G ducatur recta G R utcumque, faciens cum recta G A angulum A G R æqualem dimidio anguli propugnaculi uno adhibito ex modis superius tradditis, Figura XXXIII.

 tis,

tis, quod si dimidio anguli polygoni addantur grad:15 erit angulus propugnaculi grad:75, & ejus dimidium grad 37.30, quo descripto ex recta G R abscindatur recta G W, quæ contineat pedes 800, & ex W in Æ transferantur pedes 40, per punctum vero Æ ducatur utcumque recta F V parallela ipsi G P terminata à recta G A, super qua numerentur pedes 160 ex puncto Æ usque ad punctum Z, à quo ducatur æqualis ipsi GÆ recta Z P usque ad rectam GP, cum qua faciat angulum Z P G æqualem angulo ÆG P, deinde ducatur recta N C parallela ipsi G A, sitque intervallum inter utramque pedum 60, eademque N C intersecabit rectam F V in puncto D, à quo transferatur quantitas rectæ F D usque ad punctum E, per quod ducatur recta H C perpendicularis rectis G P, F V, intersecans rectam N C in puncto C, & rectam G P in puncto H, ex recta vero Æ V abscindatur portio Æ T æqualis ipsi E Z, à cujus termino T erigatur perpendicularis T S parallela ipsi H E, abscindens à recta G P portionem S P æqualem ipsi G H, & intersecans rectam Z P in puncto R, à quo ad punctum F ducatur recta R F intersecans rectam N C in puncto O, deinde ex recta I E abscindatur portio I K, quæ contineat pedes 40, per cujus terminum K à puncto P usque ad rectam N C ducatur recta P N, ex qua abscindatur recta N L, quæ contineat pedes 80, à cujus termino L usque ad rectam G I ducatur recta L M parallela ipsi H E, accipiaturque distantia N O, eaque transferatur ex Y in d, describaturque recta Y d, producta prius recta R Z usque ad punctum X, ita ut adjuncta Z X contineat pedes 80, eaque bifariam divisa in puncto Y, tandem à punctis Z, & X ad rectam F R ducantur parallelæ ipsi Y d rectæ Z o, & X c, quæ omnia translata in adversam lateris polygoni partem, & postea super quodlibet latus, delineatum erit munimentum, in quo G M erit facies M L N humerus N O ala, quam primam appellabimus, in qua tormenta solummodo collocari debebunt, c X ala secunda cum duabus inferioribus plateis terminatis à rectis Y d, Z e, in quibus bombardarij tantum manere debebunt, rectam Z Æ cortinam interiorem, rectam vero O e, vel f q cortinam exteriorem appellabimus, quibus peractis habebimus intentum, cum enim bombardarij manere debeant in duabus inferioribus plateis X d, Y e, & recta P Y sit ex constructione pedum 800, commodè poterit defendi facies à bombardarijs, & quia punctum F multum distat à puncto

øo Z, latus polygoni F V multò majus erit in tali munimento, quam in alijs munimentis habentibus lineam defensionis pedum 800, cum vero non opus sit super propugnaculo suggestum construere, intervallum inter duas rectas G A, N C pedum 60 satis amplum erit, sic cum duæ inferiores plateæ continere debeant solummodo bombardarios spatium X Y, nec non Y Z pedum 40 satis amplum erit; at omnia clarius apparebunt in sequentibus, ex triangulorum ratiocinio.

In supradicto munimento quantitatem lateris polygoni interioris invenire.

Prop. XXXVI. Probl.

Sit linea defensionis minor recta G Æ, cujus quantitas prodibit subtrahendo pedes 40 rectæ Æ W à pedibus 800 rectæ G W, ut in antecedenti propositione dictum est, eritque pedum 760, qua cognita considerandum est triangulum F G Æ, in quo angulus F G Æ est gr:37.30, cum sit dimidium anguli propugnaculi, quo mediante invenietur angulus defensionis interior F Æ G grad: 22. 30, & angulus G F Æ erit grad:120 cum sit complementum dimidij anguli polygoni grad:60 ad duos rectos, quare ut latus F Æ innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli G F Æ grad: 120 ad latus G Æ pedum 760, ita 60876 sinus anguli F G Æ grad:37.30 ad latus F Æ, quod invenietur pedum 534. 2. 3. 4; at quoniam intervallum inter duas rectas G A, N C ponitur pedum 60 si à puncto D ad rectam G A ducatur perpendicularis D m eadem continebit pedes 60, & descriptum erit triangulum F D m, in quo notum erit latus D m, notique erunt anguli, angulus enim F m D est ex constructione rectus, angulus m F D est grad: 60, cum sit dimidium anguli polygoni exagoni, ex quibus notus fiet etiam angulus F D m grad: 30, quare ut hypothenusa F D innotescat, fiat ut sinus totus ad latus D m pedum 60, ita 115470 secans anguli F D m grad: 30 ad hypothenusam F D, quæ invenietur pedum 69. 2. 8. 2, cujus duplum pedum 138. 5. 6. 4 erit quantitas rectæ F E, seu ipsi æqualis T V, per ea quæ, in antecedenti propositione dicta sunt, qua ablata à tota F Æ pedum 534. 2. 3. 4, remanebit recta E Æ pedum 395. 6. 7. 0, cui æqualis ex constructione est recta Z T, & à prædictis pe- Fiugra XXXIII.

dibus 395.6.7.0 ablatis pedibus 160 rectę Z Æ, remanebit recta E Z, seu Æ T pedum 235.6.7.0, totaque F Z, seu ipsi æqualis Æ V erit pedum 374.2.3.4, quibus additis pedibus 534.2.3.4 latus polygoni interioris F V consurget pedum 908.4.6.8

In supradicto munimento primæ alæ quantitatem invenire.

Prop. XXXVII. Probl.

Figura XXVIII. VT primæ alæ N O quantitas reperiatur, consideretur primo triangulum rectangulum I E Æ, in quo, cum noti sint anguli, ut ex dictis in præcedentibus propositionibus patet, notumque sit latus E Æ, ut latus I E innotescat, fiat ut sinus totus ad latus E Æ pedum 395.6.7.0, ita 41421 tangens anguli I Æ E graduum 22. 30 ad latus I E, quod invenietur pedum 163.8.9.0, cui æqualis est latus R T, & ut hypothenusa I Æ consurgat, fiat ut sinus totus ad latus E Æ pedum 395.6.7.0, ita 108239 secans anguli I Æ E grad. 22.30 ad hypothenusam I Æ, quæ invenietur pedum 428.2.6.9, quibus ablatis à pedibus 760 rectæ G Æ ex constructione consurget recta G I pedum 331.7.3.1, qua inventa in triangulo rectangulo G H I nota erit hypothenusa, notique insuper erunt anguli, angulus enim I G H æqualis est angulo G Æ F propter duas parallelas F V, G P, angulus G I H, est æqualis angulo E I Æ, cum sint ad verticem, angulusque G H I rectus est ex constructione, quare ut latus H I innotescat, fiat ut sinus totus ad latus G I pedum 331.7.3.1, ita 38268 sinus anguli I G H graduum 22 30 ad latus H I, quod invenietur pedum 126.6.9.4, quibus additis pedibus 40 rectæ I K ex constructione, tota H K consurget pedum 166.6.9.4, & ut latus G H inveniatur, fiat ut sinus totus ad latus G I pedum 331.7.3.1, ita 92387 sinus anguli G I H gr: 67.30 ad latus G H, seu ipsi æquale S P, quod invenietur pedum 306.4.7.6, quibus additis pedibus 631.3.4.0 rectæ H S tota H P prodibit pedum 937.8.1.6, quare in triangulo H K P nota erunt duo latera K H, H P, notusque erit angulus rectus K H P ex constructione, ut igitur angulus H K P innotescat, fiat ut latus H K pedum 166.6.9.4 ad sinum totum, ita latus H P pedum 937.8.1.6 ad tangentem anguli H K P, seu ipsi æqualis N K C, quæ invenietur 562597, cui in canone tangentium respon-

respondent gr:79.55, & ut hypothenusa P K consurgat, fiat ut sinus totus ad latus HK pedum 166.6.9.4, ita 571166 secans anguli HKP gr:79.55 ad hypothenusam PK, quæ invenietur pedum 952. 0.9.9; his peractis considerandum est triangulum rectangulum DEC, in quo angulus rectus est ex constructione DEC, angulus EDC est gr:60, cum sit æqualis angulo EFA, propter duas parallelas FA, DC, & per consequens angulus DCE erit gr:30, latusque DE ex constructione est pedum 69.2.8.2, quare ut latus EC consurgat, fiat ut sinus totus ad latus DE pedum 69.2.8.2, ita 173205 tangens anguli EDC gr:60 ad latus EC, quod invenietur pedum 119.9.9 9, & ut hypothenusa DC innotescat, fiat ut sinus totus ad latus DE pedum 69.2.8.2, ita 200000 secans anguli EDC grad 60 ad hypothenusam DC, quæ invenietur pedum 138. 5.6.4, deinde consideretur triangulum FRT, in quo nota sunt duo lat ra FT, TR, notusque est angulus rectus ex constructione FTR, quare ut angulus RFT innotescat, fiat ut latus FT pedum 769.9.0.4 ad sinum totum, ita latus RT pedum 163.8.9.0 ad tangentem anguli RFT, quæ invenietur 21287, cui in canone tangentium respondent gr:12.1, quibus subtractis à grad:90, prodibit angulus FRT, seu ipsi æqualis FnE gr:77.59, quibus additis gradibus 30 anguli OCn, summa erit gr:107.59, qui ablati à gradibus 180 constituunt angulum nOC grad:72.1; cognitis prædictis angulis considerandum est triangulum FEn, in quo cum noti sint anguli, notumque sit latus FE ex constructione, ut latus En innotescat, fiat ut sinus totus ad latus FE pedum 138.5.6.4, ita 21286 tangens anguli nFE grad:12.1 ad latus En, quod invenietur pedum 29.4.9.4, qui additi pedibus 119.9.9.9 lateris EC constituunt latus Cn pedum 149.4 9.3, quo cognito, in triangulo nOC notum erit latus prædictum, notique erunt anguli ut ex dictis patet, ut igitur latus OC innotescat, fiat ut 95114 sinus anguli nOC grad:72.1 ad latus Cn pedum 149.4.9.3, ita 97808 sinus anguli OnC gr:77.59 ad latus OC, quod invenietur pedum 153.7.2.7, à pedibus vero 163.8.9.0 lateris IE ablatis pedibus 40 lateris IK, remanebit recta KE pedum 123.8.9.0, quibus additis pedibus 119.9.9.9 lateris EC, consurget latus KC pedum 243.8.8.9, in triangulo igitur KNC notum est latus KC, inventique superius sunt anguli NKC, NCK, quibus mediantibus etiam angulus KNC reperietur grad:70.5, quare ut latus NC innotescat, fiat ut 94018 sinus

ſinus anguli K N C grad:70. 5 ad latus K C pedum 234.8.8.9, ità 98455 ſinus anguli N K C gr:79. 55, ut in antecedenti propoſitione ad latus N C, quod invenietur pedum 255.3 9.8, à quibus ablatis pedibus 153.7.2.7 lateris O C, remanebit recta N O pedum 101.6.7.1, tantaque erit quantitas primæ alæ.

In ſupradicto munimento humeri, & faciei quantitates invenire.

Prop. XXXVIII. Probl.

Figura XXXIII. SIt recta M L linea terminans humerum, cujus quantitas ut reperiatur conſiderandum eſt primò triangulum N K C, in quo, cum noti ſint anguli, notaque ſint duo latera N C, K C, ut in antecedenti propoſitione dictum eſt, latus N K innoteſcet ſi fiat ut 94018 ſinus anguli K N C gr:70.5 ad latus K C pedũ 255.3.9.8, ita 50000 ſinus anguli N C K gr:30 ad latus N K, quod invenietur pedum 135.8.2.3, à quibus ablatis pedibus 80 rectæ N L ex conſtructione, remanebit recta L K pedum 55.8.2.3, quibus additis pedibus 952.0.9.9 rectæ P K, conſurget recta P L pedum 1007.9.2.2, in triangulo igitur p L P nota eſt hypothenuſa P L, notique ſunt omnes anguli, cum triangulum p L P ſit ſimile triangulo H K P propter duas parallelas p L, H K, quare ut latus L p innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam P L pedum 1007.0.2.2, ita 17508 ſinus ſecundus anguli p L P gr:79.55 ad latus L p, quod invenietur pedum 176.4.6.7, quo invento ut inveniatur latus M L conſiderandum eſt triangulum I K o, in quo notum eſt latus I K ex hypotheſi pedum 40, ut in propoſitione 35 hujus libri dictum eſt, notusque eſt angulus K I L gr:67.30, nec non angulus I K o gr:79.55, quibus mediantibus etiam angulus I o K notus fiet gr:32.35, quare ut latus o K innoteſcat, fiat ut 53852 ſinus anguli I o K gr:32.35 ad latus I K pedum 40, ita 92387 ſinus anguli K I o gr: 67.30 ad latus o K, quod invenietur pedum 68.6.2.2, quibus additis pedibus 55.8.2.3 rectæ L K prodibit latus L o pedum 124.4.4.5, cum autem duo triangula I K o, M L o ſint æquiangula propter duas parallelas M L, I K, ut latus M L innoteſcat, fiat ut latus o K pedum 68.6.2.2 ad latus I K pedum 40 ita latus L o pedum 124.4.4.5 ad latus M L, quod invenietur pedum 72.5.3.9, quibus ablatis à pedi-

pedibus 176.4.6.7, remanebit recta M p pedum 103.9.2.8, qua habita, in triangulo G M p notum erit latus M p, notique erunt anguli omnes, ut ex ipsa constructione patet, quare ut hypothenusa G M innotescat, fiat ut sinus totus ad latus M p pedum 103.9.2.8, ita 261313 secans anguli G M p grad:67.30 ad hypothenusam G M, quæ invenietur pedum 271.5.7.7 tantaque erit quantitas faciei.

In supradicto munimento, secundæ alæ, & lineæ terminantis infimam plateam quantitates invenire.

Prop. XXXIX. Probl.

SIt recta c X ala secunda, & e Z linea terminans infimam plateam, quarum quantitates ut inveniantur considerandum est primò triangulum R F Z, in quo angulus R F Z inventus est gr:12.1, cumque angulus externus R Z T gr:22.30 sit æqualis duobus internis, & oppositis Z F R, Z R F, si auferantur grad:12.1 anguli R F Z ab ipso, remanebit quantitas anguli F R Z gr:10.29, angulusque F Z R erit grad:157.30, noti itaque erunt omnes anguli, & notum etiam erit latus Y d, cum ex constructione sit æquale alæ primæ N O pedum 101.6.7.1, nec non latus R Z, cum ex constructione sit æquale lateri I Æ pedum 428.2.6.9, quibus additis pedibus 40 rectæ Z Y, tota R Y erit pedum 468.2.6.9, quare ut angulus R d Y innotescat, fiat ut latus d Y pedum 101.6.7.1 ad 18194 sinum anguli d R Y, ita latus R Y ped. 468.2.6.9 ad sinum anguli R d Y, qui invenietur 83796, cui in canone sinuum respondent gr.56.56, quibus additis grad:10.29 anguli d R Y summa erit grad:67.25, quibus ablatis à gr:180, remanebit angulus R Y d gr:112.35, quo invento, ut latus R d innotescat, fiat ut 18194 sinus anguli d R Y gr:10.29 ad latus d Y pedum 101.6.7.1, ita 92332 sinus anguli d Y R gr:112.35 ad latus R d, quod invenietur pedum 515.9.6.6, cum autem tres lineæ e Z, d Y, c X sint ex constructione parallelæ, anguli R e Z, R d Y, R c X erunt inter se æquales, nec non anguli R Z e, R Y d, R X c, latusque R Z inventus est pedum 428.2.6.9, quibus additis pedibus 80 rectæ Z X ex constructione, consurget recta R X pedum 508.2.6.9, in triangulo igitur R Z e noti Figura XXXIII.

erunt omnes anguli, notumque latus R Z, quare ut latus e Z innotescat, fiat ut 83803 sinus anguli Z e R gr:56.56 ad latus Z R pedum 428.2.6.9, ita 18194 sinus anguli e R Z gr:10.29 ad latus e Z, quod invenietur pedum 92.9.7.9, & ut latus e R consurgat, fiat ut 83803 sinus anguli Z e R gr:56.56 ad latus Z R pedum 428.2.6.9, ita 92332 sinus anguli d Y R gr:113.35 ad latus e R, quod invenie- pedum 471.8.5.5, quibus ablatis à pedibus 515.9.6.6, remanebit recta e d pedum 44.1.1.1, totidemque pedes continebit recta d c, ideoque tota c e erit pedum 88.2.2.2, quibus additis pedibus 471.8.5.5 lateris R e, latus R c consurget ped:560.0.7.7, quo habito ut latus c X innotescat, fiat ut 83803 sinus anguli X c R ad latus R X pedum 508.2.6.9, ita 18194 sinus anguli c R X graduum 10.29. ad latus c X, quod invenietur pedum 110.3 4.7, tantaque erit quantitas secundæ alæ.

In supradicto munimento cortinæ exterioris quantitatem invenire.

Prop: XL. Probl.

Figura XXXIII. SIt cortina exterior O c, cujus quantitas ut inveniatur considerandum est triangulum R F T, in quo, cum notus sit angulus rectus R T F, necnon angulus R F T gr: 12.1, ut ex antecedentibus propositionibus patet, notumque sit latus R T pedum 163.8.9.0, cum sit æquale lateri I E, ut hypothenusa R F innotescat, fiat ut sinus totus ad latus R T pedum 163.8.9.0, ita 480316 secans secunda anguli R F T gr:12.1 ad hypothenusam R F quæ invenietur pedum 787.1.8.9, à quibus ablatis pedibus 560.0.7.7 rectæ R c remanebit recta c F pedum 227.1.1.2; ut vero recta c O nota fiat indagandum est latus F O trianguli F O D, in quo notum est latus F D superius inventum pedum 69.2.8.2, notusque est angulus O F D inventus grad: 12.1, nec non angulus F D O grad: 60, cum sit æqualis angulo C D E, eo quod sunt ambo ad verticem, quibus mediantibus etiam angulus F O D reperietur gr: 107.59, quare ut latus F O innotescat, fiat ut 95114 sinus anguli F O D gr:107.59 ad latus F D pedum 69.2.8.2, ita 86602 sinus anguli F D O gr:60 ad latus F O, quod invenietur pedum 63.0.8.1, quibus ablatis à pedibus 227.1.1.2, remanebit recta O c pedum 164.0.3.1, cui æqualis erit recta h q. *An-*

Annotatio.

TAli methodo munimentum constructum sufficientem defensionem habebit tam tormentorum, quam bombardarum, cum enim prima ala sit pedum 101.6.7.1, & secunda pedum 110.3.4.7, super duabus his alis duodecim tormenta commodè collocari poterunt, quæ cum existant in eodem plano ablatum erit illud dubium, quod fumus jaculantibus molestiam inferat, tormentumque prope lineam N L positum erit absconditum, imò omnia tormenta in prima ala existentia minus obnoxia erunt ictibus tormentorum obsidentium, quam in alijs munimentis, cum enim humerus, qui est valde magnus ea tegat, tormenta inimicorum nisi prope fossam posita ipsis detrimentum affere non poterunt, sic etiam post loricam cortinæ exterioris tormentum abscondi poterit; at quia longitudo secundæ plateæ est pedum 101. 6.7.1 tertiæque pedum 92.9.7.9 eædem sufficientem numerum militum ad defendendam faciem continebunt. Cum autem aliqui hanc inventionem delineatam vidissent dubitaverunt an duo anguli nempe L N O, N O c defensi remanerent, quare huic dubio occurimus demonstrantes angulum L N O defensum esse à cortina exteriore O c, & angulum N O c à recta N L, quod cum cognovissent, concesserunt prędictos angulos defensos esse à bombardis, secus autem à tormentis, cum nimis breves sint defensiones, cui objectioni respondemus, quod usquequo aliqua tormenta super lateribus oppositis remanebunt, numquam inimici ingredi audebunt fossam, quam si intrabunt spretis tormentis, ad vallum pervenire non poterunt, vineas enim destruerent obsessi, & nulla majori tormentorum defensione ægent prædicti duo anguli, quod si inutilia redidissent tormenta munimenti, tunc opus esset uti solummodò bombardis, à quibus cum defendi possint anguli prædicti sufficientem defensionem habebunt, angulus vero L N O etiam immediatè à tormentis defendi potest, cum ipsum respiciat recta Q x, at ridiculum est creddere quod ad illas partes conferre se velint aggressores, quod autem reliquæ partes defendi possint ex ipsa figura patet. Hoc modo, & etiam sequenti muniri non poterit quadratum, neque pentagonum, sed exagononum, & alia polygona majorem numerum laterum habentia.

Munimentum construere, in quo quinque tormenta abscondi possint.

Prop. XLI. Probl.

Figura XXXIV. Supposito munimento exagono ducantur duæ rectæ A Æ, A T facientes angulum T A Æ æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto A ducatur recta A ℞, quæ cum recta A T faciat angulum T A ℞ æqualem dimidio anguli propugnaculi, adhibito modo superius traddito, à qua abscindatur recta A M, quæ contineat pedes 800, à cujus termino M ducatur recta M V, quæ terminetur à recta A T, cui parallela ducatur recta X W, ab ipsa distans pedes 60 interfecans rectam V M in puncto s, à quo excitetur normalis recta s B terminata à recta A ℞ in puncto B, ab eodemque puncto s numerentur pedes 60 usque ad punctum R, à quo iterum numerentur pedes 60, & à punctis R, Q excitentur perpendiculares R D, Q F, in quibus abscindantur portiones D b, F c æqualis unaqueque s R, per cujus terminos b, & c à puncto Æ ducatur recta Æ Z terminata à recta B s in puncto Z, & recta Æ X terminata à recta X W in puncto X, interfecans rectam D R in puncto l, & rectam B s in puncto Y, nec non recta Æ W æqualis ipsi A ℞ terminata à recta X W in puncto W, accipiatur deinde quantitas rectæ Z Y, eaque transferatur ex l in puncto h, per quod à puncto Æ ducatur recta Æ i, interfecans rectam F Q in puncto f, & ad ipsam à punctis R, & P ducantur rectæ R i, P g parallelæ ipsi X W, duoque puncta P, & L jungantur recta P L, tandem rectæ Z b, l e bifariam secentur in punctis a, & m, à quibus usque ad rectam A F ducantur rectæ a C, m E parallelæ ipsi F Q, quæ omnia translata in adversam partem. & super omnia latera constructum erit munimentum, in quo recta P L erit cortina, A C facies, C a Z primum humerum, Z Y X secundum humerum appellabimns, sic secunda platea habebit duos humeros, tertia vero unum tantum humerum, quibus mediantibus quinque tormenta abscondi poterunt, cum enim rectę Z a, X Y, l m, i h, g f si producerentur concurrerent ad punctum Æ tormenta prope ipsas posita respicerent prædictum punctum, quare nemo ea videre poterit nisi per lineas Æ Z, Æ X, Æ i, quæ cum sint intra fossam, illi qui erunt extra fossam prædicta quinque tormenta videre non poterunt.

In supradicto munimento cortinæ quantitatem invenire.

Prop. XLII. Probl.

SIt cortina recta P L, cujus quantitas ut nota fiat considerandum est triangulum V A M, in quo notum est latus A M pedum 800, ut in antecedenti propositione dictum est, notique sunt anguli omnes, angulus enim V A M continebit gr: 37.30 cum sit dimidium anguli propugnaculi exagoni, angulus A M V gr: 22.30, cum sit angulus defensionis interior, & angulus A V M grad: 120, quare ut latus V M innotescat, fiat ut 86602 sinus anguli A V M gr: 120 ad latus A M pedum 800, ita 60876 sinus anguli V A M gr: 37.30 ad latus V M, quod invenietur ped: 562. 3.5.1, quo habito à puncto s ad rectam A T ducatur recta s T ipsi perpendicularis, ita ut fiat triangulū rectangulum V s T, in quo noti erunt omnes anguli, duo enim s T V, & s V T noti sunt ex constructione, ex quibus etiam tertius consurget, notumque erit latus T s pedum 60, cum sit mensura distantiæ inter rectam A T, & rectam X W, quare ut recta V s innotescat, fiat ut sinus totus ad latus s T pedum 60, ita 115470 secans anguli V s T gr: 30 ad latus V s, quod invenietur pedum 69. 2. 8. 2, quibus sublatis à pedibus 562. 3. 5. 1 rectæ V M, remanebit recta s M pedum 493.0.6.9, à quibus iterum ablatis pedibus 60 rectæ s R, remanebit recta R M pedum 433.0.6.9, à quibus iterum ablatis pedibus 60 rectæ R Q, remanebit recta Q M pedum 373. 0. 6. 9, à quibus ablatis pedibus 60 rectæ G M æqualis ipsi R Q, prodibit recta Q G pedum 313.0.6.9, cui æqualis erit cortina P L, per prop: 33 lib. pri. Eucl. Figura XXXIV.

In supradicto munimento faciei quantitatem invenire.

Prop. XLIII. Probl.

SIt facies A B C, cujus quantitas ut reperiatur considerandum est triangulum F Q M, in quo noti sunt omnes anguli, ut ex dictis in antecedentibus propositionibus patet, notumque est latus Q M Figura XXXIV.

in antecedenti propositione inventum ped:373.0.6.9, quare ut latus FQ innotescat, fiat ut sinus totus ad latus QM pedum 373.0.6 9, ita 41421 tangens anguli FMQ grad:22.30 ad latus FQ, quod invenietur pedum 154.5.2.8, & ut hypothenusa consurgat, fiat ut sinus totus ad latus QM pedum 373.0.6.9, ita 108239 secans anguli FMQ gr:22.30 ad hypothenusam FM, quæ invenietur pedum 403.8.0.6, quibus ablatis à pedibus 800 rectæ AM, remanebit recta AF ped:396.1.9.4, quibus inventis, à puncto F ad rectam Bs ducatur perpendicularis Fq, quæ erit parallela, & æqualis ipsi sQ, quare triangulum BFq erit simile triangulo FQM, ideoque noti erunt omnes anguli, notumque erit ex constructione latus Fq. quare ut hypothenusa BF innotescat, fiat ut sinus totus ad latus Fq pedum 120, ita 108239 secans anguli BFq gr:22.30 ad hypothenusam BF, quæ invenietur pedum 129.8.8.6, & ut latus Bq consurgat, fiat ut sinus totus ad latus Fq pedum 120, ita 41421 tangens anguli BFq grad:22.30 ad latus Bq, quod invenietur pepedum 49.7.0.5, quibus additis pedibus 154.5.2.8 rectæ sq æqualis ipsi FQ, tota Bs consurget pedum 204.2.3.3. Cum autem duo triangula BFq, DFr sint æquiangula propter duas parallelas Bq, Dr, ita se habebit latus Dr ad latus Bq, ut latus Fr ad latus Fq, at latus Fr est dimidium lateris Fq ex constructione, erit igitur etiam latus Dr dimidium lateris Bq, ideoque latus Dr continebit pedes 24.8.5 2, quibus additis pedibus 154.5.2.8 rectæ Rr æqualis ipsi FQ, tota DR consurget pedum 179.3.8.0, eademque ratione recta DF continebit pedes 64.9.4.3, & recta BC pedes 32.4.7.1, à pedibusque 396.1 9.4 rectæ AF ablatis pedibus 129.8.8.6 rectæ FB, remanebit recta AB pedum 266.3.0.8, quibus additis pedibus 32.4.7.1 rectæ BC, tota AC erit pedum 298.7.7.9.

In supradicto munimento alæ primæ plateæ quantitatem invenire.

Prop. XLIV. Probl.

Figura XXXIV. SIt recta XW ala primæ plateæ, cujus quantitas ut reperiatur, aliarum linearum, angulorumque quantitates prius innotescere debent; ut igitur angulus FPÆ notus fiat subducendi sunt gr 22.30 anguli ÆPL à gradibus 90 anguli recti FPL, & consurget

get angulus F P Æ gr: 67.30, cui æqualis erit angulus D R Æ, & ut angulus X W Æ reperiatur, à gr: 120 anguli X W ℞ æqualis ipsi A V Q propter duas parallelas A T, X W, auferantur gr: 22. 30 anguli Æ W ℞, & prodibit angulus, X W Æ gr:97.30, cui æquales erunt anguli i R Æ, & g P Æ, quibus cognitis considerandum est triangulum Q R P, in quo noti sunt anguli, ut ex ipsa constructione patet, notumque est latus R Q ex constructione pedum 60, quare ut hypothenusa R P innotescat, fiat ut sinus totus ad latus R Q pedum 60, ita 108239 secans anguli P R Q gr: 22. 30 ad hypothenusam R P, quæ invenietur pedum 64.9.4.3, quibus ablatis à pedibus 800 rectæ R Æ, remanebit recta Æ P pedum 735.0.5.7, quâ cognita considerandum est triangulum Æ P e, in quo ut latus P e notus fiat subducendi sunt prius pedes 60 rectæ F e ex constructione à pedibus 154.5.2.8 rectæ F Q, & remanebit recta e Q pedum 94.5.2.8, deinde invenienda est quantitas lateris P Q, quæ ut innotescat, fiat ut sinus totus ad latus R Q pedum 60, ita 41421 tangens anguli P R Q gr:22.30 ad latus P Q, quod invenietur pedum 24.8.5.2, quibus ablatis à pedibus 94.5.2.8 rectæ e Q, remanebit recta e P pedum 69.6.7.6, cumque duo triangula R P Q, R s p sint æquiangula, & latus s R sit æquale lateri R Q ex constructione, etiam latus s p erit æquale lateri P Q, nempe pedum 24.8.5.2, & hypothenusa p R erit æqualis hypothenusæ P R, nempe pedum 64.9.4.3, quibus additis pedibus 800 rectæ Æ R, tota Æ p erit pedum 864. 9. 4. 3; his peractis considerandum est triangulum e P Æ, in quo cum nota sint duo latera Æ P, P e ut angulus P Æ e innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum Æ P, P e, pedum 804.7.3.3 ad eorum differentiam pedũ 665.3. 8.1, ita 149660 tangens semisummæ angulorum P Æ e, P e Æ ad tangentem differentię eorundem, quæ invenietur 123744, cui in canone tangentium respondent gradus 51.3 qui additi gr: 56.15 semisummæ constituunt angulum Æ e P gr:107.18, ablati vero à prædicta semisumma constituunt angulum e Æ P gr: 5. 12, angulo autem P e Æ ęqualis est angulus p Y Æ propter parallelas e P, Y p; in triangulo igitur Y p Æ noti sunt omnes anguli, notumque est latus Æ p, quare ut latus Y p innotescat, fiat ut 95476 sinus anguli p Y Æ ad latus Æ p pedum 864 9.4.3, ita 9063 sinus anguli p Æ Y gr: 5.12 ad latus Y p, quod invenietur pedum 82.3. 0. 4, à quibus ablatis pedibus 24.8.5.2 rectæ s p, remanebit recta Y s pedum 57.2.5.2, qua cogni-

ta

ta conſiderandum eſt triangulum X Y s, in quo ut angulus X s Y notus fiat ſubducendi ſunt gr: 90 anguli recti Y s Q à grad: 120 anguli X s Q, invenieturque grad: 30, quibus ablatis à gradibus 107. 18 anguli externi s Y Æ, prodibit angulus Y X s gr: 77. 18, angulusque X Y s erit gr: 72. 42, cum ſit complementum anguli s Y Æ ad duos rectos, in triangulo igitur prædicto noti ſunt omnes anguli, notumque eſt latus Y s, quare ut latus X s innoteſcat, fiat ut 97553 ſinus anguli s X Y ad latus Y s pedum 57.2.5.2, ita 95476 ſinus anguli X Y s gr: 72.42 ad latus X s, quod invenietur pedum 56.0.3.3, & ut latus s W notum fiat, conſiderandum eſt triangulum s W R, in quo notus eſt angulus s R W grad. 22.30 cum ſit æqualis angulo s R W, angulusque W s R gr: 60, cum ſit equalis angulo T V s, & per conſequens angulus s W R grad: 97.30, notumque eſt latus R s ex conſtructione pedum 60, quare ut latus s W innoteſcat, fiat ut 99144 ſinus anguli s W R grad: 97. 30 ad latus s R pedum 60, ita 38268 ſinus anguli s R W gr: 22.30 ad latus s W, quod invenietur pedum 23.1.5.9, quibus additis pedibus 56.0.3.3 rectæ X s, tota W X conſurget pedum 79.1.9.2, tantaque erit quantitas alæ primæ plateæ.

In ſupradicto munimento linearum humeros terminantium, nec non alarum ſecundæ, & tertiæ plateæ quantitates invenire.

Prop. XLV. Probl.

Figura XXXIV. SIt recta C a linea exterius terminans primum humerum, & recta Z Y ſecundum humerum primæ plateæ, quarum quantitates ut inveniantur, conſideranda ſunt duo triangula Z p Æ, b R Æ, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas b R, Z p, duoque latera Æ R, Æ p nota erunt, latus enim Æ R ex conſtructione ponitur pedũ 800, & latus Æ p inventum eſt pedũ 864.9.4.3 in antecedenti propoſitione, cumque in prop: 43 hujus libri recta D R inventa ſit pedum 179.3.8.0 ſi ab ipſis auferantur pedes 60 rectæ D b ex conſtructione, remanebit latus b R pedum 119.3.8.2, quare ut latus Z p innoteſcat, fiat ut latus Æ R pedum 800 ad latus Æ p pedum 864.9.4.3, ita latus b R pedum 119.3.8.0 ad latus Z p, quod invenietur pedum 129.0.7.1, à quibus ablatis pedibus 82.1.0.4 rectæ

Y p.

Y p inventæ in antecedenti propositione, remanebit recta Z Y pedum 46.9.6.7, & ablatis pedibus 24.8.5.2, remanebit recta Z s pedum 104.2.1.9, quibus ablatis à pedibus 119.3.8.0 rectæ t s æqualis ipsi b R, remanebit recta t Z pedum 15.1.6.1, cum que duo triangula t b Z, a △ b sint æquiangula, ut ex ipsa constructione patet, & latus b a ex constructione sit dimidium lateris b Z, etiam latus △ a erit dimidium lateris t Z, ideoque continebit pedes 7.5.8.0, quibus additis pedibus 60 rectæ y △ æqualis ipsi D b consurget recta y a pedum 67.5.8.0, at quia duo triangula D F r, B D S sunt æquiangula, & hypothenusa D F est æqualis hypothenusæ B D, ut ex dictis in propositione 43 hujus libri patet, etiam latus B S erit æquale lateri D r, nempe pedum 24.8.5.2, cujus dimidium pedum 12.4.2.6 erit quantitas lateris C y, ut consideranti patebit, quibus additis pedibus 67.5.8.0 rectæ y a, tota C a erit pedum 80.0.0.6, & ut hypothenusa Z b consurgat in unam summam colligantur duo quadrata laterum t b, Z b; eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 3829.85.59.21, cujus radix quadrata erit pedum 61.8.8.1, cujus dimidium pedum 30.9.4.2 erit quantitas rectæ Z a, ut vero recta X Y nota fiat considerandum est triangulum X Y s, in quo, ut in antecedenti propositione apparet, notum est latus Y s pedum 57.2.5.2, notusque est angulus X s Y gr:30, & angulus Y X s grad:77.18, quare ut latus X Y innotescat, fiat ut 97553 sinus anguli Y X s grad:77.18 ad latus Y s pedum 57.2.5.2, ita 50000 sinus anguli X s Y grad:30 ad latus X Y pedum 29.3.4.4, & sic notæ erunt quantitates omnium linearum in prima platea existentium; cum autem rectæ Z Y sit æqualis recta l h ex constructione, eadem continebit pedes 46.9.6.7, quibus ablatis à pedibus 94.5.2.8 rectæ x R æqualis ipsi e Q inventæ in antecedenti propositione, remanebit suma duarū rectarū x l, h R ped. 47.5.6.1; ut vero rectā x l nota fiat considerandum est triangulum x l e, in quo angulus x e l consurget subducendo grad:90 anguli recti x e F à grad: 107.18 anguli l e F æqualis anguli Æ e P inventi in antecedenti propositione, eritque grad:17.18, cujus complementum ad quadrantem grad:72:42 erit quantitas anguli x l e, notumque est latus x e

T æqua-

æquali rectæ R Q ex constructione pedum 60, quare ut latus x l innotescat, fiat ut sinus totus ad latus x e pedum 60, ita 31146 tangens anguli x e l grad: 17.18 ad latus x l, quod invenietur pedum 18.6.8.7, quibus ablatis ab antedicta summa ped. 47.5.6.1 remanebit recta h R pedum 28.8.7.4, & ut hypothenusa l e consurgat, fiat ut sinus totus ad latus x e pedum 60, ita 104738 secans anguli x e l grad: 17.18 ad hypothenusam l e, quæ invenietur pedum 62. 8.4.2, cujus dimidium pedum 31.4.2.1 ex constructione erit quantitas rectæ l m, cumque duo triangula x l e, λ m e sint æquiangula, & hypothenusa e m sit dimidia hypothenusæ e l etiam latus λ m erit dimidium lateris x l, ideoque continebit pedes 9.3.4.3, quibus additis pedibus 60 rectæ π λ, prodibit recta π m pedum 69.3.4.3, quibus iterum additis pedibus 12.4.2.6 rectæ E π æqualis rectæ C y, ut ex ipsa constructione patet, prodibit recta E m pedum 81.7.6.9, quibus peractis ut recta f P nota fiat considerandа sunt duo triangula h R Æ, f P Æ, quæ erunt æquiangula propter duas parallelas h R, f P, in quibus nota erunt duo latera Æ R pedum 800 ex constructione, & Æ P pedum 735.0.5.7 inventum in antecedenti propositione, notumque est latus h R pedum 28.8.7.4, quare ut latus f P innotescat, fiat ut latus Æ R pedum 800 ad latus Æ P pedum 735.0.5.7, ita latus h R ped. 28.8.7.4 ad latus f P, quod invenietur pedũ 26.5.3.0, quibus ablatis à pedibus 129.6.7.6 rectæ F P, consurget recta F f pedum 103.1.4.6, & additis pedibus 24.8.5.2 rectę P Q, consurget recta f Q, seu ipsi ęqualis recta ζ R pedũ 51.3.8.2, à quibus ablatis pedibus 28.8.7.4, remanebit recta ζ h pedum 22.5.0.8, qua cognita in triangulo h ζ f nota erunt duo latera h ζ, ζ f, quare ut angulus ζ h f innotescat, fiat ut latus ζ f pedum 60 ad sinum totum ita latus ζ h pedum 22.5.0.8 ad tang: secundam anguli ζ h f, quæ invenietur 37513, cui respondent grad: 67.58, totidemque gradus continebit angulus ζ h f, & ipsi æqualis angulus i h R. nec non angulus f g P, angulus vero i R h erit grad: 30, cum sit æqualis angulo X s Y propter parallelas X s, i R, & Y s, h R, habitis duobus angulis, etiam tertius consurget, nempe angulus h i R gr: 82.2 in triangulo igitur h i R, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus h R, ut latus

i R

i R innotescat, fiat ut 99034 sinus anguli h i R grad: 82.2 ad latus h R ped.28.8.7.4, ita 92696 sinus anguli i h R grad: 67.58 ad latus i R, quod invenietur pedum 27.0.2.6, & ut latus i h consurgat, fiat ut 99034 sinus anguli h i R grad: 82.2 ad latus h R ped: 28.8.7.4, ita 50000 sinus anguli i R h grad: 30 ad latus i h, quod invenietur pedum 14.5.7.7, at ut recta g P consurgat, fiat ut latus R Æ pedum 800 ad latus P Æ pedum 735 0.5.7, ita latus i R pedum 27.0.2.6 ad latus g P, quod invenietur ped: 24.8.3.2, tandem ut recta g f reperiatur, fiat ut 99034 sinus anguli f g P grad: 82.2 ad latus f P pedum 26.5.3 0, ita 50000 sinus anguli g P f grad: 30 ad latus g f, quod invenietur ped: 13.3.9.4; sic procedendo omnia polygona muniri poterunt, in quibus quinque tormenta abscondita sint, & etiam tam tormentis, quam bombardis manualibus omnes partes defendantur, ita ut fumus tormentorum non sit molestus jaculantibus, cum enim platea superior sit satis ampla super duobus humeris, & ala collocari poterunt decem tormenta, in alijs vero duabus inferioribus plateis bombardarij, & illa tormenta tantùm, quæ ab humeris teguntur; Poterit etiam ala, major, & tam primus, quam secundus humerus minor fieri.

Annotatio.

Tota itaque tam angulorum, quam linearum in munimentis existentium determinatio ex triangulorum doctrina dependet, qua mediante, quam proportionem habere debeant inter se omnes partes, & quam mutationem ad unius earum variationem cæteræ obtineant ad hoc ut se vicissim defendere queant, demonstravimus; quibus præcognitis, & propositum locum rectè munire, & quascumque tabulas pro munimentis, & statuendis, & delineandis construere poterit unusquisque. At quia tabularum constructio multo spatio temporis æget, eorumque usus non semper adhiberi poterit, & arithmetica supputatio tediosa est, ex superioribus propositionibus aliquas praxes excerpsimus, quas libuit pro majori utilitate, & commodo inferius inserere.

Angulum propugnaculi invenire.

Praxis I.

Figura V.

DUcantur duæ rectæ B A, A E ſe conjungentes in puncto A ita ut angulus B A E ſit dimidium anguli polygoni propoſitæ figuræ, deinde centro A, intervallo A B utcumque ſumpto, ducatur arcus B F, fixoque manente ſexti crure in puncto B circumducatur alterum quouſque in prædicto arcu abſcindat arcum B N, qui bifariam dividatur, ejuſque dimidium iterum bifariam dividatur in puncto H, & arcus B H quantitas transferatur ex E in O, & ſic arcui B E inter radium, & latus polygoni intercepto, addatur arcus E O æqualis ipſi B H, arcus vero B O bifariam dividatur in puncto L, ejuſque dimidium transferatur ex E in G, deinde à puncto A per punctum G ducatur recta A G, ex qua orietur angulus G A E, qui erit dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

QUoniam corda arcus B N æqualis eſt ex conſtructione ſemidiametro B A, erit arcus B N ſexta pars totius circuli per prop: 15 lib: 4 Eucl: ideoque continebit grad: 60, cujus quarta pars erit gr: 15, cum autem arcus N B E diviſus ſit bifariam, ejuſque dimidium iterum bipartitum, erit B H quarta pars arcui N B, qua addita arcui B E additi erunt quindecim gradus dimidio anguli polygoni, & ſic arcus B O erit menſura anguli propugnaculi per prop: 3 primi libri, quare ejus dimidium L O dimetietur dimidium ejuſdem anguli, cui cum ſit æqualis arcus G E, qui metitur angulum G A E, erit idem angulus dimidium anguli propugnaculi.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis II.

Figura V.

DUcantur ut ſupra latus polygoni, & radius coeuntes in eodem puncto A, in quo facto centro intervallo vtcumque A B deſcribatur arcus B F, & fixo manente ſexti crure in B circumducatur alterum quouſque ex arcu F B abſcindat portionem B N, quæ divi-

dividatur in tres æquales partes, quarum vnius quantitas nempe BI transferatur ex E in F, dividaturque bifariam totus arcus BF in M,& ejus dimidium transferatur ex E in D puncto, per quod à puncto A ducatur recta A D, eritque angulus D A E dimidium anguli propugnaculi eadem ratione qua supra. Difert dictus angulus à præcedenti in hoc, quod prior efficitur addendo dimidio anguli polygoni grad: 15, præsens consurgit addendo dimidio anguli polygoni grad: 20.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis III.

INvenitur angulus propugnaculi etiam addendo tertiam partem dimidij anguli polygoni eodem dimidio anguli polygoni, quare ducto latere polygoni, ducatur radius terminans in eodem puncto A, in quo facto centro intervallo vtcumque A B describatur arcus B E inter latus polygoni,& radium inclusus, qui dividatur in tres æquales partes, quarum una sit B C, deinde à puncto A ad punctum C ducatur recta A C, eritque C A E dimidium anguli propugnaculi. Figura V.

Ratio Praxis.

PRoducatur B E arcus ultra punctum E, in quo transferatur ex E in P tertia pars arcus B E,& sic arcus B P continebit quattuor æquales partes, at quia prædictus arcus dimetitur angulum propugnaculi, ejus dimidium dimetietur dimidium anguli propugnaculi, cumque arcus C E contineat ex constructione duas partes quarum arcus B F continet quattuor erit æqualis ejusdem dimidio, ideoque dimetietur dimidium anguli propugnaculi, angulus igitur C A e erit dimidium anguli quæsiti.

Alio modo angulum propugnaculi invenire.

Praxis IV.

DUcantur duæ lineæ Q F, F M, quæ faciant angulum Q F M æqualem angulo polygoni propositæ figuræ, à puncto vero F Figura VI.

ducatur radius F O, in quo accipiatur quędam pars F O, cui à puncto O ducatur perpendicularis N O, quæ producatur utcumque in P, ex qua abscindantur duæ rectæ O N, O P æquales ipsi F O, cui connectantur rectis P F, F N, ita ut fiat triangulum rectangulum F N P, super cujus hypothenusa P N construatur triangulum æquilaterum P A N, deinde accepta recta F Q æquale ipsi F P, & F M ipsi F N, dividatur recta D Q, & recta I M in tres æquales partes, quarum duas contineat recta D B vel I L, & à puncto A ad puncta B, & L ductis rectis A B, A L, constructus erit angulus propugnaculi B A L.

Ratio Praxis.

Cum angulus propugnaculi non possit esse minor gr: 60, neque major, secundum aliquos, gr: 90, angulus B A L erit rectè constructus, quia major erit angulo P A N, (qui continet gr: 60, cum sit angulus trianguli æquilateri) eo quod duæ lineæ A B, A L cadunt extra triangulum P A N, erit autem minor angulo recto P F N usque ad undecagonum, cum duæ lineæ A B, F P non sint parallelæ, sed si producantur ambæ ad partes B, & P in eodem puncto coibunt ut apparet trigonometricè per ea, quæ in propositione 26 lib. pri: dicta sunt, in qua apparet, quod si hac methodo anguli propugnaculorum construantur, eorum variatio nō multum differet ab ea, quam subeunt addendo gradus 15 dimidio anguli polygoni.

Alio modo angulum propugnaculi invenire in munimento quadrato.

Praxis V.

Figura III. Ducantur duæ rectæ P M, M O facientes angulum P M O æqualem dimidio anguli polygoni quadrati, acceptoque super recta M O utcumque intervallo M L, & facto centro in L describatur circulus M N O, qui transeat per punctum M, deinde eadem manente circini apertura abscindatur ex puncto O arcus O N, & à puncto M per punctum N ducatur recta M A, eritque angulus O M A dimidium anguli propugnaculi grad: 30.

Ra-

Ratio Praxis.

CUm corda N O sit æqualis semidiametro L O, ut ex ipsa constructione patet, erit arcus O N sexta pars totius circuli per prop: 15 lib: 4 Eucl. ideoque continebit grad: 60, & quia angulus ad centrum duplum, est anguli ad circumferentiam per prop: 20 lib: 3 Eucl: dum fuerit eadem peripheria basis angulorum, si à centro L ad punctum N ducatur recta L N, angulus O M N, qui est ad circumferentiam dimidium erit anguli ad centrum O L N, ideoque grad: 30 continebit.

Alio modo idem præstare.

Praxis VI.

DUctis rectis P M, M O ut supra, super recta M O abscindatur vtcumque recta M L, cui æqualis iterum abscindatur recta L O, super qua describatur triangulum æquilaterum L N O, deinde à puncto M per punctnm N ducatur recta M A, eritque angulus O M A dimidium anguli propugnaculi grad: 30. Figura. III.

Ratio Praxis.

QUoniam recta M L ex constructione est æqualis rectæ L O, ipsique etiam L N est æqualis, cum ambo sint latera trianguli æquilateri, duæ rectæ M L, L N erunt inter se æquales per primum axioma lib: pri: Eucl: quare triangulum L M N erit isosceles, & duo anguli L M N, L N M erunt inter se æquales per prop: 5 lib. pri: Eucl: cumque angulus externus O L N sit æqualis duobus internis & oppositis L M N, L N M per prop: 32 lib: pri: Eucl: angulus L M N erit dimidius anguli O L N, ideoque continebit grad: 30 cum vnusquisque angulus trianguli æquilateri contineat gr: 60.

Alio modo in omnibus munimentis angulum propugnaculi invenire.

Praxis VII.

DUcantur duę rectæ B A, A I facientes angulum B A I æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, quem dimetiatur Fiugra IV.

tiatur arcus q p, quo bifariam diviso in puncto s ducatur utcumq; à puncto A per punctum s recta A r, in qua accepto utcumq; intervallo A b, factoq; centro in b describatur circulo A M d, & statuto iterum centro in puncto d, ubi recta A r intersecat circulum prædictum, eadem manente sexti apertura describatur circulus m l f intersecans rectam A r in puncto f, in quo tertiò facto centro describatur circulus l h g, & fixo manente sexti crure in puncto g circumducatur alterum quousque abscindat arcum g h, deinde à puncto h ad punctum d centrum circuli m l f ducatur recta h d intersecans angulum prædictum in puncto o, à quo ad punctum b centrum circuli m n d ducatur recta o b intersecans prædictum circulum in puncto n à quo ad punctum A existens in peripheria ejusdem circuli ducatur recta n A, quæ producatur utcumque in E, eritque angulus I A E dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

ADdendo dimidio anguli polygoni grad:15 cum consurgat angulus propugnaculi, si quarta parte anguli polygoni addantur gr:7.30, dimidium anguli propugnaculi prodibit, cumque arcum p q, qui dimidium anguli polygoni metitur, bifariam dividat recta A r erit angulus I A r, quem metitur arcus p s quarta pars anguli polygoni, cui si addantur grad: 7.30 consurget dimidium anguli propugnaculi; cum autem arcus g h sit sexta pars circuli, ut ex ipsa constructione patet, si à centro f ad punctum h ducatur recta f h, angulus g f h continebit grad:60, & angulus g d h gradus 30 per ea quæ dicta sunt in praxi 5, eademque ratione angulus p d h erit duplex anguli f b o, & idem angulus f b o erit duplex anguli d A n, quare angulus f b o continebit grad:15, & angulus d A n continebit grad: 7.30, qui additi erunt quartæ parti anguli polygoni, producta recta A n in E, ideoque angulus I A E erit dimidium anguli propugnaculi.

Alio modo idem præstare.

Praxis VIII.

Figura IV. DUctis rectis B A, A I ut supra ducatur recta A r bifariam dividens dimidium anguli propugnaculi, in qua abscindantur

quat-

quattuor æquales partes A b, b d, d f, f g cujuslibet magnitudinis, & super recta f g constructo triangulo æquilatero f h g à puncto h ad punctum d ducatur recta h d, in qua abscindatur recta d o æqualis ipsi d f, à cujus termino o ad punctum b ducatur recta o b, in qua abscindatur recta b n æqualis ipsi b d, à cujus termino n ad punctum A ducatur recta n A, quæ producatur in E, eritque angulus I A E dimidium anguli propugnaculi.

Ratio Praxis.

Cum triangulum f h g sit æquilaterum, & duo latera d f, f h sint æqualia, ut ex ipsa constructione patet angulus f d h continebit gradus 30 per ea, quæ in praxi 7 dicta sunt, eademque ratione angulus d b o continebit grad: 15, & angulus b A n grad: 7. 30, ideoque per ea, quæ in antecedenti praxi dicta sunt, angulus I A B erit dimidium anguli propugnaculi.

Angulum propugnaculi construere grad. 90.

Praxis IX.

Quando opus erit angulum propugnaculi construere, qui habeat gr: 90 ducantur duæ lineæ L A, A M facientes angulum L A M æqualem angulo polygoni, ducaturque radius A F, in quo abscindatur utcumque recta A F, quæ terminetur à recta B C, cui sit perpendicularis, ipsique A F æquales sint duæ rectæ F B, F C, deinde à puncto A ad puncta B, & C ducantur rectæ A B, A C, & factus erit angulus rectus B A C. Figura XXXVIII.

Ratio Praxis.

Cum angulus existens in semicirculo sit rectus, per prop: 31 lib: 3 Eucl: etiam angulus B A C erit rectus, si enim facto centro in E intervallo F A describatur semicirculus super recta B C, ipse tanget tria puncta B, A, C, cum sint termini trium æqualium linearum, ideoque etiam duæ lineæ B A, A C efficientes angulum B A C terminatæ erunt à peripheria, & diametro B C, quare angulus B A C erit in semicirculo, & per consequens rectus.

Munimentum delineare, quod habeat cortinam in proportione dupla faciei.

Praxis X.

Figura L. Ducantur duo radij H A, h A, nec non latus polygoni H h, ita ut fiat triangulum H A h, quod in duo triangula rectangula dividat recta R A perpendicularis ipsi H h, in quo H A h sit angulus centri, unusquisque vero ex reliquis angulis sit dimidium anguli polygoni, & à punctis H, & h ducantur duæ rectæ H C, h C, quæ cum radijs H A, h A faciant dimidium anguli propugnaculi A H C, A h C uno adhibito ex modis superius tradditis; deinde super recta h C accipiatur utcumque recta h l, & à puncto l ducatur recta l r parallela ipsi h R æqualis ipsi h l, per cujus terminum r à puncto h ducatur recta h K tangens rectam A R in puncto K, à quo usque ad rectam h C ducatur recta K g parallela ipsi r l, à cujus termino g ducatur recta g t, parallela & æqualis ipsi K C, & super recta H C abscindatur recta H G æqualis ipsi h g, ducaturque à puncto G recta G T parallela, & æqualis ipsi g t, connectanturque duo puncta T, t recta T t, quæ erit cortina, duæ rectæ H G, h g facies, & duæ rectę G T, g t alę propugnaculorum, quæ omnia si transferantur super alia polygoni latera delineatum erit munimentum.

Ratio hujus praxis apparet in propositione 21 libri primi.

Alio modo idem præstare.

Praxis XI.

Figura L. Ducantur duæ rectæ R H, H A facientes angulum R H A æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto H ducatur recta H C, quæ cum recta H A faciat angulum A H C æqualem dimidio anguli propugnaculi, ex qua abscindatur utcumque recta H G, à cujus termino G ducatur recta G I perpendicularis ipsi H h, in qua ex puncto I abscindatur recta I R æqualis ipsi H G, à cujus termino R ducatur recta R C perpendicularis ipsi H h terminata à recta H C in puncto C, à quo ducatur æqualis ipsi H C recta C h, quæ cum recta R C efficiat angulum R C h ęqualem angulo R C H,

pro-

producaturque recta H R quousque cum recta C h coeat in puncto h, ex quo in recta h C abscindatur recta h g æqualis ipsi H G, & in linea H h abscindatur recta h i, connectanturque duo puncta g, & i recta g i, & duæ rectæ I G, i g producantur quousque fiant æquales ipsi R C in punctis T, t, quæ connectantur recta T t, eritque recta H G, seu h g facies, G T, seu g t ala propugnaculi, & recta T t cortina. His peractis super latus H h construatur propositum polygonum, super cujus latera transferantur supradictæ lineæ, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam recta C h ex constructione est æqualis rectæ H C triangulum H C h erit isosceles, ideoque perpendicularis R C bifariam secabit basim H h, cum autem dimidio basis R h ablata sit recta h i æqualis ipsi H I, remanebit recta R i æqualis ipsi R I per 3 axio: pri: lib. Eucl, & per 1 axio: lib: pri: Eucl: eadem i R erit æqualis ipsi H G, quę ex constructione est æqualis ipsi I H, quare tota I i erit dupla ipsius H G, cui cum sit æqualis cortina T t per prop: 33 lib: pri: Eucl. erit etiam ipsa dupla ipsius H G vel h g.

Alio modo munimentum construere quod habeat cortinam duplam faciei.

Praxis XII.

DUcatur utcumque recta A B, cui æqualis in directum adjungatur recta A C, deinde facto centro in A intervallo A D utcumque sumpto describatur arcus D F æqualis arcui, qui metitur dimidium anguli polygoni propositæ figuræ, ex quo abscindatur arcus F E æqualis arcui dimidij anguli propugnaculi, per cujus terminum E à puncto A ducatur recta A P utcumque, deinde à puncto B ad rectam A P ducatur recta B G perpendicularis ipsi C B, & super recta A P ex puncto G abscindatur portio G P æqualis ipsi C A, vel A B, factoque centro in P intervallo P H æquale ipsi A D describatur arcus K H æqualis ipsi F E, & à puncto P ad punctum K terminans prædictum arcum ducatur recta P K, quæ producatur utcumque, quæ omnia transferantur in oppositam partem, ductoque la- Figura III.

V 2 tere

tere polygoni exterioris M P, ſuper ipſo conſtruatur propoſitum polygonum, & ſuper unumquodque latus transferantur ſupraſcriptæ lineæ,& delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam arcus F D ex conſtructione æqualis eſt arcui dimidij anguli polygoni, & arcus F E æqualis eſt arcui dimidij anguli propugnaculi,arcus E D erit æqualis arcui anguli defenſionis interioris,cum ſit differentia inter dimidium anguli propugnaculi, & dimidium anguli polygoni, angulusque A P K erit dimidium anguli propugnaculi,cum arcus H K ſit æqualis ex conſtructione arcui F E,ideoque recta A P erit linea defenſionis ſtringentis efficit enim dimidium anguli propugnaculi, & angulum defenſionis interiorem,cætera vero ex ipſa conſtructione patent.

Munimentum delineare, quod habeat lineam defenſionis ſtringentis æqualem cortinæ, quæ ſit dupla faciei.

Praxis XIII.

Figura IV. DUcantur duæ rectæ A B, B H facientes angulum A B H æqualem dimidio anguli polygoni propoſitæ figuræ, & à puncto B ducatur recta B G, quæ cùm recta B H faciat angulum G B H æqualem dimidio anguli propugnaculi,à cujus termino G ducatur recta G K parallela ipſi A B, quæ producatur ultra G utcumque in I,& in recta A B ex puncto B abſcindatur utcumque recta B O, cui æqualis in recta G K ex puncto G abſcindatur recta G L, duoque puncta O,& L connectantur recta O L interſecante rectam B G in puncto F,à quo ducatur recta F D perpendicularis ipſi I K, in qua ex puncto D abſcindatur recta D C æqualis ipſi B G,& à puncto C erigatur perpendicularis C E,æqualis ipſi D F, à cujus termino E ducatur recta E A quæ cum eadem C E faciat angulum C E A æqualem angulo D F B, & à puncto A ducatur recta A I,quæ cum recta A E faciat angulum I A E æqualem angulo F B K, ductoque latere polygoni exterioris A B ſuper ipſo conſtruatur propoſitum polygonum,

gonum, ſuper cujus latera transferantur ſupradictæ lineæ & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

Cum duo anguli OBF, FGL ſint æquales propter duas parallelas GL, OB, & etiam duo anguli OFB, GFL, eo quod ſunt ad verticem, duo triangula OFB, GFL erunt æquiangula, quare per prop: 4 lib: 6 Eucl: ita ſe habebit latus BF ad latus FG, ut latus OB ad latus GL, latus vero OB eſt æquale lateri GL, erit igitur etiam latus BF æquale lateri FG, & quia recta CD eſt ex conſtructione æqualis ipſi GB, eadem etiam erit dupla ipſius BF, cæteraque ex ipſa conſtructione patent.

Munimentum conſtruere, quod habeat faciem in proportione ſubdupla lineæ defenſionis ſtringeatis, quæ cadat in medio cortinæ.

Praxis XIV.

Ducatur recta aB, à cujus terminis a, & B ducantur duo radij aH, BH, qui cum eadem recta aB faciant angulos polygoni dimidiatos HaB, HBa, iterumque à punctis a, & B ducantur rectæ aG, BG coeuntes in puncto G, quæ cum rectis aH, BH faciant duos angulos propugnaculi dimidiatos GaH, GBH, per punctum vero G ducatur recta iK parallela ipſi aB, dividanturque bifariam rectæ aG, BG in punctis e, & F (modo dicto in antecedenti praxi) à quibus ducantur perpendiculares ipſi iK rectæ ec, FD, & ſic agedo ſuper quolibet latere polygoni delineatum erit rectè munimentum, ut patet trigometricè in prop: 24 lib: pri. Figura IV.

Munimentum conſtruere, quod habeat faciem pedum 300 alam propugnaculi 120, lineam defenſionis figentis 750.

Praxis XV.

Ducatur recta AC bifariam diviſa in B tantæ magnitudinis, quantæ eſſe debet ala propugnaculi, deinde ducantur duæ Figura VIII.

rectæ D F, F L, quæ faciant angulum D F L æqualem dimidio anguli polygoni, & à puncto F ducatur utcumque recta F N, quæ cum recta F L faciat angulum N F L æqualem dimidio anguli propugnaculi, in qua ex puncto F abscindantur duæ rectæ F H, H K quarum unaquæque sit æqualis ipsi A C, quibus addatur tertia K P æqualis ipsi A B, per punctum vero P ducatur recta R M perpendicularis ipsi D F, sitque P M æqualis ipsi A C; at in recta F D abscindantur tres partes F G, G E, E D, quarum unaquæque ex duabus prioribus nempe F G, G E sit æqualis ipsi F P, tertia vero E D sit æqualis ipsi F I dimidio totius F P, totaque F D ex F transferatur super rectam O L, sitque recta F O ipsi F D ęqualis, quæ omnia si transferatur super quodlibet polygoni latus delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

Cum numerus 300 se habeat ad numerum 120 ut quinque ad duo recta P F se habebit ad rectam P M ut 300 ad 120, recta enim F P bis cum dimidio continet rectam A C æqualem ipsi P M, ideoque qualium partium recta A C continet duas talium recta F P continet quinque, & per consequens eadem recta F P se habebit ad rectam A C, seu P M ut 300 ad 120; eademque ratione etiam recta D F se habebit ad rectam F P ut quinque ad duo, recta enim F D bis continet rectam F P cum dimidio, sed etiam numerus 750 se habet ad 300 ut quinque ad duo, recta igitur F D se habebit ad rectam F P ut 750 ad 300, quod autem prædictum munimentum sit rectè constructum patet in prop: 10, & 11 hujus libri.

Munimentum quadratum delineare.

Praxis XVI.

Figura IX. Super recta E D construatur quadratum B C D E, cujus unumquodque latus bifariam dividatur in punctis K, L, M, N, quæ conjungantur, vel conjuncta intelligatur rectis K L, L M, N K, super quibus construantur triangula æquilatera K G L, L H M, M I N, N F K, quorum latera producantur quousque unumquodque tangat latus oppositum proximi trianguli in punctis O, Q, S, d, b, R, Y, V, à quibus ad latera puadrati ducantur perpendiculares

res OP, QR, ST, dc, ba Rꝶ Æ, YZ, VX, & sic delineatum erit munimentum quadratum.

Ratio hujus praxis apparet in prop: 23 libri primi.

Mediante munimento quadrato quodlibet munimentum delineare.

Praxis XVII.

Ducantur duæ rectæ LI, IM, quæ faciant angulum LIM æqualem dimidio anguli polygoni quadrati, producaturque recta MI usque ad punctum B, ita ut recta IB sit æqualis capitali quadrati, & à puncto B ducatur recta BL, quæ tangat rectam LI in puncto L, sitque æqualis lineæ defensionis ejusdem quadrati, in qua abscindatur facies BF, à cujus termino F ducatur ala FH perpendicularis ipsi LI, & à puncto H ducatur recta HN parallela ipsi IM, & HP, quæ cum eadem HN faciat angulum PHN æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, deinde à puncto F ducatur recta FG perpendicularis ipsi PH, quæ producatur utcumque, in K, in qua ex puncto G abscindatur recta GD æqualis ipsi HL, & à puncto D ducatur recta DB, producaturque usque ad ipsam rectam GF, quam tanget in puncto C, & producta recta CB usque in A, ita ut recta CA sit æqualis ipsi FB, ducatur à puncto A recta AQ parallela ipsi BM, quæ intersecabit rectam PK in puncto K, quantitatesque prædictarum linearum transferantur super omnes medietates cujuslibet lateris polygoni, & sic delineari poterit quodlibet munimentum ut in figuris 11, 12, 13 apparet. Figura IX.

Ratio hujus praxis percipitur in prop. 25 libri primi.

Munimentum construere, quod habeat lineam defensionis pedum 750, & lineam colli pedum 120.

Praxis XVIII.

Ducatur utcumque recta AQ, factoque centro in puncto A describatur arcus NL æqualis arcui dimidij anguli polygoni, in quo ex puncto L abscindatur portio LM æqualis arcui dimidij anguli propugnaculi terminata à puncto M, per quod à puncto A du- Figura 11, 12, 13.

A ducatur utcumque recta A D, in qua numerentur ex puncto A quinque partes, ut in figura apparet, totaque A E continens prædictas quinque partes bifariam dividatur in B, deinde in eadem A D ex puncto E abscindatur recta E F æqualis ipsi A B, & ex F recta F D æqualis ipsi A B, à puncto vero D ducatur recta D H intersecans rectam K Q in puncto Q, quæ cum recta A D efficiat angulum A D H æqualem dimidio anguli propugnaculi, & in recta A Q ex puncto Q abscindatur recta Q G æqualis duabus partibus contentis in recta A E, tandem à puncto G excitetur perpendicularis C G terminata à puncto C existentæ in recta D A, producaturque recta G Q in K, ita ut recta A K sit æqualis uni ex partibus existentibus in recta A E, deinde usque in O ita ut recta K O sit æqualis ipsi G Q, transferaturque quantitas alæ & faciei in oppositam partem, deinde omnia super quodlibet latus propositi polygoni, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

QUoniam recta A D bis continet cum dimidio rectam A E continebit 12 partes cum dimidio, quarum recta A E continet 5 seu 25 dimidia earumdem partium, at si dividantur 750 per 25 prodibunt in quotiente 30, quorum duplum erit 60, ideoque una ex quinque partibus contentis in recta A E se habebit ad totam A D ut 60 ad 750, cum autem recta G Q contineat duas ex dictis partibus se habebit ad rectam A D u 120 ad 750, cetera vero ex ipsa constructione patent; quod autem tale munimentum recte constructum sit apparet in propositione 4. 5. 6 hujus libri.

Munimentum construere, quod habeat lineam defensionis pedum 740, & faciem pedum 300.

Praxis XIX.

Figura XXIV. DUcantur utcumque duæ lineæ F A, A I, que faciant angulum F A I æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, & à puncto A ducatur utcumque recta A L, quæ cum recta A I faciat angulum L A I æqualem dimidio anguli propugnaculi, deinde in recta A F numerentur tres partes ex A, ipsique A 3 æqualis abscindatur ex 3 recta 3 B, & ex B recta B C æqualis ipsi A B, ex C

recta

recta C D æqualis ipsi A C, & ex D recta D E æqualis iterum ipsi C A, vel C D, totique A E addatur recta F E æqualis ipsi A 1; his peractis transferatur rectæ A F quantitas in A L, in qua abscindatur recta A G æqualis ipsi A C, cui addatur recta G H æqualis ipsi A 3, & à puncto L ducatur recta L I parallela ipsi F A terminata à recta A I, à puncto vero H ducatur recta H K perpendicularis ipsi L I; in reliquis perficiatur operatio ut in alijs casibus mutatis mutandis, & delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

Cum recta A 3 divisa sit in tres partes æquales, & 3 B sit æqualis ipsi A 3, tota A B continebit 6 ex prædictis partibus, cui cum sit æqualis recta C B, tota C A continebit 12 partes, totidemque D C, & E D, cum sint tres æquales lineæ, recta vero F E unam tantum, cum sit æqualis ipsi A 1, ideoque tota E A continebit 36, totaque F A 37 ex primis partibus, at si dividatur numerũ 740 per 37 quotiens erit 20, ideoque una ex prædictis primis partibus, seu recta F E se habebit ad totam F A ut 20 ad 750, & sic recta A 3, quæ continet 3 ex prædictis primis partibus se habebit ad totam F A ut 60 ad 750, ad quam B A se habebit ut 120, & A C ut 240, cum recta B A sit dupla ipsius A 3, & C A sit dupla ipsius B A, recta autem A L ex constructione est æqualis ipsi A F, & recta A G ipsi A C, rectaque G H ipsi A 3, ideoque tota A H se habebit ad totam A L ut 300 ad 740, reliqua per se patent; quod autem tale munimentum si recte constructum apparet in prop: 7. 8. 9 hujus libri.

Munimentum obliquangulum construere, quod habeat lineam defensionis pedum 750, faciem 240, & angulum defensionis interiorem grad: 20.

Praxis XX.

Ducantur duæ rectæ V Z, Z I facientes angulum V Z I æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, cui sit æqualis angulus D V Z ducta recta V D, & facto centro in Z describatur arcus f g, in quo abscindatur arcus f h æqualis sextæ parte circuli, qui in tres æquales partes dividatur, quarum una sit f m, per cujus terminum à puncto Z ducatur recta Z D, in recta vero V Z nume- Figura XXIX.

rentur quattuor partes Z d, d c, c b, b a, quarum Z d bifariam dividatur in e, totaque Z a ter transferatur in rectam Z D, ita ut recta Z n contineat tres partes Z O, O l, l n, quarum unaqueque sit æqualis ipsi Z a, quibus addatur recta n F æqualis ipsi Z e, & à puncto F ducatur recta F G parallela ipsi V Z, ducaturque à termino primę divisionis O recta O R parallela ipsi V Z ad quam à puncto F ducatur recta F R perpendicularis ipsi Z F, & à puncto R ad rectam V Z ducatur recta R V æqualis ipsi Z O, quæ producatur ultra R in G, ita ut recta V G sit æqualis ipsi Z F, connectanturque duo puncta, O, & G recta O G; his peractis abscindantur in rectis V G, Z F rectæ F A, G C, quarum unaqueque sit æqualis ipsi Z d, & à punctis A, C ducantur rectæ A Q, C N parallelæ ipsis R F, O G, quæ bifariam dividantur in punctis P, & M, à quibus ducantur rectæ P T, M K, quæ respondeant in directum punctis V, & Z, duæque lineæ colli F D, G I bifariam dividantur, nisi unaqueque earum sit major recta Z c, quo casu ex ipsis abscindi debent duæ rectæ F E, G H, quarum unaqueque sit æqualis ipsi Z d, & à punctis E, H ad rectas P T, M K ducantur rectæ E T, H K parallelæ ipsis F R, G O, quæ omnia si transferantur super quodlibet polygoni latus delineatum erit munimentum.

Ratio Praxis.

Cum arcus f g sit ex constructione sexta pars circuli continebit grad: 60, & cum arcus f m sit prioris tertia pars continebit gr: 20, at quia recta F G est ex constructione parallela ipsi V Z angulus defensionis interior Z F G erit æqualis angulo V Z F, ideoque continebit grad: 20; cum vero recta Z n ter contineat rectam Z a, continebit duodecim partes æquales ipsi Z d, seu 24 partes æquales ipsi Z e, quibus addita recta n F, tota Z F continebit 25 partes æquales ipsi e Z, at si dividatur numerus 750 per 25 quotiens erit 30, ejusque duplum 60, quare cum recta Z d sit dupla ipsius e Z, se habebit ad rectam Z F ut 60 ad 750, & recta Z a, quę est quadrupla ipsius d Z se habebit ad eamdem Z F ut 240 ad 750, & quia recta Z O est æqualis ipsi a Z, etiam illa se habebit ad rectam Z T ut 240 ad 750; cætera per se patent; quod autem tale munimentum sit rectè constructum apparet in propositio 15 hujus libri.

Mu-

Munimentum construere modo dicto in prop:35 hujus libri.

Praxis XXI.

Ducantur duæ rectæ G P, P ω facientes angulum G P ω æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, & recta P Y, quæ cum recta P ω faciat angulum Y P ω æqualem dimidio anguli propugnaculi, à cujus termino Y ducatur recta Y ω, deinde in recta G P abscindantur septem partes inter se æquales, ut in figura, & in recta Y ω ex puncto Y abscindatur recta Y λ æqualis uni ex supradictis partibus, à cujus termino λ ad puncta 4, & 7 ducantur duæ rectæ λ 7, λ 4 interfecantes rectam P Y in punctis π, & θ, dividaturque recta θ π in tres æquales partes, quarum duas contineat recta θ λ, cui æqualis ex puncto Y abscindatur recta Y Z, à cujus termino Z ducatur parallela ipsi G P recta Z Æ, quæ sit æqualis ipsi Y π, & à puncto Æ ducatur recta Æ G æqualis ipsi Z P, quæ faciat angulum G Æ Z æqualem angulo P Z Æ, deinde à puncto G ducatur recta G A, quæ cum recta G Æ faciat angulum æqualem angulo Z P ω, cui parallela ducatur recta N D, sitque intervallum inter utramque æqualis rectæ θ π, & ex puncto D abscindatur recta D E æqualis ipsi F D, à cujus termino E ducatur recta E H intersecans rectam G Æ in qunctο I, ex quo abscindatur recta I K æqualis ipsi θ λ; in reliquis vero perficiatur operatio ut in prædicta propositione.

Ratio Praxis.

Cum duo triangula P 4 π, Y π λ sint æquiangula propter duas parallelas P 4, & Y λ, & latus P 4 se habeat ad latus Y λ ex constructione ut quattuor ad unum, etiam latus P π se habebit ad latus Y π ut quattuor ad unum, ideoque posita recta P Y pedum 800, ut in citata propositione recta Y π erit pedum 160, totidemque pedes continebit recta Z Æ, cum ex constructione sit ipsi æqualis, eademque ratione recta P θ se habebit ad rectam Y λ ut septem ad unum, & continebit pedes 100, cum igitur recta θ π sit differentia inter rectã Y π, & rectam Y θ continebit pedes 60, cujus

tertia pars erit pedũ 20, quare recta $\theta\lambda$ cõtinebit pedes 40, at quia rectæ $\theta\pi$ est æquale intervallum inter duas rectas GA, ND, & rectæ $\theta\lambda$ est æqualis recta YZ, & recta IK, prædictum intervallum continebit pedes 60, duæque rectæ YZ, IK continebunt pedes 40, & sic prædictæ lineæ habebunt quantitatem in propositione 35 hujus libri præscriptam.

Mumimentum construere modo dicto in prop. 41 hujus libri.

Praxis XXII.

Ducantur duæ rectæ AÆ, Æω facientes angulum AÆω æqualem dimidio anguli polygoni propositæ figuræ, & à puncto Æ ducatur recta ÆR, quæ cum recta Æω faciat angulum RÆω æqualem dimidio anguli propugnaculi, à cujus termino R ducatur parallela ipsi AÆ recta RM, quæ producatur utcumque in V, in qua ex puncto R abscindatur utcumque recta Rθ, cui æqualis in recta AÆ abscindantur septem partes ut in figura apparet, deinde à puncto θ ad puncta 7, & 4 ducantur duæ rectæ θ7, θ4 intersecantes rectam ÆR in punctis H, I, & ex puncto R abscindantur duæ rectæ Rs, RQ æquales ipsi HI, ducaturque à puncto s recta sW, utcumque producta in X, quæ cum recta sM faciat angulum MsW æqualem dimidio anguli polygoni, nec non recta sT perpendicularis ipsi XW, à cujus termino T ducatur recta TA, quæ coeat cum recta AÆ in puncto A, à quo ducatur recta AM, quæ cum recta AT faciat angulum TAM æqualem dimidio anguli propugnaculi, & à punctis s, R, Q, ductis perpendicularibus ipsi VM rectis sB, RD, QF abscindantur duæ rectæ Db, Fc æquales ipsi HI, perficiaturque in reliquis operatio, ut in citata propositione.

Ratio hujus praxis ex dictis in antecendi praxi desumitur.

Annotatio.

Reliqua munimenta obliquangula cum à munimentis rectangulis originem ducant ipsis mediantibus delineanda erunt,

erunt,quare eorum geometrica descriptio in propositionibus proprijs invenietur; At quia in munimentis per praxes antedictas descriptis notæ erunt solummodo linearum proportiones in quantitate indeterminata,ut eorum determinata quantitas cognoscatur, accipienda est longitudo unius ex datis lineis,sive sit linea defensionis figentis, sive sit cortina,eaque dividatur in tot partes, quot pedes, vel ulnas, vel decempedas continere debet,& hæc erit scala, cui applicatæ cæteræ linearum longitudines,ex ipsa cognosci poterit quot pedes, &c. unaqueque linea contineat, licet non adeò accuratè ac per ratiocinium triangulorum.

Conclusio.

CIrca munimentorum regularium delineationem hactenus dicta sufficere putamus, nam quomodo omnium angulorum, linearumque quantitates,& determinari & venari possint, & quam proportionem inter se retinere debeant, tam per ratiociniũ, triangulorũ,quam per alias geometricas demonstrationes constat ex propositionibus in his duobus libris contentis,ex quibus patet muniendi fundamentum,& principium esse quadratum,cum omnium figuratum, quæ in circulo inscribuntur post triangulum, omnium simplicissima sit quadrilatera, quare mediante munimento quadrato simplici rectangulo omnia munimēta simplicia rectangula dato quolibet polygono, ex his munimenta duplicia, & etiam triplicia rectangula, ex his tandem munimenta obliquangula describi possunt; quæ omnes muniendi species existimandas esse censemus, imò unamquamque adhibendam esse in aliquo casu,saltem in munimentis irregularibus, ut suo loco demonstrabimus, experientia enim compertum,est quamlibet earum ad retardandum hostem diu,valere. Quanti adjumenti sit ala propugnaculi tecta, præter alia munimenta,Vrbs Cretensis testatur,quæ quamdiu impetum Turcarum substinuerit omnibus constat; quod autem munimenta simplicia æque bene defendantur visum est ante Groningam, quę quamvis habeat alas detectas expugnari non potuit; jam obsidentes ad fossam pervenerant tormentaque urbis dejecerant, at obsessi tempore nocturno eadem errexerunt, dieque veniente, adeò jaculati sunt contra hostes, ut unum ex eorum suggestibus omnino destruxerint, ita ut non ausi

sint illum amplius reparare, imo post paucos dies obsidionem solvere decreverunt. Ex quibus patet quodlibet munimentum cujuscumque speciei, dummodo ejus partes vicissim se respiciant habeatque ea, quæ ad defensionem necessaria sunt, diu subsistere posse; quale autem ex recensitis melius sit difficile est experientia determinare, aliqua enim ex improviso aggrediuntur, quamplurima per deditionem obtinentur, & hoc accidit, vel ex defectu hannonę, vel ex parvo numero militum, vel ob imperitiam gubernantium, aliquorumque infidelitatem, ideoque cognosci non potest an diutius se substinere potuerit nec ne, quare quando construendum erit aliquod munimentum regulare in ea sumus sententia, quod Architectus militaris adhibere possit eam methodum, quæ magis placebit Principi, cui inserviet adhibitis linearum mensuris à mathematicis geometricè determinatis, & ab eggregijs Belliducibus approbatis.

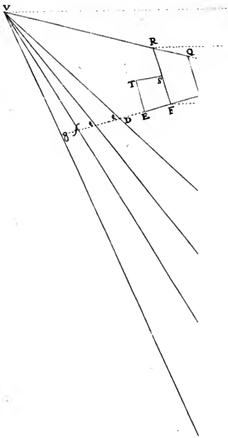
***

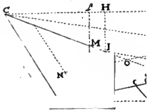
GEO-

Figurarũ Libri Primi et Secundi



figure





GEOMETRIÆ MILITARIS
LIBER TERTIVS.

Definitiones ad Orthographium Spectantes.

1. Munimenti ortographia est omnium linearum, partes valli antemuralis, fossæ, loricæ exterioris, terminantium in plano verticali repræsentatio. Fiugra III.

2. Basis valli est linea horizonti parallela, quę latitudinem inferiorem valli continet, ut A E.

3. Acclivitas interior valli est pars basis, qua latitudo inferior valli superat interius valli latitudinem superiorem, ut A C.

4. Acclivitas exterior valli est pars basis, qua latitudo valli inferior superat exterius latitudinem valli superiorem, ut D E.

5. Valli altitudo est linea recta basi perpendicularis, quæ altitudinem valli continet, ut D I.

6. Valli latitudo superior est linea recta basi parallela, quæ altitudinem terminat, & latitudinem superiorem continet, ut B i.

7. Valli ambulacrum est differentia inter latitudinem superiorem valli, & basim loricæ, ut B a.

8. Basis loricæ est pars latitudinis superioris valli, quæ latitudinem inferiorem loricæ determinat, ut π i.

9. Latitudo scabelli est pars basis loricæ minima, inter ejusdem basis partem maximam, & valli ambulacrum inclusa, ut a π.

10. Altitudo scabelli est linea recta à termino communi ambulacri,

bulacri, & ſcabelli ſuper linea latitudinis ſuperioris valli ad angulos rectos excitata, ut a b.

11. Altitudo interior loricæ eſt linea recta latitudini ſuperiori valli perpendicularis, quæ altitudinem interiorem loricæ determinat, ut d f.

12. Altitudo exterior loricæ eſt linea recta altitudini interiori parallela, quę altitudinem loricæ exteriorem determinat, ut g h.

13. Latitudo loricæ ſuperior eſt linea recta latitudini inferiori parallela inter altitudinem interiorem, & exteriorē incluſa, ut e g.

14. Acclivitas interior loricæ eſt exceſſus interior latitudinis inferioris ſuper latitudinem ſuperiorem, ut π f.

15. Acclivitas exterior loricę eſt pars baſis, qua latitudo inferior exterius ſuperat latitudinem ſuperiorem, ut h i.

16. Inclinatio loricæ eſt differentia inter majorem, & minorem altitudinem ejusdem loricæ, ut d e.

17. Via tecta poſt vallum eſt ſpatium inter vallum, & antemurale incluſum, ut E F.

18. Antemurale eſt lorica ſuper planum horizontale ellevata ante foſſam poſita, cujus partes æquales ſunt partibus loricæ valli, ut F ρ G.

19. Margo foſſæ eſt ſpatium inter antemurale, & foſſam incluſum, ut G P.

20. Profunditas foſſæ eſt diſtantia inter latitudinem ſuperiorem, & latitudinem inferiorem foſſæ, ut n R.

21. Foſſæ acclivitas eſt differentia inter medietatem latitudinis ſuperioris, & medietatem latitudinis inferioris ejuſdem foſſæ, ut 10, H.

22. Latitudo foſſę eſt diſtantia inter duos foſſę terminos, ut P K.

23. Via tecta poſt foſſam eſt ſpatium inter extremitatem foſſæ, & loricæ exterioris terminum incluſa, ut K M.

24. Baſis loricæ exterioris eſt linea, quæ latitudinem, & acclivitatem exteriorem prædictæ loricæ determinat ut u L.

Definitiones ad Ichnographiam ſpectantes.

1. Ichnographia eſt veſtigij cujuſcumque partis totius munimenti in plano horizantali eſibitio.

2. Planum horizontale totius valli eſt ſpatium inter duas lineas baſim ejusdem valli terminantes incluſum.

3. Pla-

3. Planum horizontale acclivitatis interioris valli est spatium inter lineam interius terminantem basim valli,& lineam dividens basim ejusdem acclivitatis à basi ambulacri, inclusum.

4. Planum horizontale ambulacri est spatium inter duas lineas basim ambulari terminantes, inclusum.

5. Planum horizontale scabelli est spatium inter lineam ad illas partes basim ambulacri terminantem, & lineam basim loricæ interius terminantem, inclusum.

6. Planum horizontale acclivitatis interioris est spatium inter lineam terminantem interius basim loricæ,& lineam interius terminantem ejusdem latitudinem superiorem,inclusum.

7. Planum horizontale latitudinis superioris loricæ est spatium inter duas lineas eamdem latitudinem terminantes,inclusum.

8. Planum horizontale acclivitatis exterioris loricę est spatium inter lineam exterius terminantem loricæ basim , & lineam exterius terminantem ejus latitudinem superiorem, inclusum.

9. Planum horizontale acclivitatis exterioris valli est spatium inter lineam exterius terminantem basim valli,& lineam exterius terminantem basim loricæ,inclusum.

Ea quæ dicta sunt de lorica superiore intelligi debent etiam de lorica inferiore,& de partibus interioribus loricæ exterioris.

10. Planum horizontale viæ rectæ est spatium inter duas lineas viam tectam terminantes,inclusum,quod intelligendum est tam de via tecta antemuralis,si qua est,quam de via tecta post fossam.

11. Planum horizontale marginis fossæ est spatiū inter lineam basim acclivitatis,vel loricæ inferioris (si qua est,) vel valli,& lineam interius terminantem latitudinem superiorem fossę,inclusum.

12. Planum horizonti parallelum acclivitatis interioris fossę est spatium inter lineam terminantem latitudinem inferiorem fossæ,& lineam in eodem plano terminantem latitudinem fossæ superiorem,inclusum.

13. Planum horizonti parallelum latitudinis inferioris fossę est spatium inter lineam terminantem basim acclivitatis interioris fossæ,& lineam terminantem basim acclivitatis exterioris fossæ, inclusum.

14. Planum horizonti parallelum acclivitatis exterioris fossæ est spatium inter lineam terminantem basim ejusdem acclivitatis,& lineam in eodem plano terminantem latitudinem viæ tectæ, inclusum.

15. Planum horizontale basis loricæ exterioris est spatium inter lineam terminantem planum inclinatum ejusdem loricæ, & lineam terminantem interius basim acclivitatis interioris ejusdem loricæ, inclusum.

Axiomata ad Orthographiam spectantia.

1. Vallum nec nimis altum sit, nec nimis humile, at dicta altitudo nunquam sit minor pedum 12.

2. Acclivitas interior valli sit æqualis altitudini.

3. Acclivitas exterior sit æqualis dimidio altitudinis valli, dum vallum est ex simplici terra constructum.

4. Latitudo superior non sit minor pedum 30.

5. Loricæ altitudo interior sit sex pedum exterior quattuor ad summum.

6. Latitudo inferior loricæ non sit minor ped: 12, neque solet fieri major pedum 24.

7. Acclivitas loricæ exterior se habeat ad ejus altitudinem, ut se habet acclivitas exterior valli ad ejus altitudinem.

8. Acclivitas interior loricæ sit unius pedis.

9. Latitudo scabelli loricę sit ped: 3, altitudo vero ped: $1\frac{1}{2}$.

10. Lorica inferior, seu antemurale habeat partes æquales partibus loricæ superioris.

11. Via tecta post vallum nunquam sit minor ped: 12, cui sit æqualis via tecta post fossam.

12. Margo fossæ sit pedum 6.

13. Profunditas fossæ nunquam sit minor pedum 10, cui sit æqualis ejus acclivitas.

14. Planum inclinatum loricæ post fossam tale sit, ut ex vallo bambardarum ictibus radi possit.

15. Planum inclinatum loricæ superioris, quo propius hostem aspiciet eo melius erit munimentum, tale saltem esse debet, ut cum plano inclinato loricæ exterioris sit in directum.

16. Latitudo fossæ talis sit ut hostis existens in via tecta possit detegi ab alis, & parte faciei, vel saltem ab alis facies defendi possit.

Axio-

Axiomata ad Ichnographiam spectantia.

1. LIneæ existentes in eadem parte munimenti esse debent inter se parallelæ.

2. Omnes anguli sibi respondentes esse debent inter se æquales.

3. Si connectantur simul rectis lineis puncta, in quibus coeunt lineæ diversarum partium, dictæ lineæ connectentes puncta prædicta esse debent in directum.

Cognitis omnibus partibus in profilis, & in plantis existentibus, statutisque axiomatibus ad orthographiam, & Ichnographiam spectantibus indagandæ erunt linearum, planorumque, & insuper corporum quantitates.

Spatium comprehendens antemuralis, & fossæ latitudinem invenire in munimento simplici quadrato.

Prop. I. Probl.

DEscribatur propositum munimentum, in quo DC, vel AK sit facies, DE, vel KL ala propugnaculi, LE cortina, CF, vel AF linea defensionis stringentis, quæ nisi cadat in medium cortinæ producenda est usque ad lineam FB (perpendicularem ipsi LE, quam bifariam dividit in puncto F) ejusque quantitas invenienda, ut suo loco dictum est, deinde bifariam dividatur facies AK in puncto I, à quo ad punctum C ducatur recta IC secans rectam BH in puncto H, à quo ducatur recta HM parallela ipsi FC, ad quam à puncto H ducatur recta HG ipsi perpendicularis, quæ determinabit latitudinem fossæ & antemuralis simul respondentem faciei, recta vero HF determinabit latitudinem spatij prædicti, medietati cortinæ respondentem: His præmissis supponatur Munimentum esse quadratum, deinde consideretur triangulum IFC, in quo notum est latus FC suo loco inventum pedum 488.4.6.4, à quibus ablatis pedibus 120 medietatis faciei AI latus IF prodibit pedum 368.4.6.4, angulus vero IFC notus fiet subducendo à grad: 180 angulos DFE, AFL, quorum unusquisque continet grad: 15, cum sit angulus defensionis interior, & invenietur prædictus Figura 1.

dictus angulus I F C grad: 150, quare ut angulus I C F innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum I F, F C pedum 856.9.2.8 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0, ita 26794 tangens semisummæ angulorum F I C, F C I grad: 15 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 3752, cui in canone tangentium respondent grad: 2.9, quibus ablatis à gr: 15 semisummæ consurget angulus I C F grad: 12.51, quo habito considerandum est triangulum C H F, in quo ut angulus C F H innotescat, subducendus est angulus defensionis interior D F E grad: 15 ab angulo recto E F H, & invenietur grad: 75, quibus additis grad: 12.51 summa erit grad: 87.51, quibus ablatis à grad: 180, remanebit angulus F H C gr: 92.9 sic noti erunt omnes anguli, notumque est latus F C, ut supra dictum est, quare ut latus H F innotescat, fiat ut 99929 sinus anguli F H C grad: 92.9 ad latus F C pedum 488.4.6.4, ita 22239 sinus anguli H C F grad: 12.51 ad latus H F, quod invenietur pedum 108.7.0.6, tantaque erit latitudo spatij quæsiti respondens medietati cortinæ, ut vero recta H G nota fiat, considerandum est triangulum H F G, in quo notus est angulus rectus H G F, angulus H F G inventus grad: 75, & per consequens angulus F H G grad: 15, notumque, est latus H F inventum pedum 108.7.0.9, quare ut latus H G innotescat, fiat ut sinus totus ad latus H F pedum 108.7.0.6, ita 96592 sinus anguli H F G grad. 75 ad latus H G, quod invenietur pedum 105.0.0.1, tantaque erit quantitas spatij comprehendentis latitudinem antemuralis, & fossæ simul respondentem faciei, cui exterius addi poterit via tecta.

Spatium comprehendens antemuralis, fossæ, & viæ tectæ latitudinem in munimento simplici exagono invenire.

Prop. II. Probl.

Figura 1. Omnibus præmissis ut supra quoad constructionem supponatur polygonum esse exagonum erit linea defensionis stringentis C F pedum 499.7.7.3, & angulus defensionis interior D F E erit grad: 22.30, rectaque I F invenietur, modo in antecedenti propositione dicto, ped: 379.7.7.3, & angulus I F C grad: 135, quare ut angulus F C I innotescat, fiat ut Aggregatum duorum laterum I F,

F C

F C pedum 879.5.4.6 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0,ita 41421 tangens semisummæ angulorum F I C, F C I ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 5651, cui in canone tangentium respondent grad. 3.14,quibus sublatis à grad: 22 30 semisummæ consurget angulus F C H grad:19.16, quo habito considerandum est triangulum H C F, in quo angulus H F C invenietur grad:67.30,quibus additis grad:19.16 anguli H C F summa erit gr: 86.46, quibus sublatis à grad:180,remanebit angulus F H C grad: 93.14, ut vero latus H F innotescat, fiat ut 998 50 sinus anguli F H C grad:93.14 ad latus F C pedum 499.7.7.3, ita 32996 sinus anguli F C H grad:19.16 ad latus F H, quod invenietur pedum 165. 1.6.9, quo habito ut latus H G notus fiat,considerandum est triangulum rectangulum H F G, in quo notus est angulus rectus H G F, angulusque H F G inventus modo superius dicto grad:67.30, & per consequens angulus F H G, quare ut latus H G consurgat, fiat ut sinus totus ad latus H F pedum 165.1.6.9,ita 92387 sinus anguli H F G grad:67.30 ad latus H G, quod invenietur ped:152.5.9.4, & sic inventa erit quantitas spatij quæsiti in exagono respondens tam medietati cortinæ,quam faciei

Spatium comprehendens marginem, & latitudinem fossæ, nec non viæ tectæ in dodecagono simplici invenire.

Prop. III. Probl.

DEscribatur munimentum dodecagonum,in quo linea defensionis stringentis C F erit pedum 517.1.2.8, & angulus defensionis interior D F E grad:30,ductisque rectis I C, H F, H G,ut supra,invenietur recta I F pedum 397.1.2.8, & angulus I F C gr:120, quare ut angulus F C I innotescat, fiat ut Aggregatum duorum laterum I F, F C pedum 914. 2. 5. 6 ad eorum differentiam pedum 120.0.0.0, ita 57735 tangens semisummæ angulorum F I C, F C I ad tangentem differentiæ eorumdem,quæ invenietur 7577,cui in canone tangentium respondent grad:4.20, quibus ablatis à grad: 30 semisummæ,consurget angulus F C I grad:25.40, quo habito considerandum est triangulum H F C,in quo angulus H F C invenietur grad:60, quibus additis grad:25.40 summa erit gr: 85.40, Figura II

quibus ablatis à gradibus 180, consurget angulus F H G gr: 94.20, quare ut latus H F innotescat, fiat ut 99714 sinus anguli F H C graduum 94.20 ad latus F C pedum 517.1.2.8, ita 43313 sinus anguli F C H grad: 25.40 ad latus H F, quod invenietur pedum 224.6.2.6, quo invento, ut latus H G notum fiat considerandum est triangulum H F G, in quo notus est angulus rectus H G F, angulusque H F G inventus grad: 60, quare ut latus H G innotescat, fiat ut sinus totus ad latus H F pedum 224.6.2.6, ita 86602 sinus anguli H F G grad: 60 ad latus H G, quod invenietur pedum 194.5.3.0, & sic nota erit quantitas spatij quæsiti in munimento dodecagono.

Annotatio.

IN munimentis itaque simplicibus, vel habentibus alas in cortina, linea à medietate faciei unius propugnaculi ad terminum facierum propugnaculi oppositi ducta, interscecans perpendicularem super medietate cortinæ excitatam, terminum dessignabit illius intervalli, quod, vel antemurale, fossam, & viam tectam, vel fossam cum antemurale, vel fossam cum via tecta solummodo comprehendet; hinc animadvertendum est, quod si spatium prædictum, hoc modo determinatum, continere non posset latitudinem antemuralis, fossæ, & viæ tectæ augendum esset, poterit enim majus fieri invento per ratiocinium triangulorum at non minus, alias hostes à lorica exteriori, & premunitionibus tegerentur, nam si punctum H intra triangulum I H F caderet, recta H M rectam I C interfecaret. Non dissimilis erit in munimentis duplicibus, & triplicibus, vel sine alis in cortina, licet cum aliqua differentia, operatio, quam infra demonstrabimus.

In munimento duplici, & triplici quadrato spatium, comprehendens fossæ, & viæ tectæ latitudinem, invenire.

Prop. IV. Probl.

Figura II. DEscribatur munimentum quadratum duplex, vel triplex in quo recta G C, vel A N sit facies comprehenso etiam humero, A K, vel C O linea defensionis, G O K angulus defensionis interior;

rior; his positis in recta N A abscindatur recta N R, quæ sit dupla ipsius N Q, à cujus termino R, vel à termino supremæ plateæ, si ala habuerit tres plateas, ad punctum C ducatur recta R C secans rectam E B, perpendicularem rectæ P I, in puncto E, à quo ducatur recta E D parallela ipsi O C, & E F perpendicularis ipsi O C, quæ determinabit latitudinem fossæ, & viæ tectæ simul. His peractis ut linea M K nota fiat consideretur triangulum G M K, quod erit isosceles, si enim à duobus terminis alarum N, & G ducatur recta N G erit parallela ipsi O K, cum duæ alæ N O, G K sint inter se æquales, & parallelæ, ideoque duo anguli N G O, G O K erunt inter se æquales, angulus autem N K O, seu M K O erit æqualis angulo G O K erit igitur etiam æqualis angulo N G O, quare etiam angulus M G K erit æqualis angulo M K G, & sic triangulum erit isosceles, duoque latera O M, M K, & N M, M G erunt inter se æqualia, quare etiam latus N M erit æquale lateri M K, ideoque latus N K erit duplo majus latere M K, cum autem recta Q K inventa sit suo loco pedum 434.8.1.3, & recta Q N ped: 62.1.1.6, cujus duplum R N erit pedum 124.2.3.2, si à tota R K auferatur recta R N, remanebit recta N K ped: 310.5.8.1, cujus dimidium erit quantitas rectę M K pedum 155.2.9.0, quibus ablatis à pedibus 742.9.8.8 rectæ A K inventæ suo loco, remanebit recta A M, seu C M pedum 587.6 9.8, & quia recta A Q inventa est pedum 308.1.7.5, si ab ipsâ auferantur pedes 62.1.1.6 rectæ R Q, remanebit recta A R pedum 249.0.5.9, quibus ablatis à pedibus 587.6.9.8, remanebit recta R M pedũ 341.6.3.9, qua habita ut angulus R C M notus fiat considerandum est triangulum R C M, in quo cum nota sint duo latera R M, M C, ut angulus R C M innotescat, fiat ut Aggregatum duorum laterum R M, M C pedum 929.3.3.7 ad eorum differentiam ped: 246.0.5.9, ita 26794 tangens semisummæ angulorum M R C, M C R ad tangentẽ differentiæ eorumdem, quæ invenietur 7094, cui in canone tangentium respondent grad: 4.3, quibus ablatis à gradibus 15 semisummæ, remanebunt grad: 10.57 pro angulo M C R, quo habito ut latus E M notus fiat considerandum est triangulum E M C, in quo notus est præter angulum E C M, etiam angulus C M E grad: 75, cum sit complementum anguli N G M grad: 15 ad quadrantem, & per consequens notus erit etiam angulus M E C grad: 94.3, notumque est latus M C pedum 587.6.9.8. quare ut latus E M innotescat, fiat ut 99750 sinus anguli

M E C

MEC grad: 94. 3 ad latus MC, ita 18995 ſinus anguli MCB grad: 10. 57 ad latus ME, quod invenietur pedum 102. 8. 9. 0, quo habito ut latus EF notum fiat conſiderandum eſt triangulum rectangulum EMF, in quo præter angulum rectum notus eſt angulus EMF grad. 75, & per conſequens angulus MEF grad. 15, notaque eſt inventa hypothenuſa ME, quare ut latus EF innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam EM pedum 102.8.9.0, ita 96592 ſinus anguli FME grad: 75 ad latus EF, quod invenietur ped: 99.3.8.3, & hoc erit intervallum comprehendens latitudinem foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondens faciei, quo invento, ut latus ML notum fiat conſiderandum eſt triangulum KML, in quo cum noti ſint anguli, ut ex dictis patet, notaque ſit hypothenuſa MK inventa pedum 155.2.9.0, ut latus ML conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam MK pedum 155.2.9.0, ita 25881 ſinus anguli MKL grad: 15 ad latus ML, quod invenietur ped: 40.1.9.0, quibus additis pedibus 102.8.9.0, tota LE conſurget pedum 143. 0.8.0, quæ determinabit latitudinem foſſæ, & viæ tectæ ſimul reſpondentem medietati faciei.

In munimento duplici, vel triplici exagono ſpatium comprehendens foſſæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. V. Probl.

Deſcribatur munimentum exagonum, in quo linea defenſionis AK, vel CO ſit pedum 755.8.0.7 recta AQ ped. 301.2.0.4 recta QK pedum 454.6.0.3, rectaque QN, ſeu RQ, pedum 64.9. 4.3 alibi inventæ; his poſitis à pedibus 454.6.0.3 rectæ QK auferantur pedes 64.9.4.3, & remanebit recta NK ped: 389.6.6.0, cujus dimidium erit quantitas rectæ MK, ped. 194.8.3.0, quibus ablatis à pedibus 755.8.0.7 rectæ AK, remanebit recta AM pedum 560.9.7.7, cui æqualis erit recta CM, rectæ vero NM pedum 194.8.3.0 addita recta RN pedum 129.8.8.6 recta RM conſurget pedum 324.7.1 6, qua inventa conſiderandum eſt triangulum RMC, in quo, cum nota ſint duo latera RM, MC, & angulus RMC inventus ſit eo modo, quo in antecedenti prop: gr. 135, ut angulus MCR innoteſcat, fiat ut Aggregatum duorum notorum laterum pedum 885.6.9.3 ad eorum differentiam pedum

236.

236.2.6.1, ita 41421 tangens semisummæ angulorum MRC, MCR ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11049, cui in canone tangentium respondent grad: 6.18, quibus ablatis à grad:22.30 semisummæ consurget angulus MCR grad. 15.12, quo habito, ut latus EM notum fiat, considerandum est triangulum EMC, in quo invenietur, modo superius dicto, angulus EMC grad:67.30, & per consequens angulus MEC grad: 97.18, quare ut latus EM innotescat, fiat ut 99189 sinus anguli MEC grad: 97.18 ad latus MC ped. 560.9.7.7, ita 26218 sinus anguli MEC grad:15.12 ad latus EM, quod invenietur pedum 148.2.7.9, quo habito ut latus EF notum fiat considerandum est triangulum rectangulum EMF, in quo, cum noti sint anguli, ut consideranti patebit, notaque sit hypothenusa EM, ut latus EF innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam EM pedum 148.2.7.9, ita 92387 sinus anguli EMF grad:67.30 ad latus EF, quod invenietur pedum 136.9.9.0, tantaque erit latitudo fossæ & viæ tectæ simul respondens faciei, qua cognita ut latus ML notum fiat considerandum est triangulum LMK, in quo, cum noti sint anguli notaque sit hypothenusa KM, ut latus ML innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam MK pedũ 194.8.3.0, ita 38268 sinus anguli MKL grad: 22.30 ad latus ML, quod invenietur pedum 74.5.5.7, quibus additis pedibus 148.2.7.9 rectæ EM, tota EL consurget pedum 222.8.3.6, tantaque erit latitudo fossæ, & viæ tectæ simul respondens medietati cortinæ.

In munimento duplici, vel triplici dodecagono spatium comprehendens fossæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. VI. Probl.

Describatur munimentum dodecagonum, in quo linea defensionis AK, vel CO sit pedum 763.0.1.9, recta AQ pedum 278.0.4.5, recta QK pedum 484.9.7.1, rectaque QN pedum 69.2.8.2 suo loco inventæ; his positis à pedibus 484.9.7.1 rectæ QK auferantur pedes 69.2.8.2 rectæ QN, & remanebit recta NK pedum 415.6.8.9, cujus dimidium erit quantitas rectæ MK, seu NM pedum 207.8.4.4, quibus ablatis à pedibus 763.0.1.6 rectæ AK Figura II.

 con-

consurget recta A M pedum 555.1.7.5, additisque pedibus 138.5.6.4 rectæ R N prædictis pedibus 207.8.4.4 rectæ N M, tota R M prodibit pedum 346.4.0.8, qua cognita ut angulus R C M notus fiat considerandum est triangulum R M C, in quo cum nota sint duo latera R M, M C, notusque sit angulus R M C, modo superius dicto inventus, pedum 120, ut angulus R C M innotescat, fiat ut Aggregatum duorum laterum notorum pedũ 901.5.8.3 ad eorum differentiam pedum 208.7.6.7, ita 57735 tangens semisummæ angulorum M R C, M C R ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 13368, cui in canone tangentium respondent gr:7.37, quibus ablatis à gradibus 30 semisummæ consurget angulus M C R grad:22.23, quo habito, ut rectæ M E quantitas reperiatur considerandum est triangulum E M C, in quo angulus E M C invenietur grad:60, quibus additis gradibus 22.23 anguli M C E summa erit grad:82.23, quibus ablatis à grad:180, consurget angulus M E C grad.97.37, quo cognito, ut latus E M innotescat, fiat ut 99117 sinus anguli M E C grad.97.37 ad latus M C pedum 555.1.7.5, ita 38080 sinus anguli M C E grad: 22.23 ad latus M E, quod invenietur 213.2.9.4, quo invento ut recta E F nota fiat, considerandum est triangulum E M F, in quo, cum noti sint anguli ut consideranti patebit, notaque sit hypothenusa E M pedũ 213.2.9.4, ut latus E F consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam E M pedum 213.2.9.4, ita 86602 sinus anguli E M F gr:60 ad latus E F, quod invenietur pedum 184.7 1.6, tantaque erit latitudo fossæ, & viæ tectæ simul respondens faciei, ut vero latus M L reperiatur, fiat ut sinus totus ad hypothenusam M K pedum 207.8.4.4, ita 50000 sinus anguli M K L grad:30 ad latus M L, quod invenietur pedum 103.9.2.2, quibus additis pedibus 213.2.9.4 rectæ E M, tota E L prodibit pedum 213.2.9.4.

Alio modo in munimentis simplicibus spatium comprehendens antemuralis fossæ, & viæ tectæ latitudinem invenire.

Prop. VII. Probl.

Figura I. DEscribatur propositum munimentum ut in antecedentibus propositionibus, deinde à puncto K termino communi alæ

&

& faciei, ducatur recta KR parallela lineæ defensionis stringentis FC intersecans rectā BN perpendicularem cortinæ, in puncto N, eritque prædictum punctum terminum intervalli continentis antemurale, fossæ latitudinem, & viam tectam, cujus mensura ante medietatem cortinæ erit recta NF, quæ erit dupla alæ KL, si enim à puncto L ducatur recta LO parallela ipsis FC, KR, quæ terminetur à recta NF in puncto O, duo triangula OLF, KLF erunt æquiangula, in quibus latus LF erit commune, quare latus OF erit æquale lateri KL, cumque duæ rectæ LO, KN sint parallelæ, nec non duæ rectæ KL, NO, recta NO erit æqualis rectæ KL per prop. 33 lib. pri: Eucl: ideoque recta NF erit dupla ipsius KL, quæ, si polygonum erit quadratum, continebit pedes 128.6.1.0, qua cognita ut recta NQ nota fiat considerandum est triangulum NFQ, in quo noti erunt anguli, cum sint æquales angulis trianguli HFG, inventis in prop. 1 hujus lib: quare ut latus NQ innotescat fiat ut sinus totus ad hypothenusam NF pedum 128.6.1.0, ita 96592 sinus anguli NFQ grad: 75 ad latus NQ, quod invenietur pedum 124.2.2.6, sic procedendo in omnibus polygonis inveniri poterit spatium prædictum.

Annotatio.

SI modo dicto in antecedenti propositione ducatur recta KR, ala propugnaculi KL totum prædictum intervallum respiciet, quod non continget si spatium HF, modo dicto in tribus primis propositionibus inveniatur, si enim producatur recta MH usque ad punctum P, in ala KL existens, abscindet rectam PK, quæ ultra rectam MP remaneret, & sic sola pars PL totum intervallum prædictum respiceret; at quia mediante methodo antecedentis problematis fossa nimis ampla fieret in aliquibus casibus, tunc adhibendus erit primus modus, & hoc semper animadvertendum erit, quod nisi ala propugnaculi detegere posset totum spatium intervallum, & loricam exteriorem inclusum, debet saltem terminum faciei respicere ut totam faciem oppositi propugnaculi defendere possit. Figura I.

***

Latitudinem fossæ determinare in munimentis simplicibus.

Prop. VIII. Probl.

Figura III. CUm, per axioma 5 hujus libri, loricæ altitudo interior p n continere debeat pedes 6, & per axioma 13 hujus libri profunditas fossæ O H ad minimum pedes 10, cujus mensura sit recta n R, producta recta p n, totaque p R continebit pedes 16, supponatur vero quod latitudo basis loricæ x G sit minima nempe pedum 12, acclivitas exterior r G pedum 2, & acclivitas interior x n unius pedis, si à tota x G auferantur duæ rectę x n, r G remanebit recta n r pedum 9, cui æqualis, & parallela erit latitudo superior loricæ e g per axioma 10 hujus libri, quare recta e f erit æqualis altitudini exteriori loricæ g h nempe pedum 4, quibus ablatis à pedibus 6 rectæ p n, remanebit recta p m pedum 2, quare in triangulo rectangulo d e g nota erunt duo latera d e, e g circa angulum rectum d e g. His positis producatur recta I H, quæ repræsentat latitudinem inferiorem fossæ, quousque cum recta p R coeat in puncto R, efficiantque angulum rectum p R I, producaturque inclinatio loricæ p q quousque tangat rectam R I in puncto T, & sic constructum erit triangulum æquiangulum triangulo p m q, cum duæ rectæ m q, R T sint inter se parallelæ, trianguláque sint rectangula, quare ut latus R T innotescat, fiat ut latus p m pedum 2 ad latus p R pedum 16, ita latus m q pedum 9 ad latus R T, quod invenietur pedum 72, cui æqualis statui poterit làtitudo superior fossæ P K ut recta p T intra fossam cadat, & hęc erit minima fossæ latitudo. Ut vero maxima fossæ latitudo reperiatur, supponatur, quod basis loricæ x G sit pedum 24, erit latitudo superior m q pedum 21, quare ut recta R T consurgat fiat ut latus p m pedum 2 ad latus m q pedum 21, ita latus p R pedum 16 ad latus R T, quod invenietur pedum 168, cui æqualis statuatur maxima fossæ latitudo P K, quę correspondere debebit maximo polygono, nempe dodecagono. Differentia itaque inter maximam, & minimam latitudinem erit pedum 96, cum autem à quadrato ad dodecagonum numerentur 8 polygona si dividatur numerus 89 per 8 quotiens erit pedum 12, totidemque pedes addendi erunt latitudini fossæ quadrati

drati ut fiat latitudo fossæ pentagoni, & sic deinceps usque ad dodecagonum.

Annotatio.

TAli pacto latitudo fossæ determinari poterit in munimentis simplicibus, quæ respondebit latitudini positæ in tabulis Adami Freytag, at in munimentis duplicibus, vel triplicibus, in quibus non extat antemurale, ab intervallo in prop. 4. 5. 6. hujus libri invento si abscindatur via recta, quæ non sit minor pedum 12 latitudo fossæ prodibit, quæ tamen alterari poterit habita ratione ad altitudinem valli ut suo loco apparebit.

Data latitudine fossæ, latitudinem loricæ invenire alicujus munimenti simplicis existentis inter quadratum, & dodecagonum.

Prop. IX. Probl.

SUpponatur, quod polygonum sit exagonum latitudo fossæ sit pedũ 96, cui æqualis statuatur recta R T parallela ipsis x K, & m q, productis prius rectis H I, p n quousq; concurrant in puncto R, deinde ducta recta p T, connectens duo puncta p, & T, considerentur duo triangula rectangula p R T, p m q, quæ erunt similia propter parallelas prædictas, cumque latus p R notum sit pedum 16, compositum est enim ex altitudine loricę pedum 6, & profunditate fossæ ped: 10, notum sit latus R T ex hypothesi pedum 96, nec non latus m p pedum 2, cum sit differerentia inter altitudinem interiorem loricæ ped: 6, & altitudinem exteriorem pedum 4, ut latus m q innotescat, fiat ut latus p R pedum 16 ad latus p m pedum 2, ita latus T R pedum 96 ad latus m q, quod invenietur pedum 12, tantaque erit latitudo superior loricæ, cui cum sit æqualis recta n r, si ipsi addatur acclivitas interior x n unius pedis, & acclivitas exterior r G pedum 2, consurget basis loricæ x G pedum 15. Figura III.

Viam tectam in munimentis simplicibus invenire.

Prop. X. Probl.

Figura 1. PRo via tecta invenienda in munimentis simplicibus ratio habenda est ad intervallum H G, vel N Q primæ figuræ. Supponatur itaque intervallum H G esse pedum 152 abjectis factionibus, ut inventum est in propositione 2 hujus libri, & latitudinem loricæ inferioris esse pedum 15, ut inventa est in propositione antecedenti, quibus ablatis à pedibus 152 residuum erit pedum 137, à quibus ablata latitudine fossæ quæ ponatur pedum 96 ut esse debet in exagono, remanebunt pedes 41, à quibus ablatis pedibus 6 marginis fossę, residum erit pedum 35, cujus dimidium continebit pedes $17\frac{1}{2}$, à quibus ablatis pedibus 3 scabelli residuum erit pedum $14\frac{1}{2}$, quod cum superet ped: 12 statui poterit pro latitudine viæ tectæ post vallum, & alterum dimidium determinabit viam tectam post fossam unà cum scabello loricæ exterioris, & sic prædictum intervallū pedum 152 continebit latitudinem antemuralis, fossæ & viæ tectæ simul, quod non continget, si posito munimento quadrato, spatium H G primæ figurę continebit pedes 105, & latitudo inferior loricæ erit pedum 12, quibus additis pedibus 72 latitudinis fossæ inventę in prop: 8 hujus libris, & pedibus 6 marginis fossæ summa erit pedum 90, quibus ablatis à pedibus 105 residuum erit pedum 15, à quibus ablatis pedibus 3 scabelli remanebunt pedes 12, cumque totidem pedes continere debeat minima viæ tectæ latitudo, recta H M, figurę primæ, fossam terminabit, quare intervallo H G addendi erunt pedes 15 pro via tecta post fossam, & scabello loricæ exterioris; at si, posito munimento dodecagono, spatium H G erit pedum 194 prædictum munimentum habere non poterit antemurale, cum enim latitudo fossæ maxima inventa sit in prop: 8 hujus libri pedum 168, si auferantur à pedibus 194, remanebunt pedes 26, à quibus si auferantur pedes 6 marginis fossæ, remanebunt pedes 20, quare prædictum intervallum G H continebit solummodo latitudinem fossæ & viæ tectæ post fossam, ideoque ampliandum erit ut omnes partes continere possit; semper autem spatium N Q primæ figuræ continebit antemura-

muralis, fossæ, & viæ tectæ latitudinem posito enim munimento quadrato, inventum est in prop: 7 hujus libri pedum 128 abjectis fractionibus, à quibus si auferantur pedes 72 latitudinis fossæ, ped: 6 marginis, & ped: 12 basis loricæ inferioris, nempe pedes 90, residuum erit ped: 34, cujus dimidium erit pedum 17, à quibus ablatis pedibus 3 scabelli, prodibit latitudo viæ tectæ ped: 14, & alterum dimidium continebit latitudinem viæ tectæ post fossam cum scabello loricæ exterioris, quod etiam in alijs polygonis invenietur.

In munimentis vero non habentibus antemurale ab interval- Figura II.
lo EF secundæ figuræ abscindere opportebit latitudinem viæ tectæ, quæ non sit minor pedum 12, & remanebit latitudo fossæ.

Conclusio.

PRo determinanda igitur latitudine viæ tectæ in munimentis simplicibus statuere prius opportebit intervallum KQ, vel KG, quod si omnes partes munimenti post vallum existentes continere non poterit, ulterius augendum erit; deinde latitudo fossæ indaganda, quæ si erit vel maxima, vel minima, mediante maxima, vel minima latitudine inferiore loricæ per ratiocinium triang: reperietur, inter mediæ vero per additionem continuam ped: 12 prodibunt, quæ tamen alterari poterunt nihil enim interest quod fossæ latitudo paulò major, vel paulò minor sit, qua mediante per ratiocinium triangulorum latitudinem loricæ in quolibet munimento inter quadratum, & dodecagonum unusquisque inveniet; quibus inventis latitudo viæ tectæ prodibit, ut in antecedenti propositione dictum est, quę tamen alterari poterit sufficit enim, quod non sit minor ped: 12, neque major ped 24.

Annotatio.

ALtitudinem valli in triplici esse differentia comperimus, est enim vel minima, vel media, vel maxima; Minimam altitudinem valli habere dicuntur munimenta, in quibus producta linea

plani

plani inclinati loricæ superioris eadem ad medietatem plani horizontalis fossæ pervenit, vel terminatur à puncto intra prædictam medietatem existentem; mediam, quando ex lorica valli vulnerari potest in medietate corporis homo existens super medietate plani horizontalis fossæ, vel linea prædicta extenditur ultra medietatem prædictam, sed ad loricam exteriorem non pervenit; maximam, quando vulnerari potest in summitate capitis homo super medietate ejusdem plani existens, vel linea supradicta à lorica exteriore terminatur; quibus præmissis ad altitudinem valli indagandam pergemus.

Altitudinem valli invenire.

Prop. XI. Probl.

Figura III. Posito munimento quadrato, latitudo superior fossæ PK, erit pedum 72, ejusque dimidium PV pedum 36, quibus additis pedibus 6 marginis PG, ped: 12 latitudinis inferioris loricæ xG, ped. 3. scabelli Fx, & ped: 12 viæ tectæ EF, tota VE erit ped: 69, qua cognita producatur recta hi parallela ipsi ω V usque in Y, ita ut fiat triangulum rectangulum simile triangulo deg, sitque latus eg pedum 9, quanta esse debet latitudo superior loricæ, & latus de pedum 2, latus vero gh trianguli ghY sit pedum 4, quanta esse debet altitudo loricæ exterior, quibus cognitis, ut latus hY innotescat, fiat ut latus de pedum 2 ad latus eg pedum 9, ita latus gh pedum 4 ad latus hY, quod invenietur pedum 18, cum autem duo triangula ghi, g ω E sint æquiangula propter parallelas hi ω E, eademque ratione etiam duo triangula giY, gEV ut se habebit latus Yi ad latus gh, ita se habebit latus VE ad latus ω g; ut igitur recta g ω innotescat, à tota hY pedum 18 subducatur latus hi pedum 2, & remanebit recta iY pedum 16, deinde, fiat ut latus iY pedum 16 ad latus gh pedum 4, ita latus VE pedum 96 ad latus ω g, quod invenietur pedum 17 abjectis fractionibus, à quibus

bus ablatis pedibus 4 rectæ h g, remanebit altitudo valli pedum 13, tantaque erit altitudo minima in quadrato, quę tamen solet etiam fieri pedum 12; cumque altitudo hominis staturæ mediocris ponatur pedum 6, ut altitudo media consurgat, altitudini minimæ addantur pedes 3, & ut maxima reperiatur, altitudini minimæ addantur pedes 6. Tali methodo in omnibus polygonis inveniri poterit altitudo valli.

Basim loricæ exterioris invenire.

Prop. XII. Probl.

Sit latitudo valli fS pedum 12; quibus additis pedibus 6 altitudinis loricæ f d, tota d S erit pedum 18, à cujus termino d per punctum X terminum altitudinis loricæ exterioris ducatur recta d L, quæ terminetur à linea plani horizontalis, & à puncto X ducatur recta X Æ parallela lineæ plani horizontalis, quę terminetur à recta d S, & constructa erunt duo triangula rectangula, & æquiangula, nempe X u L, & d Æ X; in quo latus Æ X erit pedum 138, cum sit æquale lineæ S u; cujus partes in unam summam collectæ efficiunt pedes 138; latus autem d Æ invenietur pedum 12 subducendo à recta d S pedum 18 rectam Æ S æqualem rectæ X u pedum 6, cum sit altitudo loricæ exterioris, quare ut latus u L reperiatur, fiat ut latus d Æ pedum 12 ad latus Æ X pedum 138, ita latus X u pedum 6 ad latus u L; quod invenietur pedum 69; tantaque erit basis loricæ exterioris quantitas. Figura III.

Minimam loricæ altitudinem exteriorem invenire.

Prop. XIII. Probl.

Cum latitudo loricæ inferior esse soleat maxima pedum 24, ut superius dictum est, si ab ipsis auferantur pedes 2 acclivitatis exterioris; & pes unus acclivitatis interioris, remanebit latitudo superior, eritque ped: 21, qua cognita fiat triangulū G i e ęquiangulum triangulo d e g tertiæ figuræ; in quo latus i e sit pedum 21, deinde ut latus G i innotescat; fiat ut latus e g trianguli d e g tertiæ Figura IV. & III.

 figuræ

figuræ pedum 9 ad latus de ejusdem trianguli pedum 2, ita latus i e trianguli G i e quartæ figuræ ad latus G i, quod invenietur pedum 4; vel abjectis fractionibus ped: 4, quibus ablatis à pedibus 6 rectæ G m, remanebit recta i m pedum 2, cui æqualis est recta e P, seu altitudo inferior loricæ.

In munimentis duplicibus, vel triplicibus data latitudine loricæ, nec non intervalli comprehendentis fossam, & viam tectam, maximam altitudinem valli invenire.

Prop. XIV. Probl.

Figura IV. Supposito munimento quadrato sit latitudo superior loricę H F pedum 9, recta vero B D contineat latitudinem fossæ, ejus marginis, viæ tectæ, scabelli, & acclivitatis interioris loricæ exterioris, cumque intervallum, comprehendens marginem latitudinem fossæ, viam tectam, & scabellum, inventum sit in prop: 4 hujus libri ped: 99 abjectis fractionibus, addito pede uno acclivitatis loricæ exterioris, tota B D erit pedum 100, sitque R D altitudo loricæ exterioris pedum 6, à cujus termino R ducatur recta R L parallela ipsi B D intersecans rectam F B in puncto N, à quo ducatur recta N O perpendicularis ipsi O D, quæ erit parallela, & æqualis ipsi R D, & etiam parallela ipsi F P, & factum erit triangulum rectangulum N O B simile triangulo F P Q, quare, ut O B innotescat, fiat ut latus F P pedum 4 (cum sit altitudo exterior loricæ) ad latus P Q pedum 2, ita latus N O pedum 6 ad latus O B, quod invenietur pedum 3, quibus additis pedibus 100 rectæ D B, tota D O erit pedum 103, his peractis producatur recta m Q, quousque tangat rectam G R, à qua terminetur in puncto S, & factum erit triangulum rectangulum F P S simile triangulo G H F propter duas parallelas H F, m S, quare ut latus P S consurgat, fiat ut latus G H pedum 2 ad latus F P pedum 4, ita latus H F pedum 9 ad latus P S, quod invenietur pedum 18, à quibus ablatis pedibus 2 rectę Q P, remanebit recta Q S pedum 16, qua cognita, cum duo triangula F Q S, F N R sint æquiangula propter duas parallelas Q S, N R, eademque ratione etiam duo triangula F P Q, F L N, ut latus F L innotescat, fiat ut latus S Q pedum 16 ad latus F P pedum 4, ita latus

latus R N pedum 103 ad latus F L, quod invenietur pedum 25$\frac{1}{2}$; quibus additis pedibus 6 rectæ L M æqualis ipsi N O, tota F M consurget pedum 31 abjectis fractionibus, quibus ablatis pedibus 4 rectæ F P, remanebit altitudo valli P M pedum 27, quæ cum sit valde ampla diminui poterit, quo casu recta G F producta, intra loricam exteriorem terminabit.

Supponatur secundò latitudinem loricæ superiorem H F esse pedum 12, deinde ut latus P S innotescat, fiat ut latus G H pedum 2 ad latus F P pedum 4, ita latus H F pedum 12 ad latus P S, quod invenietur pedum 24, à quibus ablatis pedibus 2 rectæ P Q, remanebit recta Q S pedum 22, qua cognita ut latus L F consurgat, fiat ut latus S Q pedum 22 ad latus F P pedum 4, ita latus R N pedum 103 ad latus F L, quod invenietur pedum 18, quibus additis pedibus 6 rectæ L M, tota F M erit pedum 24, à quibus ablatis pedibus 4 rectæ F P, remanebit altitudo valli P M pedum 20, quæ erit satis ampla, at si latitudo superior loricæ statueretur pedum 21 altitudo valli esset nimis parva, ut per ratiocinium triangulorum cognosci potest. Sic procedendo in omni munimento inveniri poterit altitudo valli habita ratione ad latitudinem fossæ, & viæ tectæ, nec non ad latitudinem loricæ, quæ in eodem munimento varia esse poterit.

Data latitudine loricæ, differentiam inter altitudinem superioris, & inferioris plateæ invenire.

Prop. XV. Probl.

Supponatur latitudinem loricæ inferiorem esse pedum 23 absque acclivitate interiore, quibus ablatis à pedibus 60 latitudinis plateæ inferioris, remanebit spatium D H comprehendens ambulacrum dictæ plateæ, & acclivitatem plateæ superioris, ac livitatemque interiorem loricæ, quod erit pedum 37, cui æqualis ducatur recta Q P parallela & æqualis ipsi F G, & etiam parallela rectæ C B determinanti latitudinem superiorem loricæ, ita ut fiat triangulum B Q P simile triangulo A C B, deinde ut recta B Q innotescat, fiat ut latus B C pedum 21 ad latus C A pedum 2, ita latus P Q pedum 37 ad latus B Q, quod invenietur pedum 3$\frac{11}{21}$, sed ut melius Figura V.

jaculari possit ex superiori platea, & ictus nocere ullo modo possint inferius manentibus addendum est spatium P H duorum vel trium pedum, & sic tota differentia erit pedum 6.

Supponatur secundò latus C B esse pedum 9, latus vero C A pedum 2, & latus Q P pedum 37, ut supra, ut latus B Q innotescat, fiat ut latus C B pedum 9 ad latus A C pedum 2, ita latus P Q pedum 37 ad latus B Q, quod invenietur pedum 8, quibus si addantur pedes 2, tota differentia erit pedum 10, quæ cum sit nimis ampla diminuenda erit inclinatio loricæ ut fiat adæquatæ magnitudinis.

Data loricæ latitudine, nec non differentia inter altitudinem superioris, & inferioris plateæ, ejusque latitudine, inclinationem loricæ invenire.

Prop. XVI. Probl.

Figura V. Sit latitudo superior loricæ C B pedum 12, sitque latus Q P pedum 37, ut supra, & differentia inter altitudinem superioris, & inferioris plateæ statuatur pedum 6, à quibus ablatis pedibus 2 distantiæ H P, remanebit latus B Q pedum 4, quo cognito ut latus A C innotescat, fiat ut latus Q P pedum 37 ad latus B Q pedum 4, ita latus B C pedum 12 ad latus A C, quod invenietur ped: 1 11/37, tantaque erit inclinatio plani superioris loricæ. Hoc modo poterit quando opus erit inveniri inclinatio prædicta.

Data altitudine valli, latitudine fossæ, & viæ tectæ, nec non inclinatione loricæ, ejusdem latitudinem invenire.

Prop. XVII. Probl.

Figura IV. Contineat recta F M valli, & loricæ simul altitudinem exteriorem pedum 22, sitque ejus acclivitas M B pedum 11 linea autem B D continens latitudinem fossæ, ejus marginem, viam tectam, & acclivitatem interiorem loricæ exterioris, sit pedum 99, quibus additis pedibus 11 rectæ M B, tota M D erit pedum 111, cui æqua-

æqualis sit linea R L, à tota autem recta F M auferatur recta L M pedum 6, & remanebit recta F L pedum 16, sicque inclinatio loricæ G H pedum 2, quibus præmissis ut loricæ latitudo superior innotescat, fiat ut latus F L pedum 16 ad latus L R pedum 111, ita latus G H pedum 2 ad latus H F pedum 13 $\frac{14}{16}$, seu 14, tantaque erit latitudo superior loricæ, cui addita acclivitate exteriore pedi 2, & acclivitate interiore unius pedis, tota latitudo inferior consurget pedum 17.

Data altitudine valli, latitudine fossæ, & viæ tectæ nec non latitudine loricæ, ejus inclinationem invenire.

Prop. XVIII. Probl.

Contineat recta F M valli, & loricæ exteriorem altitudinem pedum 22, continebit recta F L pedes 16, ut supra, sicque recta L R æqualis ipsi M D pedum 111, latitudo vero loricæ H F sit pedum 21, quibus positis, ut inclinatio G H innotescat, fiat ut latus L R pedum 111 ad latus L F pedum 16, ita latus H F pedum 21 ad latus G H, quod invenietur pedum 3, tantaque erit inclinatio loricæ. Figura IV.

Data altitudine valli, inclinatione loricæ, ejusque latitudine, longitudinem cortinæ determinare.

Prop. XIX. Probl.

Ad hoc ut cortina bene defendatur opportet ut linea C B plani inclinati loricæ existentis in ala propugnaculi, producta usque ad basim cortinæ terminet saltem in medietate ejusdē cortinæ (ratio per se patet;) quo præmisso ut longitudo cortinæ determinari possit, supponatur primò latitudinem superiorem loricæ D B esse pedum 21, ejusque inclinationem C D esse pedum 2, altitudinem vero exteriorem valli, & loricæ simul B E esse pedum 22, ut autem dimidium cortinæ E A innotescat; fiat ut latus C D pedum 2 ad latus D B pedum 21, ita latus B E pedum 22 ad la- Figura VI.

lus E A, quod invenietur pedum 231, cujus duplum pedum 462 esse poterit quantitas cortinæ in hoc casu.

Supponatur secundo latitudinem superiorem loricæ D B esse pedum 9, ejusque inclinationem pedum 2, altitudinem vero exteriorem valli, & loricæ simul esse pedum 16, quibus positis ut dimidium cortinæ E A innotescat, fiat ut latus C D pedum 2 ad latus D B 9, ita latus B E pedum 16 ad latus E A, quod invenietur pedum 72, cujus duplum pedum 144 esse poterit minimæ cortinæ quantitas in hoc casu.

Figura VII. At cortina, quę habuerit prædictam longitudinem, modo dicto inventam ad basim usque defendi poterit, quod si quis talem habere vellet, ut ad planum infimum profunditatis fossæ usque defendi posset, si occasio daretur, altitudini B E ped: 16 addat profunditatem fossæ E H pedum 10, ita ut tota B H sit pedum 26, deinde dicat, ut latus C D pedum 2 ad latus D B pedum 9, ita latus B H pedum 26 ad latus H A, quod invenietur pedum 117, cujus duplum pedum 234 esse poterit quantitas minimæ cortinæ; sed ut bene defendi possit à tormentis, quæ non multum inclinantur nunquam minor fieri solet pedum 300.

Aream plani verticalis valli invenire.

Prop. XX. Probl.

Figura III. Sit planum verticale A B d g e, quod dividatur in plures partes figuras trilateras, vel quadrilateras referrentes, in quibus nota erunt latera circa rectos angulos existentia excepto latere c λ trianguli d c λ, quod ut reperiatur, fiat ut latus d f pedum 6 ad latus f π pedis unius, ita latus d λ pedum 4.5.0.0 ad latus c λ, quod invenenietur ped: 0.7.5.0, ratio est quia duo triangula d f π, d c λ sunt æquiangula, cum duæ rectæ π f, c λ sint parallelæ, latus autem d f notum erit, cum sit altitudo interior loricæ, & latus π f, cum sit latitudo acclivitatis interioris, latusque d λ consurget subducendo à latere d f pedum 6 altitudinem scabelli λ f ped: $1\frac{1}{2}$; latus vero ζ b seu ω θ erit pedum $13\frac{1}{2}$, cum contineat altitudinem valli, & scabelli simul, latus ζ ω, seu θ b erit pedum 13, cum contineat latitudinem superiorem loricæ, ejus acclivitatem interiorem,

&

& scabelli latitudinem simul, latus ω g erit pedum 16, cum contineat latitudinem valli, & altitudinem exteriorem loricæ, latus E ω erit pedum 8, cum contineat latitudinem acclivitatis exterioris valli, & loricæ simul, latus d e erit pedum 2, cum contineat differentiam inter altitudinem interiorem, & exteriorem fossæ, latus e λ, seu g θ innotescet, subducendo à tota d λ pedum 4.5. latus d e pedum 2, eritque pedum 2.5.0.0, latus g e erit pedum 9, supposita latitudine inferiore loricæ pedum 12, cum contineat latitudinem superiorem loricæ, suppositoque ambulacro pedum 21, totidem pedes continebit latus a B, seu ζ C, & supposita minima altitudine valli latus B C, seu ζ a erit pedum 12, cui æqualis erit latus C A, cum contineat acclivitatem interiorem valli, & sic nota erunt latera prædictarum figurarum, quibus mediantibus earum areæ invenientur. Productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 16 rectæ g ω per pedes 8 rectæ ω E erit area rectanguli sub g ω, ω E contenti, cujus dimidium per prop: 41 lib. pri. Eucl: erit area trianguli E ω g pedum quadratorum 64, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13.5.0.0 rectæ ζ b per pedes 13 rectæ ω ζ erit area rectanguli ω θ b ζ pedum quadratorũ 175.50. —, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9 rectæ e g per pedes 2.5. — erit area rectanguli g θ λ e pedum quadratorum 22.50.—, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4.5.-- per ped.— 7.5.-- erit area rectãguli sub d λ, λ c contenti, cujus dimidium ped: quadrat: 1.68.75.— erit area trianguli λ d c, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ a B per pedes 12 rectæ B C erit area rectanguli a B C ζ pedum quadratorum 252, productus, qui orietur ex multiplicatione pedũ 9 rectæ e g per pedes 2 rectæ d e erit area rectanguli sub g e, e d contenti, cujus dimidium pedum quadratorum 9 erit area trianguli d e g per citatam propositionem Eucl: productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 12 rectæ B C per pedes 12 rectæ C A erit area quadrati sub C A, seu B C contenti, cujus dimidium pedum quadratorum 72 erit area trianguli A B C. Prædictæ omnes areæ si in unam summam colligantur, eorum aggregatum pedum quadratorum 596.68.75 erit per prop: 1 lib. 2 Eucl: area totius plani verticalis valli.

Aream

Aream plani verticalis loricæ inferioris invenire.

Prop. XXI. Probl.

Figura III. Lineæ omnes existentes in lorica inferiori, cum sint æquales lineis existentibus in lorica superiori, notæ erunt, ideoque etiam areæ figurarum in eodem plano verticali loricæ inferioris existentium innotescent; productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ r F per ped: 1. 5. -- erit area rectanguli F l y r pedum quadratorum 19.50. -- areæ vero cæterarum figurarum sunt eædem quæ in lorica superiori, per prop: 1 lib. 6 Eucl. ideoque area trianguli p o z erit ped: quadrat. 1.68.75. --, area rectanguli m z q y erit pedum quadratorum 22. 50. --; area trianguli p m q erit pedum quadratorum 9, area trianguli q r G erit pedum quadratorum 4. 0 ideoque area totius plani verticalis loricæ erit pedum quadrat. 56.68.75. --

Aream plani verticalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXII. Probl.

Figura III. Cum planum verticale loricæ exterioris exterius differat à plano verticale loricæ superioris, seu inferioris, nota erit tantum area trianguli X r ♆ ped: quadrat: 1.68.75, cum sit æqualis triangulo d c λ loricarum inreriorũ, ideoq; inveniendæ erunt areæ cæterarum figurarum, nempe trianguli X u L, & rectanguli s ♆ M u. In triangulo itaque X u L notum est latus u L pedum 69, cum sit mensura latitudinis basis prædictæ loricæ, nec non latus X u pedum 6, cum sit æqualis altitudini interiori loricarum interiorum, quare ductis pedibus 6 in pedes 69 productum pedum 414 erit area rectanguli sub R u, u L contenti, cujus dimidium pedum 207 erit area trianguli X u L; in rectangulo vero M s ♆ u notum est latus M u pedum 4, & latus M s ped. 1.5. -- quare ut ejus area consurgat ducantur ped. 1.5. -- in pedes 4, & productus pedum quadratorum 6 erit area quæsita, ex quibus patet, quod area totius plani

plani verticalis loricæ exterioris sit pedum quadratorum 214. 68.75.—

Conclusio.

COgnita itaque latitudine spatij inter vallum, & loricam exteriorem inclusi, statutaque altitudine, & latitudine loricæ, vel altitudine valli, cæterarum partium quantitates notæ fient, siquidem mediante altitudine valli, & data sive altitudine, sive latitudine loricæ, unius ex duabus his partibus, cujus ignota fuerit quantitas, innotescet, sic mediante altitudine, & latitudine loricæ altitudo valli consurget, semper habita ratione ad latitudinem spatij inter vallum, & loricam exteriorem inclusi; ipsiusque loricæ altitudinem ad hoc ut ejus planum inclinatum ex vallo faciei ictibus radi possit. Quibus habitis, & longitudo cortinæ, & differentia inter superiorem, inferioremque plateam, nec non omnium linearum ad orthographiam spectantium quantitas, & insuper planorum verticalium areæ, si ea, quæ in axiomatibus dicta sunt serventur, inveniri poterunt.

Annotatio.

EX orthographia ichnographica descriptio oritur, nam si à punctis, in quibus lineæ orthographicæ coeunt ducantur rectæ perpendiculares lineæ plani, latitudines omnium partium valli, & loricarum in eadem linea plani apparebunt, & si à punctis prædictas perpendiculares terminantibus, ducantur lineæ parallelæ rectis delineationem describentibus vestigia totius munimenti prodibunt, & sic planta constructa erit, cujus quantitates indagandæ erunt, ut planorum areæ inveniri possint, ex quibus, & lineis orthographicis, soliditas valli, & loricarum consurget, pro quibus demonstrandis munimentum quadratum simplex considerabimus.

***

Si per puncta, in quibus coeunt lineæ existentes in facie, & ala propugnaculi, recta quædam linea ducta fuerit, ipsa bifariam secabit angulum alæ & faciei, dum ubique sit eadem latitudo valli.

Prop. XXIII. Theor.

Figura VIII. SUpponatur quod tam facies, quam ala propugnaculi habeat vallum ejusdem latitudinis, ducaturque recta M H, que transeat per omnia puncta, in quibus coeunt lineę parallelæ faciei M Q, & lineæ parallelæ alæ M C, eadem linea M H bifariam secabit angulum Q M C. A puncto H ducatur recta H L perpendicularis ipsi Q M, & recta H N perpendicularis ipsi M C, & constructa erunt duo triangula M H L, N H M, quę habebunt duo latera ęqualia utrumque utrique, latus enim M H est commune, latusque H L est æquale lateri H N, cum ex hypothesi ubique eadem sit latitudo valli, erit insuper angulus M L H æqualis angulo M N H, cum ambo ex constructione sint recti, ex quo sequitur quod etiam summa angulorum L H M, L M H sit æqualis summę angulorum N H M, N M H, quare duo prædicta triangula erunt similia per prop. 7. lib. 6. Eucl. & anguli correspondentes erunt inter se æquales, nempe angulus M H L erit æqualis angulo M H N, & angulus H M L angulo H M N, ideoque angulus H M N, seu H M L erit duplum anguli Q M C, linea igitur M H bifariam secabit angulum Q M C. Supposito itaque angulo Q M C gr. 105, ut est in quadrato, angulus N M H, seu L M H erit grad. 52, 30.

Quantitates linearum in descriptione ichnographica existentium invenire, dato propugnaculo vacuo, cognitis prius omnibus partibus valli.

Prop. XXIV. Probl.

Figura IX. DEscribantur ichnographice omnes munimenti partes vacuo in medio relicto propugnaculo, deinde à puncto W ducatur recta W Σ perpendicularis ipsi N a, & à puncto Y recta Y Z parallela ipsi W Σ, & recta Y G perpendicularis ipsi a E, à puncto tandem

dem E ducatur recta E ϑ perpendicularis ipsi Y λ, & recta E ζ perpendicularis ipsi $\zeta\lambda$, & sic planum valli existentis in facie, & ala propugnaculi continebit quinque figuras, nempe triangulum N Σ W, rectangulum Σ Z Y W trapezium Z a G Y, rectangulum Y C E ϑ, & quadratum ϑ E $\zeta\lambda$, in quibus linearum existentium quantitates, ut inveniantur describendæ sunt tres figuræ in ampliori forma, nempe triangulum, trapezium, & quadratum, ut in figuris 10, 11, & 12 apparet, ad hoc ut omnes lineæ in eis existentes conspici possint, deinde prædictarum linearum quantitates indagandæ erunt, determinata prius cujuscumque valli partis quantitate, quibus cognitis notæ erunt etiam lineæ existentes in duobus rectangulis Y Σ, Y E, si enim auferantur duæ rectæ N Σ, Z a nota erit linea Z Σ, & per consequens omnes lineæ inter rectas Σ W, Z Y notæ erunt per prop: 33 lib. pri: Eucl: cum ipsi Σ Z sint parallelæ, eo quod connectuntur à duabus rectis inter se parallelis, & æqualibus, nempe Σ W, Z Y, eademque ratione omnes lineæ existentes inter rectas Y G, E ϑ æquales erunt rectæ G E, quæ invenietur subducendo à tota a ζ rectam a G, & rectam E ζ.

Lineas existentes in figura 10. invenire.

Prop. XXV. Probl.

SIt quadratum ℞ B A B simile quadrato ϑ E $\zeta\lambda$, super cujus latere ℞ B describatur planum verticale valli (vulgo profillo,) deinde ducatur diameter ℞ A dividens totum quadratum in duo triangula æquicrura; à punctis vero existentibus in plano verticali C, D, E, K, I, F ducantur ad latus ℞ B perpendiculares C i, D c, E f, K V, I S, F X, quæ producantur ad oppositum latus usque, & per puncta intersectionum prædictarum linearum, & diametri, ducantur aliæ rectæ lineæ priores orthogonaliter intersecantes in dictis punctis, quæ sint parallelæ, & æquales lateri descripti quadrati. His peractis supponatur polygonum esse quadratum, & munimentum simplex, statuaturque latitudo valli inferior ℞ B pedum 54, altitudo C i pedum 12, latitudo loricæ inferior pedum 12. His positis erit recta ℞ i pedum 6, cum sit acclivitatis valli basis, i c pe-

dum 2, cum sit acclivitatis exterioris loricæ basis C M, æqualis, totaque ℞ c erit pedum 8, c f erit pedum 9, cum sit æqualis latitudini superiori valli D t, cui æquales erunt omnes lineæ ipsi parallelæ, & inter easdem parallelas inclusæ, quod est intelligendum etiam de alijs, ideoque recta i f erit pedum 11, ℞ f pedum 17, f V ped.-- 7.5.-- cum sit æqualis rectæ s K, & sic c V erit pedum 9.7.5.0, i V pedum 11.7.5.0 ℞ V pedum 17.7.5.0, V S pedum 3.2.5.0, cum sit æqualis rectæ K b, quamobrem recta f S erit pedum 4, c S pedum 13, i S pedum 15, ℞ S pedum 21; S X erit pedum 21, cum sit æqualis latitudini ambulacri, quod consurget subducendo quantitates aliarum valli partium à latitudine inferiori valli, vel latitudine superiori, quæ nunquam esse debet minor pedum 30, per axioma 4 hujus libri, & sic V X erit pedum 24. 2. 5. o f X pedum 25, c X pedum 34, i X pedum 36 ℞ X pedum 42; X B erit pedum 12, cum sit basis acclivitatis valli interioris, quæ esse debet æqualis altitudini, per axioma 2 hujus libri, ideoque recta S B erit pedum 33, V B pedum 36.2.5.0, f B pedum 37, c B pedum 46, i B ped: 48, ℞ B pedum 54. Cum vero triangulum ℞ B A sit isosceles duo anguli obliqui erunt inter se æquales, & per consequens omnes lineæ parallelæ lateri ℞ B erunt æquales lineis parallelis lateri B A sibi correspondentibus, quare linea i l continebit pedes 6, c d pedes 8, f g pedes 17 V T pedes 17.7.5.0, S R pedes 21, X Æ pedes 42, B A pedes 54, sic m d erit pedum 2, h g pedum 9, p T ped:-- 7.5.0, R q pedum 3.2.5.0, n R pedum 4, W Æ pedum 21, G A pedum 12 B A pedum 54, o R pedum 13, &c. quod autem dictum est de uno triangulo, etiam de alio intelligi debet, & ita omnes lineæ in prædicto quadrato existentes cognosci poterunt.

Lineas existentes in figura 11. invenire.

Prop. XXVI. Probl.

SIt trapezium B ℞ B A simile trapezio Y G a Z, super cujus latere B A describatur planum verticale valli, ut in figura 10 factum est, ducaturque diameter ℞ A, dividens totum trapezium in duobus triangulis rectangulis scalenis, deinde describantur in unoquoque triangulo lineæ ichnographicæ terminantes omnia plana, parallelæ lateri ℞ B, transeuntes puncta plani verticalis, & à punctis, in quibus diametrum intersecant, ducantur perpendiculares

lares

lares lateri ℞B; his peractis notæ erunt omnes divisiones super latere B A existentes, eadem ratione qua in antecedēti propositione, recta itaque BH erit pedum 6, H P pedum 2, B P pedum 8, P N pedum 9, H N pedum 11, B N pedum 17, N O ped: 0.7.5.0, P O pedum 9.7.5.0 H O pedum 11.7.5.0, B O pedum 17.7.5.0, O Q pedum 3.2.5.0, N Q pedum 4, P Q pedum 13, H Q pedum 15, B Q pedum 21, Q G pedum 21 O G pedum 24.2.5.0 N G pedum 25, P G pedum 34, H G pedum 36, B G pedum 42, G A pedum 12, Q A pedum 33, O A pedum 36.2.5.0, N A pedum 37, P A pedum 46, H A pedum 48, B A pedum 54. Prædictis divisionibus æquales erunt lineæ perpendiculares lateri ℞B, nempe ipsi B H recta l i, ipsi H P recta m d, ipsi B P recta c d, ipsi P N recta h g, o n, &c. ipsi B N recta S n, ipsi N O recta n q, ipsi P O recta o q, ipsi B O recta S q ipsi O Q recta q R, ipsi N Q recta n R, ipsi P Q recta o R, ipsi B Q recta S R, & X W, ratio est quia prædictæ lineæ sunt inter se parallelæ; & eisdem parallelis inclusæ; ut vero notæ fiant lineæ inter lineas perpendiculares lateri ℞B existentes, considerandum est primò triangulum rectangulum l ℞ i, in quo angulus rectus est ℞ i l, angulus i ℞ l erit grad: 52.30 supposito polygono quadrato, ut in propositione 22 hujus libri apparet, & per consequens angulus i l ℞ erit grad. 37. 30, quare ut latus ℞ i innotescat, fiat ut sinus totus ad latus i l pedum 6, ita 76732 tangens anguli i l ℞ gr: 37. 30 ad latus ℞ i, quod invenietur pedum 4.6.0.4, cum autem cæteræ lineæ efficiant triangula similia triangulo ℞ i l, ut latera respondentia lateri ℞ i innotescant, fiat ut latus i l pedum 6 ad latus ℞ i pedū 4.6.0.4, ita latera m d pedum 2, h g pedum 9, p T ped: 0.7.5.0, q R pedum 3.2.5.0, W Æ pedum 21, A G pedum 12 ad latera quæsita, & invenietur latus l m pedum 1.5.3.4$\frac{2}{7}$, cui æqualis erit recta i c, qua addita ipsi ℞ i, consurget recta ℞ c pedum 6.1.3.8.$\frac{2}{7}$, latus d h pedum 6.9.0.6. cui æqualis erit recta c f, qua addita ipsi ℞ c, consurget recta ℞ f pedum 13.0.4.4.$\frac{2}{7}$, latus g p ped: 0.5.7.5$\frac{1}{2}$, cui æqualis erit recta f V, qua addita ipsi ℞ f, consurget recta ℞ V pedum 13.6.2.0.$\frac{1}{7}$, latus T q pedum 2.4.9.3, cui æqualis erit p n, qua addita ipsi g p consurget recta g n pedum 3.0.6.9, cui æqualis erit recta h o, qua addita ipsi d h, consurget recta d o ped. 9.9.7.5. rectæ autē T Q ęqualis erit recta V S, qua addita ipsi ℞ V, consurget recta ℞ S pedum 16.11.3$\frac{1}{7}$, latus R W pedum 16.1.2.4, cui æqualis erit recta S X, qua addita rectæ ℞ S, consurget recta ℞ X pedum 32.2.3.7.$\frac{1}{7}$, latus Æ G pedum

9.2.0 8, cui æqualis erit recta W Q, cui addita recta R W consurget recta R Q pedum 25 3.3.2, nec non ipsi Æ G erit æqualis recta X B, qua addita ipsi R' X, consurget recta R' B pedum 41.4.4.5.¼, & sic præcipuæ lineæ notæ erunt, æquantur enim reliquæ prædictis jam inventis.

Lineas in figura 12 existentes invenire.

Prop. XXVII. Probl.

Sit triangulum A B R' simile triangulo W Σ N, super cujus latere B A describatur planum verticale, ut in duabus antecedentibus figuris, ducanturque lineæ ichnographicæ perpendiculares lateri B A, & parallelæ lateri B R' terminantes in latere A R', & à punctis, in quibus dictæ lineæ ab hypothenusa trianguli terminantur ducantur perpendiculares lateri B R'. His peractis omnes divisiones existentes super latere A B prædicti trianguli æquales erunt divisionibus existentibus super latere A B trapezij, cum planum verticale in triangulo descripto æquale sit planis verticalibus in trapezio, & quadrato descriptis, ex quo sequitur, quod etiam omnes lineæ perpendiculares lateri B R' trianguli æquales sint omnibus lineis perpendicularibus lateri B R' trapezij figuræ 11 singulæ singulis sibi invicem correspondentes; quare ut lineæ inter prædictas parallelas inclusæ notæ fiant considerandũ est primo triangulum rectangulum R' i l, in quo cum notus sit angulus rectus R' i l ex constructione, angulus i R' l gr: 30 æqualis dimidio anguli propugnaculi, & per consequens angulus i l R' grad: 60, notumque sit latus i l pedum 6, cum sit æquale rectæ B H, ut latus R' i innotescat, fiat ut sinus totus ad latus i l pedum 6, ita 173205 tangens anguli R' l i gr: 60 ad latus R' i, quod invenietur pedum 10.3.9.2; cum autem prædictæ lineæ efficiant triangula similia triangulo R' i l, ut latera respondentia lateri R' i consurgant, fiat ut latus i l pedum 6 ad latus R' i ped: 10.3.9.2, ita latus c d pedum 8, f g pedum 17, p T ped: 0.7.3.0, V T ped: 17.7.5 0, S R ped: 21 X Æ ped: 42, B A ped: 54, q R ped: 3:2.5.0, ad latera quæsita, & invenietur latus c R' ped: 13.8.5.6, f R' ped: 29.4.4.4, p g ped. 1.2.9.9 V R' ped: 30.7.4.3, S R' ped. 36.3.7.2, X R' ped. 72.7.4.4, B R' ped. 9 3.5.2 8, q T p. 5.6.2.9, ex quibus per subtractionem, & additionem cæteræ oriuntur, nempe d P ped. 79.6.7.2, d h ped. 15.5.8.8, d o ped. 22.5.1.6, d △ ped. 59.8.8.8, g N ped. 64.0.8.4, T O ped. 62.7.8.5, R Q 57.1.5.6, g n ped. 6.9.2.8, Æ G ped. 20.7.8.4, R W 36.3.7.2, l m ped. 3.4.6.4. &c.

Cæte-

Cæteras lineas existentes in plano horizontali valli faciei, alæ propugnaculi, & cortinæ invenire.

Prop. XXVIII. Probl.

OMnes quantitates tribus antecedentibus figuris, nempe 10, 11, 12, inventis applicandæ sunt figuris ipsis similibus in figura 9 descriptis, nempe qnadrato Eθλζ, trapezio Y G a Z, triangulo W Σ N, quare ex hac hypothesi latus Σ N continebit pedes 93.5.2.8, latus a Z, & a G continebit pedes 41.4.4.5.⅛, & latus θλ, seu λζ continebit pedes 54; cum autem tota N a composita sit ex tribus rectis NΣ, ΣZ, Z a si auferantur duæ extremæ NΣ, Z a, remanebit recta ZΣ; supposita itaque facie a N pedum 240 in unam summam colligantur quantitates duarum rectarum NΣ, E a eritque earum aggregatum pedum 134.9.7.3.⅛, quibus ablatis à pedibus 240 rectæ N a, remanebit recta ZΣ pedum 105.0.2.6⅞, totidemque pedes continebit recta Y W, cum sit ipsi æqualis, eo quod ex constructione sunt inter se parallelæ, & in eisdem parallelis inclusæ, tantaque erit longitudo interior valli existentis in facie; & supposita recta a E pedum 64.3.0.5, ut recta G E innotescat, à tota a E subducatur recta a G pedum 41.4.4.5.⅛, & remanebit recta G E pedum 22.8.5.9⅞, cui æqualis erit recta Yθ, cum sit eidem parallela, ambæque sint inter easdem parallelas G Y, Eθ inclusæ, addita autem ipsi G E recta θλ pedum 54 consurget tota Yλ pedum 76.8.5.9⅞, tantaque erit longitudo interior valli in ala propugnaculi, recta tandem 3ζ æqualis erit rectæ 2 E, cum sit ipsi parallela, ambæque conjungantur à duabus parallelis 2.3, Eζ, supposita itaque recta 2 E pedum 240, totidem pedes continebit recta 3ζ, quibus additis pedibus 54 rectæ ζλ, tota 3λ erit pedum 294, tantaque erit longitudo interior valli existentis in medietate cortinæ, cujus duplum pedum 588 erit longitudo interior valli existentis in cortina, si recta N* quadratum Eθλζ non intersecaverit, at si linea colli erit pedum 105.3.7.6, ut evenit quando in munimento quadrato

Figura IX.

drato

drato linea defensionis stringentis cadit in medio cortinæ, hoc casu ex latere ζλ abscindet rectam ✱λ pedum 3.6.2.4, ut per ratiocinium triangulorum cognosci poterit, quibus ablatis à pedibus 54 lateris ζλ, remanebit recta ζ✱, seu θ, 4, pedum 51.3.7.6, & recta 3,✱, pedum 584.3.7.6.

Lineas existentes in plano horizontali antemuralis invenire.

Prop. XXIX. Probl.

Figura IX.

SIt MK longitudo interior loricæ inferioris ante faciem propugnaculi existentis, sitque HK ejusdem longitudo ante alam propugnaculi, quibus præcognitis à puncto a ducatur recta a e perpendicularis ipsi MK, & a b perpendicularis ipsi KH, à puncto N ducatur recta N o perpendicularis ipsi MK, & à puncto H ducatur recta H π perpendicularis ipsi 2 E, & H ω perpendicularis rectæ a E; his peractis, ut recta MK nota fiat, consideranda sunt primò duo triangula MNo, Kae, in triangulo itaque rectangulo MNo, cum noti sint omnes anguli ut consideranti patebit, notumque sit latus No, cum sit mensura latitudinis viæ tectæ post vallum, ut latus Mo innotescat, fiat ut sinus totus ad latus No pedum 12 (supposito polygono quadrato,) ita 173205 tangens anguli MNo grad: 60 ad latus Mo, quod invenietur pedum 20.7.8.4, & ut consurgat latus Ke trianguli rectanguli Kae, in quo noti sunt omnes anguli, notumque est latus a e, (ut patet ex ipsa constructione) fiat ut sinus totus ad latus a e pedum 12, ita 76732 tangens anguli Kae grad: 37.30 ad latus Ke, cui æqualis est latus Kb, quod invenietur pedum 9.2.0.7, quibus additis pedibus 20.7.8.4 rectæ Mo, summa pedum 29.9.9.1 erit excessus, quo linea MK superat lineam Na, cum recta oe sit æqualis rectæ Na, eo quod à duabus rectis a e, No connectuntur, additis igitur pedibus 29.9.9.1 prædicti excessus pedibus 240 rectæ Na, seu oe, tota MK consurget pedum 269.9.9.1, ut vero KH nota fiat, primò auferenda est à tota a E recta ω E, ut recta a ω consurgat, cum autem latus Eω sit æquale lateri Hω, ut ex dictis patet, recta ω E continebit pedes 12, quibus ablatis à pedibus 64.3.0.5, recta ω a prodibit pedum 52.2.0.5, cui

æqua-

æqualis erit recta H b, cum sit eidem parallela, & connectantur ambo à duabus parallelis ω H, a b, additis itaque pedibus 9.2.0.7 rectæ K b pedibus 52.3.0.5 rectæ H b, tota H K consurget pedum 61.5.1.2, at cum recta E π sit æqualis rectæ π H, continebit pedes 12, cujus duplum pedum 24 si auferatur à tota cortina pedum 480, prodibit longitudo loricæ inferioris ante cortinam pedum 456, & sic nota erit tota longitudo interior loricæ inferioris. Ut vero nota fiat longitudo exterior à puncto K ducantur recta K w, & recta K z perpendiculares rectis n x, x h, & factum erit trapezium K z x w, quod erit æquale trapezio loricæ superioris ipsi correspondenti, cum lorica inferior sit æqualis loricæ superiori, quo ad altitudinem, & latitudinem, eademque ratione si à puncto h ducantur duæ rectæ h Æ h X perpendiculares ipsis Æ u, & H K, utraque utrique, fiet quadratum h Æ, H X æquale quadrato loricæ superioris, & à puncto M ducta recta M ę perpendicularis ipsi n x fiet triangulum M ę n æquale triangulo loricæ superioris, quare per ea, quæ dicta sunt in præcedentibus propositionibus latus n ę continebit pedes 25.9.8.0 latus x z, & x w ped: 11.5.0.9, latusque h Æ, & h X pedes 15; his pręcognitis in unam summam colligantur quantitates extremarum n ę, & x w, & erit eorum aggregatum pedum 37.4 8.9, quibus additis pedibus 269.9.9.1 rectæ w ę æqualis ipsi M K, tota n x consurget pedum 307.4.8.0, ut vero recta x h nota fiat, à tota K H pedum 61.5.1.2 subducatur recta H X pedum 15, & remanebit recta K X pedum 46.5.1.2, cui æqualis erit recta h z, cui addita recta z x pedum 11.5.0.9, consurget recta h x pedum 58.0.2.1, rectæ tandem Æ H duplum pedum 30 auferatur à pedibus 456 longitudinis loricæ interioris ante cortinam, & prodibit eusdem longitudo exterior pedum 426, & sic nota erit ubique longitudo exterior loricæ inferioris.

Quantitatem linearum terminantium marginem, & acclivitatem interiorem fossæ invenire.

Prop. XXX. Probl.

PRo linearum terminantium marginē, & acclivitatem interiorem fossę quantitate invenienda indaganda sunt primo latera Figura IX.

LI,l ♆,DC,CB, g y,y d,O E,EF cognitis lateribus N I,N ♆,a g,aD, a d, a B, O A, F A, O p, F r, quorum, cum N ♆ contineat latitudinem viæ tectæ,latitudinem loricæ inferioris,& latitudineẽ marginis fossæ,quæ omnia per ea,quæ dicta sunt in antecedentibus propositionibus, & in axiomatibus hujus libri nota sunt, si in unam summam colligantur, latus N ♆ consurget pedum 33, cui æqualis erit latus a g, a d, O p, F r, latusque N I consurget addendo rectæ N ♆ basim acclivitatis fossæ ♆ I, quæ si statuatur pedum 10,tota N I erit pedum 43,cui æquales erunt rectæ a D, a B,O A,F A, ut igitus I L innotescat, fiat ut sinus totus ad latus I N pedum 43, ita 173205 tangens anguli L N I grad. 60 ad latus I L, quod invenietur pedum 74.4.7.8, & ut latus C D,seu B C consurget, fiat ut sinus totus ad latus a D seu a B ped.43,ita 76732 tangens anguli C a D, seu C a B grad:37.30 ad latus C D,seu C B, quod invenietur pedum 32.9.9.4, quibus additis pedibus 74.4.7.8 rectæ I L summa erit ped:107.4.7.2, quibus additis pedibus 240 rectæ I D æqualis rectę,N a,tota L C consurget pedem 347.4.7.2, ut vero recta C A nota fiat,à tota a E pedum 64.3.0.5 subducatur recta O E æqualis ipsi O A pedum 43,& prodibit recta O a pedum 21.3.0.5, totidemque pedes continebit ipsi æqualis recta A B, quibus additis pedibus 32.9.9.4 rectæ B C,tota A C consurget pedum 54.2 9.9 auferatur tandem duplum rectæ E F pedum 86 à pedibus 480 cortinæ, & consurget longitudo lineæ terminantis acclivitatem interiorem fossæ ante cortinam pedum 394,& sic notæ erunt quantitates linearum terminantium acclivitatem interiorem fossæ. Pari modo quantitates linearum marginem fossæ terminantium indagandæ erunt,ut igitur latus ♆ l innotescat, fiat ut sinus totus ad latus N ♆ pedum 33, ita 173205 tangens anguli l N ♆ grad:60 ad latus ♆ l, quod invenietur pedum 57.1.5.7, & ut latus g y, seu y d consurgat,fiat ut sinus totus ad latus a g, seu a d pedum 33 ita 76732 tangens anguli y a g,seu y a d grad:37.30 ad latus y d, seu y g,quod invenietur pedum 25.3.2.1, quibus additis pedibus 57.1.5.7 rectæ ♆ l summa erit pedum 82.4.7.8,quibus additis pedibus 240 rectæ g ♆ æqualis rectæ N a, tota l y prodibit pedum 322.4.7.8; Cum au-

tem

tem latitudo basis acclivitatis A p, seu A r posita sit pedum 10, totidem pedes continebit ipsi æqualis recta i p, quibus additis pedibus 25.3.2.1 rectæ d v summa erit ped. 35.3.2.1, quibus iterum additis pedibus 21.3 0.5 rectæ p d æqualis ipsi A B, seu G a, tota i y prodibit pedum 56.6.2.6, ad ito tandem duplo rectę r i pedum 20 pedibus 394 lineæ terminantis acclivitatem fossæ interiorem ante cortinam, prodibit linea terminans marginem fossæ ante cortinam pedum 414, & sic notæ erunt omnium linearum intra fossam existentium quantitates.

Quantitatem linearum terminantium acclivitatem exteriorem fossæ invenire.

Prop. XXXI. Probl.

Sit N, 2, linea defensionis stringentis, cadens in medietatem cortinæ pedum 488.4.6.4 (supposito munimento quadrato) à cujus termino, 2 erigatur recta 2, 5, perpendicularis cortinæ, connectens lineam defensionis stringentis, & lineam 9. 6. acclivitatem exteriorem fossæ terminantem parallelam ipsi N 2, à puncto vero N erigatur recta N, 8, perpendicularis rectis N, 2 - 9, 6, quæ producatur usque ad punctum 22; cui parallela, & æqualis à puncto 5, ducatur recta 5, 7, — His peractis considerandum est triangulum rectangulum 5, 7, 2, & ipsi simile triangulum 5, 6, 10, in quibus ex constructione, anguli recti 5, 7, 2, -- 5. 10. 6. noti sunt, nec non anguli 5, 2, 7, -- 5. 6. 10 unusquisque grad: 75, cum enim duæ rectæ a E -- 5, 2, sint parallelæ angulus E a, 2, erit æqualis angulo a, 2, 5, cui erit æqualis angulus 5, 6, 10, cum duæ rectæ 6, 9, -- 2, N, sint parallelæ, quare in prædictis triangulis noti erunt duo anguli, & per consequens etiam tertius, latus quoque 5, 7, notum erit pedum 190, continet enim loricæ exterioris latitudinem, viæ tectæ, fossæ, marginis, & antemuralis, nec non latus 5, 10, pedum 95, cum latitudinem loricæ exterioris, viæ tectæ, & acclivitatis exterioris fossæ contineat, quare ut latus 2, 7, innotescat, fiat ut sinus totus ad latus 5, 7, pedum 190, ita 26794 tangens anguli 2, 5, 7, grad: 15 ad latus 2, 7; quod invenietur pedum 50.9.0.8. quibus ablatis à pedibus 488.4.6.4 rectę N. 2. remanebit recta N. 7. ped: 437.5.5.6; cui æqualis erit recta 8, 10; ut vero latus 6, 10, reperiatur, fiat ut Figura IX.

 sinus

ſinus totus ad latus 5,10,pedum 95,ita 26794 tangens anguli 10, 5,6,grad:15 ad latus 6,10,quod invenietur pedum 25.4.5.4; deinde conſideretur triangulum rectangulum N,8, 9, in quo noti ſunt omnes anguli,ut conſideranti patebit,notumque erit latus N, 8, pedum 95,cum contineat latitudinem antemuralis, marginis acclivitatis interioris,nec non latitudinem inferiorem foſſæ,quare ut latus 8,9,conſurgat,fiat ut ſinus totus ad latus N, 8, pedum 95, ita 173205 tangens anguli 9,N,8,grad:60 ad latus 8,9, quod invenietur pedum 164.5.4.4,quibus additis pedibus 25.4.5.4 rectæ 6,10, ſumma erit pedum 189.9.9.8, quibus iterum additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 8,10,tota 9,6,conſurget pedum 627.5.5.4,tantaque erit longitudo medietatis forcipis, exterius latitudinem foſſæ terminantis.

Quantitatem linearum terminantium viam rectam post foſſam,nec non loricam exteriorem invenire.

Prop. XXXII. Probl.

Figura IX. SIt 15, 12, linea forcipis terminantis viam rectam poſt foſſam, cujus longitudo ut inveniatur,indagandum eſt latus 11,12, trianguli 5,11,12,& latus 15,13 trianguli N,13,15,ut igitur latus 11, 12, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus 5, 11, pedum 85 continens latitudinem loricæ exterioris, & viæ rectæ ſimul, ita 26794 tangens anguli 11.5.12 ad latus 12,11, quod invenietur pedum 22.7.7.4, & ut reperiatur latus 15,13, trianguli N, 13,15, in quo noti ſunt anguli,notumque eſt latus N,13,pedum 105, cum contineat latitudinem antemuralis,marginis,viæ rectæ,poſt vallum, & foſſæ, fiat ut ſinus totus ad latus N,13,pedum 105,ita 173205 tangens anguli 15, N,13,grad:60 ad latus 15,13,quod invenietur pedum 181.8.6.5,quibus additis pedibus 22.7.7.4 lateris 11,12,ſumma erit pedum 204.6.3.0,quibus iterum additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 11,13, æqualis rectæ N,7,tota 15,12, conſurget pedum 642.1.9.5. Pari modo invenietur recta 17,19,& recta 16,5, inventis prius lateribus 19,18, 17,20, 16,22,ut igitur latus 19,18, innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus 5,18, pedum 73 continens latitudinem totam prædictæ loricæ,ita 26794 tangens anguli 19,5,18,gr:15 ad latus 19,18, quod invenietur pedum 19.5.5.9,& ut latus 17,20, conſurgat lateri

N,13,

N,13,pedum 105 addatur latitudo viæ tectæ 13,20,pedum 12,& fiet latus N,20,pedum 117,quo cognito, ut latus 17,20, innotescat, fiat ut sinus totus ad latus N,20,pedum 117,ita 173205 tangens anguli 17,N,20,grad:60 ad latus 17,20,quod invenietur pedum 202.6 4.9, quibus additis pedibus 19.5.5.9 summa erit pedum 222.2.0.8,quibus iterum additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 18,20, æqualis rectæ N,7,tota 17,19, prodibit pedum 659.7.6.4, à quibus ablatis pedibus 19.5.5.9 rectæ 19,18, remanebit recta 17,18,seu 5,23,pedum 640. 2.0.5,& rectæ N,20,pedum 117 addatur latitudo loricæ 20,22,pedum 73,& consurget latus N,22,pedum 190, deinde ut latus 16,22, innotescat,fiat ut sinus totus ad latus N,22,pedum 190, ita 173205 tangens anguli 16,N,22 gr:60 ad latus 16,22, quod invenietur pedum 329.0.8.9,quibus additis pedibus 437.5.5.6 rectæ 22,5, æqualis rectæ N,7,tota 16,5, prodibit pedum 766.6.4.5, & sic notæ erunt lineæ quæsitæ.

Lineas duorum triangulorum existentium in extremitatibus plani horizontalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXXIII. Probl.

A Punctis 17,-- & 5, ductis rectis 17,23,-- 5,18, inter se parallelis, & rectis 16,5,-- 17,12, perpendicularibus,totum trapezium 16, 17,19,5, divisum erit in tres partes,quarum duæ extremæ 17,16 23,-- 5,19,18 figuram triangularem habebunt, medietatem vero rectangulum 17,23,5,18,obtinebit,in quo omnes lineæ existentes æquales inter se erunt, cum ex constructione sint parallelæ, & connectantur à duabus parallelis, quod cum non contingat in duobus triangulis, lineæ in ipsis existentes per ratiocinium triangulorum inveniendæ erunt; fiat itaque triangulum I I C simile triangulo 16,17,23,ut in figura 14 apparet,super cujus latere C I describatur planum verticale, & à punctis,in quibus coeunt lineæ existentes in dicto plano verticali ducantur rectæ perpendiculares ipsi I C intersecantes rectam I I in punctis g, T, R, à quibus ducantur rectæ g u,T V,R y parallelæ ipsi I C. Eodem modo constructo triangulo R S R simile triangulo 5,19,18,ut in figura 13 apparet,super cujus latere R S describatur planum verticale loricæ exterioris,& per puncta, Figura IX.

 cta,

cta,in quibus coeunt lineæ ejusdem plani ducantur rectæ f g, V T, parallelæ ipsi S R terminatæ a recta ℞ R in punctis g, T, à quibus ducantur rectæ g n,T q perpendiculares ipsi S R. His ita constitutis,ut latus T K trianguli R T K innotescat,fiat ut sinus totus ad latus R K,latitudinem superiorem scabelli continens pedum 3.2.5.0, ita 173205 tangens anguli T R K gr:60 ad latus T K,quod invenietur pedum 5.6.2.9,deinde ut latus p g innotescat,fiat ut sinus totus ad latus T p ped:0.7.5.0,ita 173205 tangens anguli g T p gr: 60 ad latus g p,quod invenietur ped:1.2 9.9,quibus additis pedibus 5.6.2.9 rectæ s p æqualis lateri T K, tota s g consurget pedum 6.9.2.8, & ut latus u l reperiatur, fiat ut sinus totus ad latus g u continens latitudinem inclinationis loricæ exterioris pedum 69, ita 173205 tangens anguli l g u grad:60 ad latus l u, quod invenietur pedum 119.5.1.1,quibus additis pedibus 6.9.2.8 rectæ y u æqualis lateri g s, tota l y consurget pedum 126.4.3.9,& sic omnes lineæ intra triangulum l C l existentes notæ erunt.

Figura XIV.

Figura XIII.

Vt vero lineæ intra triangulum ℞ S R notæ fiant consideranda primò sunt ea,quæ in prop: 31 hujus libri tradita sunt ; & noti erunt omnes anguli; nota insuper erit linea T q,quæ continet latitudinem superiorem scabelli pedum 3.2.5.0, linea p g æqualis ipsi s K in præcedentibus propositionibus inventa ped:0.7.5.0,nec non linea ℞ f continens latitudinem inclinationis ejusdem loricæ pedum 69,quare ut latus q R innotescat, fiat ut sinus totus ad latus T q pedum 3.2.5.0,ita 26794 tangens anguli q T R grad:15 ad latus q R,quod invenietur ped:0.8.7.0,& ut T p consurgat,fiat ut sinus totus ad latus g p ped.0.7.5.0, ita 26794 tangens anguli p g T gr:15 ad latus p T,seu n q,quod invenietur ped:0.2.0.0, quibus additis ped:0.8.7.0 rectæ q R,tota n R consurget ped:1.0.7.0, & ut latus f g reperiatur,fiat ut sinus totus ad latus ℞ f ped:69, ita 26794 tangens anguli f ℞ g gr:15 ad latus f g, quod invenietur pedum 18.4.8.7, quibus additis rectæ n R ped:1.0.7.0 , tota S R consurget pedum 19.5.5 7.

Areas in figura 10 existentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXIV. Probl.

DUcatur recta G A ped:12 in se ipsam,& ejus productus erit area ipsius quadrati pedum quadratorum 144, cujus dimidium,per prop:

prop: 41 lib. pri: Eucl: erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 72; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 42 rectæ X Æ per pedes 12 rectæ X B erit area rectanguli sub Æ X, X B contenti pedum quadratorum 504; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36 rectæ X i per pedes 6 rectæ i l erit area rectanguli sub X i, i l contenti pedum quadratorum 216; Productus, qui orietur ex recta m d in se ipsam ducta erit area ipsius quadrati pedum quadratorum 4, cujus dimidium pedum quadratorum 2 erit area trianguli l m d; Productus, qui orietur ex recta d h pedum 9 in se ipsam ducta, erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 81, cujus dimidium pedum quadratorum 40.50 erit area trianguli d h g; Productus, qui orietur ex recta g n pedum 4 in se ipsam ducta erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 16, cujus dimidium pedum quadratorum 8 erit area trianguli g n R; Productus, qui orietur ex recta g p ped: 0. 7. 5. 0 in se ipsam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli g p T ped: quadrat: 0. 28. 12. 50; Productus, qui orietur ex recta ℞ c pedum 8 in se ipsam ducta, erit area ejusdem quadrati cujus dimidium erit area trianguli ℞ c d pedum quadratorum 32; Productus; qui orietur ex recta ℞ i pedum 6 in se ipsam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli ℞ i l pedum quadratorum 18; Productus, qui orietur ex recta d o pedum 13 in se ipsam ducta erit area ejusdem quadrati, cujus dimidium erit area trianguli d o R pedum quadratorum 84.50; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ d o per pedes 8 rectæ S o æqualis ipsi c d; erit area rectanguli sub d o, S o contenti pedum quadratorum 104; Productus, qui orietur ex recta R W pedum 21 in se ipsam ducta, erit area quadrati ejusdem; cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 220. 50.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ R W per pedes 21 rectæ R S erit area rectanguli, seu quadrati sub S R, R W contenti pedum quadratorum 441; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ g n per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli sub h g, g n pedum quadratorum 39; Productus, qui orietur ex recta ℞ B pedum 54 in se ipsam ducta erit area ejusdem quadrati pedum quadratorum 2916, cujus dimidium pedum quadratorum 1458 erit area trianguli ℞ B A; Productus, qui orietur ex recta l f æquali rectæ i X pedum 36 in se ipsam ducta erit area eius-

dem

dem quadrati, cujus dimidium pedum quadratorum 648 erit area trianguli I ff Æ, & sic area totius quadrati A B ℞ B erit pedum quadratorum 2916.

Areas in figura 11 existentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXV. Probl.

PRoductus, qui orietur ex multiplicatione pedum 6.1.3.8 rectæ ℞ c per pedes 8 rectæ c d erit area rectanguli sub ℞ c, c d comprehensi, cujus dimidium erit area trianguli ℞ c d pedum quadratorum 24.55.41.66; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13 rectæ o R per pedes 9.7.5 rectæ d o erit area rectanguli sub o R, d o compræhensi, cujus dimidium pedum quadratorum 64.83.75.-- erit area trianguli d o R; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 8 rectæ S o per pedes 9.9.7.5 rectæ d o erit area rectanguli sub d o, S o comprehensi pedum quadratorum 79.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ n R per pedes 3.0.6.9 rectæ g n erit area rectanguli sub n R, g n comprehensi, cujus dimidium erit area trianguli g n R pedum quadratorum 6.13.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ W Æ per pedes 16.1.2.4 rectæ R W erit area rectanguli sub W Æ, R W comprehensi, cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 169.30.20.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 12 rectæ G A per pedes 9.2.0.8 rectæ Æ G erit area quadrati sub G A, Æ G compræhensi, cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 55.24.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ S R per pedes 16.1.2.4 rectę R W erit area rectanguli sub S R, R W comprehensi pedum quadratorum 338.60.40.0; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 21 rectæ X W per pedes 9.2.0.8 rectæ X B erit area rectanguli sub X W, & X B contenti, seu ipsi æqualis rectanguli sub W Æ, Æ G contenti pedum quadratorum 193.36.80.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9 rectæ h g per pedes 6.9.0.6 rectæ d h erit area rectanguli sub h g, d h contenti, cujus dimidium erit area trianguli d h g pedum quadratorum 31.07.70.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum

pedum 9 rectę hg per pedes 3.0.6.9 erit area rectanguli sub hg, gn contenti pedum quadratorum 27.62.10.0; Aggregatum pedum quadratorum 169.30.20.-- trianguli R W Æ areæ, & pedum quadratorum 193.30.80.-- areæ rectanguli W Æ G Q erit area trapezij R Q G Æ pedum quadratorum 362.67.0; Aggregatum pedum quadratorum 31.07.70.0 areæ trianguli dhg, & pedum quadratorum 27.62.10 areæ rectanguli hong, erit area trapezij dong pedum quadratorum 58.69.80.--; Productus, qui orietur ex multicatione pedum 54 rectæ B A per pedes 41.4.4.5; rectæ ℞ B erit area rectanguli sub ℞ B, B A contenti, cujus dimidium erit area trianguli ℞ B A pedum quadratorum 1119.02.40.--, & sic area totius trapezij A B ℞ B erit pedum quadratorum 2238.04.80.--

Areas in figura 12 existentes in pedibus quadratis invenire.

Prop. XXXVI. Probl.

PRoductus, qui orietur ex multiplicatione pedum 13.8.5.6 rectæ ℞ c per pedes 8 rectæ cd erit area rectanguli sub ℞ c, cd contenti, cujus dimidium erit area trianguli ℞ cd pedum quadratorum 55.42.40.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 22.5.1.6 rectæ do per pedes 13 rectæ o R erit area rectanguli sub do, o R, contenti, cujus dimidium erit area trianguli d o R pedum quadratorum 146.35.40.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 22.5.1.6 rectæ d o per pedes 8 rectę S o erit area rectanguli sub d o, S o contenti pedum quadratorum 180.12.80.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 6.9.2.8 rectæ g n per pedes 4 rectæ n R erit area rectanguli sub g n, n R contenti, cujus dimidium erit area trianguli g n R pedum quadratorum 13.85.60.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36.3.7.2 rectæ R W per pedes 21 rectæ W Æ erit area rectanguli sub R W, & W Æ contenti, cujus dimidium erit area trianguli R W Æ pedum quadratorum 381.90.60.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ Æ G per pedes 12 rectæ G A erit area rectanguli sub Æ G, G A contenti, cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 124.70.40.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 36.3.7.2 rectæ R W per pedes 21

Dd rectæ

rectæ S R erit area rectanguli sub R W, & S R contenti pedum quadratorum 763.81.20.—; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ X B per pedes 21 rectæ X W erit area rectanguli sub X B, X W contenti, seu ipsi similis, & æqualis rectanguli sub rectis W Æ, Æ G contenti pedũ quadratorum 436.46.40.00; Aggregatum pedum quadratorum 381. 90. 60. 00 areæ trianguli R W Æ, nec non pedum quadratorum 436.46.40.00 areæ rectanguli W Q G Æ erit area trapezij R Q G Æ pedum quadratorum 818. 37.00; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 15.5.8.8 rectæ d h per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli sub d h, h g contenti, cujus dimidium erit area trianguli d h g pedum quadratorum 70.14.60.—; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: 6. 9.2.8 rectæ g n per pedes 9 rectæ h g erit area rectanguli sub g n, h g contenti pedum quadratorum 62.35.20.—; Aggregatum pedum quadratorum 70 14.60.00 areæ trianguli d h g, & pedum quadratorum rectanguli h o n g, 62.35.20 erit area trapezij, d o n g pedum quadratorum 132.49.80.—; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20. 7. 8.4 rectæ G Æ per pedes 12 rectæ G A erit area rectanguli sub Æ G, G A contenti, cujus dimidium erit area trianguli Æ G A pedum quadratorum 124.70.40; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 93.5.2.8 rectæ ℞ B per pedes 54 rectæ B A erit area rectanguli sub ℞ B, B A contenti, cujus dimidium erit area totius trianguli ℞ B A pedum quadratorum 2525. 25.60.—

Aream totius plani horizontalis invenire.

Prop. XXXVII. Probl.

Figura IX. Ut area rectanguli E 2, 3, ζ, existentis in medietate cortinæ nota fiat ducendi sunt pedes 54 latitudinis totius valli in pedes 240 longitudinis exterioris medietatis cortinæ E 2, & ex producto consurget area rectanguli E 2, 3, ζ, pedum quadratorum 12960; cumque inventa sit linea G E pedum 22.8.5.9; invenietur area rectanguli G Y θ E, ducendo prædictos pedes in pedibus 54 latitudinis valli G Y, eaque reperietur pedum quadratorum 1234. 42.20.—, pari modo prodibit area rectanguli Z Σ W Y ducendo

pedes

pedes 54 latitudinis valli ZY, seu ΣW in pedes 105. 0. 2. 6 rectæ ZΣ, seu YW, & productus erit area rectanguli sub ZY, & ZΣ pedum quadratorum 5671. 40. 40. — ; his peractis in unam summam colligantur areæ omnium figurarum, nempe trianguli NΣW, rectanguli ΣZYW, trapezij ZaGY, rectanguli YGEθ, quadrati θEζλ, & rectanguli E2, 3, ζ, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 27545. 13. —, cujus duplum pedum quadratorum 55090.26 erit area plani horizontalis totius valli in uno latere munimenti existentis, quod si recta N* intersecaverit quadratum θEζλθ, invenienda est area trianguli *, λ, 4, cumque latus *λ inventum sit pedum 3. 6. 2. 4, si in se ipsum ducatur, prodibit ejus quadratum pedum quadratorum 13.13.33.76, cujus dimidium pedum quadratorum 6. 56. 66. 88 erit area trianguli *, λ, 4, quibus ablatis à pedibus 27545.13, remanebunt pedes 27538.56.33.12, cujus duplum pedum quadratorum 55077. 12. 66. 24 erit area plani horizontalis totius valli in hoc casu.

Areas plani horizontalis loricæ inferioris invenire.

Prop. XXXVIII. Probl.

Cum trapezium kzxw existens in antemurale æquale sit trapezio existente in plano horizontale loricæ superioris R℔Q, area unius æqualis erit areæ alterius, eadem ratione area quadrati HÆhX erit æqualis areæ quadrati TV+S, & area trianguli Mçn æqualis erit areæ trianguli ℞ΓΔ, ideoque area trapezij kzxw erit pedum quadratorum 171. 64. 00. —, area quadrati HÆhX erit pedum quadratorum 225. —, & area trianguli ℞ΓΔ erit pedum quadratorum 194. 85. — ; ut vero area rectanguli wKMç innotescat, ducantur pedes 15 latitudinis antemuralis in pedes 269. 9. 9. 1 rectæ wç, & invenietur area quæsita pedum quadratorum 4049. 86. 50. —, & ut reperiatur area rectanguli hXkz ducantur pedes 15 latitudinis loricæ inferioris in pedes 46. 5. 1. 2 rectæ hz, Figura IX.

 cujus

cujus productus erit area rectanguli h X k z pedum quadratorum 297.68. -- ; tandem ut consurgat area rectanguli δ β s u, ducantur pedes 15 latitudinis loricæ inferioris comprehenso scabello, nempe rectæ δ β in pedes 213 rectæ δ s, (cujus duplum inventum est pedum 426 in prop: 29 hujus libri) & prodibit area ejusdem rectanguli pedum quadratorum 3195; his peractis in unam summam colligantur areæ omnium figurarum, nempe quadrati Æ H X h, rectanguli X h z K trapezij K z x v; rectanguli v K M ç, trianguli M ç n, & rectanguli δ β s u, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 8135. 03. 50, cujus duplum pedum quadratorum 16270. 07. -- erit area plani horizontalis totius loricæ inferioris, seu antemuralis in uno latere munimenti existentis.

Areas plani horizontalis loricæ exterioris invenire.

Prop. XXXIX. Probl.

Figurâ 9.13.14. PLanum horizontale loricæ exterioris 5, 19, 17, 16, componitur ex triangulo 16, 17, 23, rectangulo 17, 23, 5, 18, atque triangulo 5, 18, 19; triangulum verò 16, 17, 23 continet alia triangula, & rectangula, ut in figura 14 apparet, in qua cum omnes figuræ, quæ continentur à triangulo g s R sint æquales figuris contentis à triangulo g n R figuræ 13 area dicti trianguli erit pedum quadratorum 13. 85. 60. -- & area rectanguli u y s g invenietur ducendo pedes 6.9.2.8 rectæ s g in pedes 69 latitudinis inclinationis loricæ g u, eritque pedum quadratorum 478.03.20; & productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 119. 5. 1. 1 rectæ l u per pedes 69 rectæ g u latitudinis inclinationis loricæ erit area rectanguli sub l u, u g contenti, cuius dimidium erit area trianguli l u g pedum quadratorum 4123. 12. 95. 00, totaque area trianguli R y l prodibit ducendo pedes 73 rectæ R y in pedes 126. 4. 3. 9, productumque bissecando, & reperietur pedum quadratorum 4615. 02. 35; his per-

peractis considerandum est triangulum 5, 18, 19, seu triangulum ℞ S R figuræ 13, in quo area trianguli ℞ f g consurget ducendo pedes 18.4.8.7 rectæ f g in pedes 69 recte ℞ f, & dimidium producti erit area trianguli ℞ f g pedum quadratorum 637. 80. 15; area trianguli g p T prodibit ducendo ped: 0.2.0.0 rectæ p T in ped. 0.7.5.0. rectæ, g p eritque dimidium producti ped: quadrat: 0.07.50.00; area trianguli i g n R reperietur ducendo ped: 1.0.7.9 rectæ n R in pedes 4 rectæ g n, & dimidium producti pedum quadratorum 2. 15. 80 erit area prædicti trianguli; & area trianguli ℞ S R prodibit ducendo pedes 19.5.5.7 rectæ S R in pedes 73 rectæ ℞ S, & erit dimidium producti area quæsita pedum quadratorum 713.83.05; At productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 73 rectæ 17, 23, per pedes 660.9.9.0 erit area rectanguli 18, 5, 23, 17, pedum quadratorum 48252.27.00; Tandem in unam summam colligantur omnes areæ prædictæ, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 53581.12.40 area plani totius rectanguli 16, 17, 19, 5.

Figura XIII.

Figura IX.

Areas plani acclivitatis fossæ tam interioris quam exterioris invenire.

Prop. XL. Probl.

Linea l c, quæ eadem est ac linea L C figuræ 9, inventa est suo loco pedum 347:4.7.2, & linea p i, seu ipsi æqualis b m, ped: 322.4.7.8, quibus multiplicatis per pedes 10 latitudinis basis acclivitatis fossæ p b, area rectanguli p b i m consurget pedum quadrat: 3224.78.00; ut vero inveniatur area triangulorum l i m, b p c, seu c p d indaganda prius sunt latera l m, b c; fiat igitur ut sinus totus ad latus i m pedum 10, ita 173205 tangens anguli l i m grad: 60 ad latus l m, quod invenietur pedum 17. 3. 2. ½, deinde, ut sinus totus ad latus b p pedum 10, ita 76732 tangens anguli b p c gr: 37. 30 ad latus c b, seu c d, quod invenietur pedum 7.6.7.3½, quibus inventis, areæ prædictorum triangulorum prodibunt ex dimidio producti, qui orietur ex multiplicatione basis per ejus perpendiculum, eritque area trianguli l i m pedum quadrat. 86.60.25.00, cui æqualis

Figura VIII.

erit area trianguli I q n, cum hæc duo triangula sint æqualia, & area trianguli c p b, seu c p d erit pedum quadratorum 38. 36. 75. oo, area quoque trianguli A o a nota fiet ducendo quantitatem basis o a in quantitatem perpendiculi A o, at quia nondum inventa est basis o a, fiat ut sinus totus ad latus A o pedum 10, ita 26794 tangens anguli o A a grad: 15 ad basim o a, quæ invenietur pedum 2.6.7.9, quibus ductis in pedes 10 perpendiculi A o, productoque bifariam diviso, prodibit area trianguli A o a pedum quadratorum 13.39.50; Cum autem recta a n inventa sit pedum 627.5.5.4, ablatis ab ipsa ped: 2.6.7.9 rectæ o a, remanebit recta n o pedum 624.8.7.5, qui multiplicati per pedes 10 rectæ n q, seu A o constituent aream rectanguli q n o A pedum quadratorum 6248.75.00, latusque c d inventum pedum 7.6.7.3½ auferatur à tota h c inventa pedum 54.2.9.9, & remanebit recta d h pedum 46.6.2.5½, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ p d, prodibit area rectanguli p d e h pedum quadratorum 466.25.50.00; area vero quadrati e f g h consurget ducendo pedes 10 lateris f g, seu g h in se ipsos, eritque pedum quadratorum 100.00, & area rectanguli h g r B invenietur ducendo pedes 10 rectæ h g in pedes 197 rectæ h r, & consurget area rectanguli sub g h, h r contenti pedum quadratorum 1970; his peractis in unam summam colligantur prædictæ areæ, nempe trianguli I n q, rectanguli A o n q, trianguli A o a, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 6347.99.75.00, cuius duplum pedum quadratorum 12695.99.50.00. erit area totius plani basis acclivitatis exterioris; deinde in unam summam colligantur reliquæ areæ, nempe trianguli l i m, rectanguli m i p b trapezij c b p d, rectanguli p d e h, quadrati e f g h, & rectanguli g h r B, eritque eorum aggregatum pedum quadratorum 5924.37.25, cujus duplum pedum quadratorum 11848.74.50. erit area plani basis acclivitatis interioris.

Aream latitudinis superioris fossæ invenire.

Prop. XLI. Probl.

Figura VIII. A Puncto B existente in medietate lineæ terminantis marginem fossæ ante cortinam ad punctum A, in quo coeunt duæ lineæ for-

forcipis terminantis viam tectam, ducta perpendiculari ipsi O B recta B A, totum planum fossæ ad illas partes existens divisum erit in duo plana inter se æqualia, quorum unumquodque figuram quamdam irregularem obtinebit, ideoque ut ejus area nota fiat ad plures figuras regulares reduci debet. Producatur igitur latus O E ad rectam A I usque, ab ipsaque terminetur in puncto D, à quo ad rectam E G ducatur perpendicularis recta D F, cui parallela à puncto G ducatur recta G W, quæ erit perpendicularis ipsi A I, à qua terminatur, deinde à puncto A ad rectam O D ducatur recta A K parallela ipsi B O, & perpendicularis ipsi D O, à qua terminatur, & sic totum planum A B O E G I continebit quinque figuras, nempe triangulum I W G, rectangulum W G F D, triangulum D F E, triangulum D A K, & rectangulum A B O K. His peractis invenienda sunt latera uniuscujusque figuræ; consideretur itaque triangulum rectangulum I W G, in quo noti sunt omnes anguli per ea, quæ superius dicta sunt, notumque est latus W G pedum 72, continet enim latitudinem superiorem fossæ, quare ut latus I W innotescat, fiat ut sinus totus ad latus W G pedum 72, ita 173205 tangens anguli W I G grad: 60 ad latus W I, quod invenietur pedum 124.7.0.7, quo habito consideretur triangulum rectangulum D E F, in quo notus est angulus rectus D F E, angulus D E F grad:75 cum sit complementum ad duos rectos anguli G E O gr: 105 (ut alibi dictum est) & perconsequens angulus E D F erit gr: 15, notumque est latus F D pedum 72, cum sit æquale rectæ W G, quare ut latus F E innotescat fiat ut sinus totus ad latus D F pedum 72, ita 26794 tangens anguli F D E grad: 15 ad latus E F, quod invenietur pedum 19.2.9.1, quibus ablatis à pedibus 322.4.7.8, remanebit recta G F pedum 303.1.8 7, cui æqualis erit recta W D, & sic nota erunt latera rectanguli D F G W, & ut hypothenusa D E consurgat, fiat ut sinus totus ad latus D F pedum 72, ita 103527 secans anguli F D E grad: 15 ad hypothenusam D E, quæ invenietur pedum 74.5.3.9, quibus additis pedibus 56.6.2.6 rectę O E, tota D O prodibit pedum 131.1.6.5, ut denique latus D K notum fiat considerandum est triangulum rectangulum A D K, in quo notus est angulus rectus A K D, notus est angulus A D K grad:75, cum sit complementum anguli E D I grad:105 æqualis angulo O E G propter duas parallelas D I, E G, & per consequens angulus K A D erit grad:15, notumque erit latus A K pedum 207, cum sit æquale lateri

BO,

BO, eo quod sunt duæ parallelæ inter duas parallelas nempe AB, KO inclusæ, quare ut latus KD innotescat, fiat ut sinus totus ad latus AK pedum 207, ita 26794 tangens anguli KAD grad: 15 ad latus DK, quod invenietur pedum 55.4.6.3, quibus ablatis à pedibus 131.1.6.5 rectæ DO, remanebit recta KO ped. 75.7.0.2, cui æqualis erit recta AB, & sic nota erunt omnia latera prædictarum figurarum, quibus mediantibus earum areę inveniri poterunt; productus enim qui orietur ex multiplicatione pedum 124.7.0.7 lateris IW per pedes 72 lateris WG erit area rectanguli sub IW, WG contenti, cujus dimidium erit area trianguli WGI pedum quadratorum 4489.45.20.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 303.1.8.7 lateris FG, seu DW per pedes 72 lateris WG, seu DF erit area rectanguli DFGW pedum quadratorum 21829.46.40; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 72 lateris DF per pedes 19.2.9.1 lateris EF erit area rectanguli sub DF, FE contenti, cujus dimidium erit area trianguli DEF pedum quadratorum 694.47.60.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 207 lateris AK per pedes 55.4.6.3 lateris KD erit area rectanguli sub AK, KD contenti, cujus dimidium erit area trianguli AKD pedum quadratorum 5740.42.05.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 207 lateris BO, seu AK per pedes 75.7.0.2 lateris AB, seu KO erit area rectanguli ABOK pedum quadratorum 15670.31.40.--, & sic notæ erunt omnes areę prædictarum figurarum, quæ in unam summam colligantur, & erit eorum aggregatum pedum quadratorum 48414.12.65.-- area totius plani IABOEG, cujus duplum pedum quadratorum 96848.25.30.-- erit area latitudinis superioris fossæ ad illas partes, à qua ablatis areis acclivitatis interioris & exterioris simul sumptis prodibit area latitudinis inferioris fossę pedum quadratorum 72363.51.30.00.

Corporum solidorum in figura 10 existentium quantitates invenire.

Prop. XLII. Probl.

COgnitis areis in planis tam horizontalibus, quam verticalibus existentibus, quantitates corporum solidorum, quæ super eadem

eadem plana ellevantur, in pedibus cubicis inveniri poterunt; nam si corpus figuram piramidis habebit, ejus soliditas invenietur ducendo aream basis in altitudinem, eritque tertia pars producti soliditas quæsita per prop:7 lib:12 Eucl:si prismatis, vel parallelepipedi, ejus soliditas prodibit ducendo aream basis in altitudinem. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 72 areæ trianguli Æ G A per pedes 12 altitudinis X F erit pedum cubicorum 864, cujus tertia pars pedum cubicorum 288 erit soliditas piramidis super basim Æ G A ellevatæ habentis altitudinem X F; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 648 areæ trianguli l ff Æ per pedes 12 altitudinis i C erit soliditas prismatis triangularis super basim l ff Æ ellevati tantæ altitudinis quantæ est linea i C, eritque pedum cubicorum 7776; Pedes 6 rectæ i l ducti in pedes 12 altitudinis i C constituent aream rectanguli sub i l, i C contenti pedum quadratorum 72, quibus multiplicatis per pedes 6 rectæ ℞ i, & producto trifariam diviso consurget soliditas piramidis scalenæ, in qua rectangulum antedictum se habebit loco basis, recta vero ℞ i loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 144; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 216 areæ rectanguli l i X ff per pedes 12 altitudinis X F, seu i C erit soliditas parallelepipedi super basim l i X ff ellevati tantæ altitudinis, quantæ est recta X F pedum cubic. 2592.— ; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 areæ trianguli C M D per pedes 6 rectæ c m erit soliditas prismatis triangularis, in quo triangulum C M D se habebit loco basis, recta vero c m loco altitudinis pedum cubicorum 24; Pedes 2 rectæ m d ducti in pedes 4 rectæ M D constituunt aream rectanguli sub d m, M D contenti pedum quadratorum 8, quibus ductis in pedes 2 rectæ m l, productoque trifariam diviso consurget soliditas piramidis, in qua area rectanguli prædicti se habebit tamquam basis, recta vero m l tamquam altitudo pedum cubicorum 5.333.333.333.⅓; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 36 areæ rectanguli D M L t per pedes 8 rectæ f h erit soliditas parallelepipedi, in quo recta f h stat loco altitudinis, rectangulum vero D M L t loco basis, pedum cubicorum 288.—; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 40.50.— areæ trianguli d h g per pedes 4 altitudinis M D erit soliditas prismatis tantæ altitudinis quantæ est linea

Ee MD

M D super d h g ellevati pedum cubicorum 162. -- 5 Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedes 8 rectæ f h, seu c d erit soliditas prismatis, in quo triangulum D E t se habebit loco basis recta vero f h loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 72; Pedes 9 rectæ h g ducti in pedes 2 rectæ E t constituunt aream rectanguli sub h g, E t contenti pedum quadratorum 18, quibus multiplicatis per pedes 9 rectæ d h, oritur productus, cujus tertia pars pedum cubicorum 54 erit soliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum se habebit loco basis, recta vero d h loco altitudinis; Pedes 4 rectæ L I multiplicati per ped: 1. 5. -- rectæ I b constituunt aream rectanguli sub L I, I b contenti pedum quadratorum 6, quibus multiplicatis per pedes 17 rectæ S n, seu f g consurgit soliditas pallele; ipedi, in quo rectangulum supradictum se habet loco basis, rectaque S n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 102; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.68.75 areæ trianguli E s K per pedes 17 rectæ V p æqualis ipsi g f, erit soliditas prismatis, in quo triangulum s E K se habet loco basis, rectaque V p loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 28.687.500. -- 5 Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 8 areæ trianguli g n R per ped: 1. 5 -- rectæ I b erit soliditas prismatis tantæ altitudinis quantæ est recta I b super basim g n R ellevati pedum cubicorum 12; Tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 0. 28. 12. 50 areæ trianguli g p T per pedes 4. 5. -- rectæ s E erit soliditas piramidis tantę altitudinis, quantæ est recta s E super basim g p T ellevatæ ped: cub: 0. 421. 875. - Prædicti pedes cubici omnium corporum solidorum si in unam summam colligantur erit eorum aggregatum pedum cubicorum 11548. 442. 708. 333, cujus duplum pedum cubicorum 23096. 885. 416. 666; erit soliditas omnium corporum simul sumptorum, quæ super areis existenibus in quadrato R B A B ellevantur; at si ex quadrato G Æ G A recta λ β abscindet triangulum A β λ, cujus area inventa est pedum quadratorum 6. 56. 66. 88, indaganda erit ejus soliditas, quę reperietur ducendo prædictos pedes quadratos areæ in ped: 1. 8. 1. 2 altitudinis ζ α æqualis rectæ δ θ, productumque trifariam dividendo, & erit pedum cubicorum 3. 966. 279. 552, quibus ablatis à pedibus cubicis 23096. 885. 416. 666.; remanebunt pedes cubici 23092. 919. 137. 114; tantaque erit soliditas figuræ 10 in hoc casu.

Cor-

Corporum solidorum in figura II existentium quantitates invenire.

Prop. XLIII. Probl.

EAdem ratione invenientur corpora ellevata super areas in tertia figura existentes, tertia enim pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 24.55.41.66 areæ trianguli Rcd per pedes 16 rectæ PD, erit soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ est recta PD super basim Rcd ellevatæ pedum cubicorum 130.955.552.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64.83.75.-- areæ trianguli doR per pedes 13.5.0.0. rectæ Qb erit soliditas prismatis tantæ altitudinis quantæ est recta Qb super basim doR ellevati pedum cubic: 875.306.250.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 58.69.80. areæ trapezij dong per pedes 2.5.-- rectæ st erit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta st super basim dong ellevati pedum cubicorum 146.745.--5 Tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 31.07.70.--areæ trianguli dhg per pedes 2 rectæ Et erit soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ est recta Et super basim dhg ellevatæ pedum cubicorum 20.718.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4.5.-- rectæ sE per ped: 0.5.7.5½ rectæ pg erit area rectanguli sub sE, pg contenti pedum quadratorum 2.58.97.50, quibus multiplicatis per ped: 0.7.5.0 rectæ pT, productoque trifariam diviso, consurget soliditas piramidis, in qua rectangulum supradictum se habet loco basis, recta vero pT loco altitudinis, eritque ped: cubic: 0.647.437.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli DEt per ped: 3.0.6.9 rectæ gn erit soliditas prismatis, in quo triangulum DEt se habebit loco basis, recta vero gn loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 27.621.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.68.75.-- areæ trianguli sEK per pedes 2.4.9.3 rectæ pn erit area prismatis, in quo triangulum sEK se habebit loco basis recta pn loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 4.206.937.500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64 areæ trianguli BDP per pedes 9.9.7.5 rectæ do erit soliditas prismatis, in quo triangulum DBP se

habebit loco basis, recta vero d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 678.400.--5 Productus qui, orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 362.67.-- areæ trapezij R Q G Æ per pedes 12 rectæ Q I erit area prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta Q I super pasim R Q G Æ ellevatæ pedum cubicorum 4352.040. --5 Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 9.2.0.8 rectæ Æ G per pedes 12 rectæ G F erit area rectanguli sub Æ G, G F contenti pedum quadratorum 110.49.60.--, quibus multiplicatis per pedes 12 rectæ G A, productoque trifariam diviso consurget soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est recta G A, in qua rectangulum prædictum erit loco basis, eritque pedum cubicorum 441.984.--5 Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 272.68.75 areæ tapezij B D E b Q per pedes 25.3.3.2 rectæ R Q erit soliditas prismatis, in quo trapezium prædictum se habet loco basis, recta vero R Q vel S B loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 6907.716.750.--. Prædictæ quantitates, si in unam summam colligantur, erit eorum aggregatum pedum cubicorum 13546.343.925.500, cuius duplum pedum cubicorum 27092.687.850.-- erit soliditas illius partis valli, quæ intra trapezium ℞ B A B figuræ 11 existit.

Corporum solidorum in figura 12 existentium quantitates invenire.

Prop. XLIV. Probl.

SIc procedendo corpora solida existentia in figura 12 nota fient; tertia pars itaque producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 55.42.40. areæ trianguli ℞ c d per pedes 16 rectę P D erit soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est recta P D super basim ℞ c d ellevatæ pedum cubicorum 295.594.666. 666⅔ Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 146.35.40.-- areæ trianguli d o R per pedes 13.5.-- rectæ Q b erit soliditas prismatis tantæ altitudinis quantæ, est recta Q b super basim d o R ellevatæ pedum cubicorum 1975.779.--Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 132.49.80 areę trapezij d o h g per pedes 2.5.-- rectæ s t erit area prismatis tanaltitudinis, quantæ est recta s t super basim d o n g ellevati pedum

dum cubicorum 331.245.--; tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 70.14.60.-- areæ trianguli d h g per pedes 2 rectæ E t erit soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ est recta E t super basim d h g ellevatæ pedum cubicorum 26.764.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4.5.-- rectæ s E per ped: 1.2.9.9 rectæ g p erit area rectanguli sub s E, g p contenti pedum quadratorum 5.84.55, quibus multiplicatis per ped: 0.7.5.0 rectę p T, productoque trifariam diviso, consurget soliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum se habet loco basis, rectaque p T loco altitudinis, eritque ped: cubic: 1.461.341.666.;; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.68.75 areæ trianguli s E K per pedes 5.6.2.9 rectæ n p erit soliditas prismatis, in quo triangulum s E K se habebit loco basis recta vero n p loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 9.498.937:500; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedes 6.9.2.8 rectæ n g erit soliditas prismatis, in quo triangulum D E t se habebit loco basis, recta vero n g loco altitudinis, eritq; pedum cubicorum 62.352.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64 areæ trianguli D B P per pedes 22.5.1.6 rectæ d o erit soliditas prismatis, in quo triangulum D B P se habet loco basis, rectaque d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 1441.014.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 272.68.75.-- areæ trapezij B D E b Q per pedes 571.5.6 rectæ R Q erit soliditas prismatis, in quo trapezium B D E b Q erit loco basis, rectaque R Q loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 15585.726.750.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 818.37.-- areæ trapezij R Q G Æ per pedes 12 rectę Q I erit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta Q I super trapezium prædictum ellevati pedum cubicorum 9820.440.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.7.8.4 rectæ G Æ per pedes 12 rectæ G F erit area rectanguli sub Æ G, G F contenti pedum quadratorum 249.40.80.--, quibus multiplicatis per pedes 12 rectæ G A, productoque trifariam diviso, consurget soliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum se habebit loco basis, recta vero G A loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 997.632.--. Hæ omnes quantitates in unam summam collectæ constituent soliditatem illius

partis valli, quæ intra triangulum figuræ 12 existit pedum cubicorum 39547.517.695.166⅔.

Soliditatem totius valli invenire.

Prop. XLV. Probl.

Figura IX.

SUperius dictum est rectam ZΣ esse pedum 105.0.2.6, rectam GE pedum 22.8.5.9, rectamque E2 pedum 240 supposito munimento quadrato. His præcognitis pedes, quadrat. 596.68.75.-- areæ plani verticalis totius valli multiplicentur per ped: 105.0.2.6 rectæ ZΣ, deinde per pedes 22.8.5.9 rectæ GE, tertio per pedes 240 rectæ E2 & soliditas consurget prismatum, in quibus area verticalis plani valli stabit loco basis in omnibus, lineæ vero ZΣ, GE, E2 stabunt loco altitudinis, eritque soliditas prismatis existentis in facie pedum cubicorum 62662.701.375.--, prismatis existentis in ala, pedum cubicorum 13640.077.354.166⅔, prismatis existentis in medietate cortinæ pedum cubicorum 143205.-- Colligantur denique in unam summam pedes cubici omnium corporum solidorum in prædictis figuris existentium, eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 300249.869.691.--, cuius duplum erit soliditas totius valli super uno latere polygoni constructi pedum cubicorum 600499.739.382--, seu 600485.773.102.448.--

Quantitates corporum solidorum existentium in quadrato terminante alam propugnaculi, & cortinam in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVI. Probl.

Figura X.

SOliditas piramidis, in qua rectangulũ contentũ sub MD, & md stat loco basis, & recta m l loco altitudinis, cum eadẽ sit, ac in lorica valli continebit pedes cubicos 5.333.333.333, eademq; ratione prisma tantæ altitudinis, quãtæ est recta MD super basim dhg ellevatũ continebit pedes cubicos 162.--piramis in qua rectangulũ sub rectis

rectis h g, E t contentum stat loco basis, recta vero d h loco altitudinis continebit pedes cubicos 54.--; prisma tantæ altitudinis quantę est recta I b super basim g n R ellevatū continebit pedes cubicos 12.--; piramis tantæ altitudinis, quantæ est recta s E super basim g p T ellevata continebit ped: cubic: 0.421.875.--; Cæterorum corporum vero quantitates invenientur eo modo, quo supra; productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadrat: 36. areæ rectanguli D M L t per pedet 2 rectæ m d erit soliditas parallelepipedi, in quo rectangulum prædictum stat loco basis recta vero m d loco altitudinis pedum cubicorum 72.--; productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 9 areæ trianguli D E t per pedet 2 rectæ m d erit soliditas prismatis, in quo triangulum D E t stat loco basis, recta vero m d loco altitudinis pedum cubicorum 18.--; productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 6.-- areæ rectanguli s L I b per pedes 11.-- rectæ y n erit soliditas parallelepipedi, in quo rectangulum prædictum stat loco basis, rectaque y n loco altitudinis, pedum cubicorum 66.--; productus qui orietur ex multiplicatione pedis quadrati 1; 68.75.-- areæ trianguli s E K per pedes 11 rectæ g s, erit soliditas prismatis, in quo triangulum s E K se habet loco basis, rectaque g s loco altitudinis pedum cubicorum 18.592.500. His cognitis, pedes cubici omnes prædictarum figurarum in unam summam colligantur, eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 408.317.708.333 cujus duplum erit soliditas illius partis loricæ quæ intra antedictum quadratum includitur pedum cubicorum 816.635.416.666.

Quantitates corporum solidorum existentium in trapezio terminante faciem, & alam prupugnaculi in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVII. Probl.

Soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ est recta E t super basim d h g ellevatæ cum eadem sit ac in vallo continebit ped: 20.718. Eadem ratione piramis, in qua rectangulum sub g p, & s E contentum stat loco basis, & recta p T loco altitudinis, continebit pedes cubicos 647,437.500.--; Prisma in quo triangulum D E t extat Figura XL.

extat loco basis, rectaque g n loco altitudinis continebit ped: cub: 27.621.--; Prisma, in quo triangulum s E K stat loco basis, rectaque p n loco altitudinis continebit pedes cubicos 4.206.937.500. At cæterorum corporum quantitates invenientur modo su; erius dicto; tertia pars itaque producti, qui orietur ex multiplicatione ped: quadrat: 1.53.46.66 areæ trianguli l m d per pedes 4 rectę M D erit soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est recta M D super basim l m d ellevatæ pedum cubicorum 2.046.221.333; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 trianguli D C M per pedes 9.9.7 s rectæ d o erit soliditas prismatis, in quo triangulum D C M stat loco basis, rectaque d o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 39.900.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 64. 83.75. areæ trianguli d o R per pedes 1.5.0.0 rectæ I b erit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta I b super basim d o R ellevati pedum cubicorum 97.256.250.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 27.62.10 areæ trapezij d o n g per pedes 2, 5.-- rectæ s t erit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta s t super basim d o n g ellevati pedum cubicorum 146.745.--. Hi pedes cubici omnium prædictarum figurarum si in unam summam colligantur erit eorum aggregatum pedum cubicorum 339.140.846.333, cujus duplum erit soliditas illius partis loricæ, quæ intra trapezium inclusa est, pedum cubicorum 678.281.692.666.

Quantitates corporum solidorum existentium in triangulo terminante faciem in lorica inferiori invenire.

Prop. XLVIII. Probl.

Soliditas piramidis tantæ altitudinis quantæ est recta E t super basim d h g ellevatæ, cum eadem sit ac in vallo continebit pedes cubicos 86.794.--; eademque ratione piramis, in qua rectangulum sub g p, e s E contentum stat loco basis, & recta p T loco altitudinis continebit ped: cubic: 1.461.341.666; prisma, in quo triangulum s E K stat loco basis, rectaque p n loco altitudinis erit pedum cubicorum 9.498.937.500.--; prisma, in quo triangu-

Figura XII.

lum

lum D E t ſtat loco baſis, rectaque g n loco altitudinis continebit pedes cubicos 62. 352.--, cætera vero invenientur modo dicto. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadrat. 64.83.75.-- areæ trianguli d o R per ped. 1.3.-- rectæ I b, erit ſoliditas priſmatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta I b ſuper baſim d o R ellevatæ pedum cubicorum 219.531.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 58.69.80.-- trapezij d o n g per pedes 2.5.-- rectæ s t erit ſoliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ eſt recta s t ſuper baſim d o n g ellevati pedum cubicorum 351.245.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4 areæ trianguli D C M per pedes 22.5.1.6 rectę d o erit ſoliditas priſmatis, in quo triangulum D C M ſtat loco baſis, rectaque d o loco altitudinis eritque pedum cubicorum 900.640.-- tertia pars producti, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 3.46.40.-- areæ trianguli l m d per pedes 4 rectæ M D erit ſoliditas piramidis tantę altitudinis, quantæ eſt recta M D ſuper baſim l m d ellevatæ pedum cubicorum 4.618.666. 666⅔. Hæ quantitates omnes ſi in unam ſummam colligantur, erit eorum aggregatum pedum cubicorum 1556.110.945.833⅓, totidemque pedes continebit ſoliditas illius partis loricæ, quæ intra triangulum prædictum incluſa eſt.

Soliditatem totius loricæ inferioris invenire.

Prop. XLIX. Probl.

Linearum interius, & exterius terminantium loricam inferiorem, quantitates cum ſuperius inventæ ſint, nota erunt latera ma ora rectangulorum, quæ à quadrato trapezio, & triangulo terminantur, ideoque latus M K, ſeu ç w continebit pedes 269. 9. 9.1, latus K X, ſeu z h continebit pedes 46.5.1.2, dimidiumque lateris exterioris ante cortinam δ h pedes 213; quibus præcognitis multiplicentur pedes quadrati 56.68.75.-- areę plani verticalis loricæ exterioris per pedes prædictorum laterum, & conſurget ſoliditas priſmatum, in quibus omnibus area plani verticalis prædicta erit loco baſis, lineę vero M K, K X, h δ erunt loco altitudinis, eritque ſoliditas priſmatis ante faciem pedum cubicorum 15304.505. 500.--; priſmatis exiſtentis ante alam propugnaculi pedum cubi- Figura IX.

 corum

corum 2636.649.-- prismatis ante medietatem cortinæ pedum cubicorum 12074.437.500.--. His ita constitutis colligantur quantitates omnium corporum solidorum existentium in lorica, & erit eorum aggregatum pedum cubicorum 33066.620.055.165⅝, cujus duplum pedum cubicorum 66133.240.110.330¼, erit soliditas totius loricæ ante unum latus polygoni existentis.

Quantitates corporum solidorum existentium in triangulo terminante forcipem ante faciem propugnaculi invenire.

Prop. L. Probl.

Figura XIIII. IN triangulo prædicto, cum prisma, in quo triangulum s E K stat loco basis, rectaq; q T loco altitudinis, sit æqualis prismati existēti in lorica interiori, cōtinebit pedes cubicos 9.494.937.500, eademque ratione piramis, in qua rectangulum sub s E, & g p contentum stat loco basis, rectaque p T loco altitudinis continebit ped: cub: 1.461.341.666⅔; quantitates vero cæterorum corporum inveniantur modo superius dicto. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 15.85.60.-- areæ trianguli g n R per ped: 1.5.-- rectę R b erit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta R I super basim g n R ellevatę pedum cubicorum 20.784.-- Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 207 areæ trianguli C E L per pedes 6.9.2.8 rectæ g n erit soliditas prismatis, in quo triangulum C E L stat loco basis, rectaque g n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 1434.096.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 4123.12.95 l u g per pedes 6.-- rectæ L E trifariam divisum erit soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est recta E L super basim l u g ellevatæ pedum cubicorum 8246.259.-- Prædictæ quantitates omnes in unam summam collectæ constituunt soliditatem illius partis loricæ exterioris, quæ in triangulo inclusa extat pedum cubicorum 9712.099.279.166.

Quan-

Quantitates corporum solidorum existentium in triangulo terminante forcipem ante medietatem cortinæ invenire.

Prop. LI. Probl.

Triangulum 5, 19, 18, figure 9, seu ℞ S R figuræ 13, cum non conveniat cum aliquo ex triangulis in alijs figuris existentibus quantitates omnes corporum solidorum in ipso existentium inveniendæ erunt. Productus itaque, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 6 areæ rectanguli s f S b per pedes 18.4.8.7 rectæ f g erit soliditas parallelepipedi, in qua rectangulum supradictum stat loco basis, rectaque f g loco altitudinis pedum cubicorum 110.922.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 4 rectæ g n per ped:1.0. 7. 0 rectæ n R bifariam divisus erit area trianguli g n R pedum quadratorum 2.14.--, quibus ductis in ped: 1.5. -- rectæ S b consurget soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est recta S b pedum cubicorum 3. 210.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped:quadrat. 1. 68. 75 areæ trianguli s E K per pedes 18.4.8.7 f g erit soliditas prismatis, in quo triangulum s E K stat loco basis, rectaque f g loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 31. 196. 812. 500; Productus, qui orietur ex multiplicatione ped: 0.7.5.0 rectæ g p per ped: 0.2.0.0 rectæ p T bifariam divisus erit area trianguli g p T ped: quadrat: 0.07.50.-- quibus ductis in ped: 4.5. -- rectæ s E, productoque trifariam diviso, consurget soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est recta s E super basim g p T ellevatæ ped: cubic: 0. 112. 500.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 18. 4. 8. 7 rectæ f g per pedes 6 rectæ f E erit area rectanguli sub f g f E contenti pedum quadratorum 119.92.20.--, quibus ductis in ped: 69 rectæ ℞ f, productoque trifariam diviso, consurget quantitas piramidis, in qua rectangulum prædictum stat loco basis, rectaque ℞ f loco altitudinis pedum cubicorum 2551. 206. --. Supradictæ quantitates in unam summam collectæ constituent solidita-

Figura XIII.

 tem

tem illius partis loricæ exterioris, quæ intra prędictum triangulum includitur, pedum cubicorum 2699.647.312.500.

Soliditatem totius loricæ exterioris invenire.

Prop. LII. Probl.

Figura IX. PEdes 214.68.75 areæ totius plani verticalis loricæ exterioris multiplicati per pedes 640.2.0.5 rectæ 17,18, constituent soliditatem prismatis, in qua area verticalis loricæ exterioris stat loco basis, recta vero 17,18, loco altitudinis pedum cubicorum 137444.010.937.500 His præcognitis in unam summam colligantur pedes cubici trium prædictarum figurarum, eritque eorum aggregatum pedum cubicorum 149852.757.529.166, cujus duplum pedum cubicorum 299705.515.058.332 erit soliditas totius loricæ exterioris ante unum latus polygoni.

Soliditatem acclivitatis tam interioris, quam exterioris fossæ invenire.

Prop. LIII. Probl.

Figura VIII. AD hoc ut soliditas acclivitatis tam interioris, quam exterioris fossæ consurgat considerandæ sunt figuræ in plano, horizontali existentes, quibus mediantibus, & profunditate fossæ, soliditas ejusdem acclivitatis prodibit. Supposita itaque profunditate fossæ pedum 10, productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 86.60.25.-- areæ trianguli l m i per pedes 10 profunditatis fossæ trifariam divisus erit soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est profunditas fossæ super basim l m i elevatæ pedum cubicorum 288.975.-- ; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 38.36.75.-- areæ trianguli c b p, seu c d p per pedes 10 profunditatis fossæ trifariam divisus erit soliditas piramidis tantæ altitudinis, quantæ est profunditas fossæ super basim c b p, seu c d p ellevatæ pedum cubicorum 127.891.666.666⅔, cujus duplum erit soliditas totius trapezij b p d c pedum cubicorum 255.783.333.333⅓; ut vero piramis intra triangulũ h e f, seu

ſeu h g f exiſtens nota fiát, primò ducendi ſunt pedes 10 profunditatis foſſæ in pedes 10 rectæ f g, & conſurget quadratum ſub profunditate foſſæ, & recta f g contentum pedum quadratorum 100, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ h g, productoque trifariam diviſo, conſurget ſoliditas piramidis, in qua quadratum prædictum ſtat loco baſis, rectaque h g loco altitudinis pedum cubic: 333.333.333.333.$\frac{1}{3}$, cujus duplum erit ſoliditas terræ à quadrato h e f g compræhenſæ pedum cubicorum 666.666.666.666.$\frac{2}{3}$; his peractis pedes 10 rectæ m i ducantur in pedes 10 profunditatis foſſæ, productusque bifariam dividatur, & prodibit area plani verticalis acclivitatis pedum quadratorum 50, quibus multiplicatis per pedes 322.4.7.8, rectæ m b, conſurget ſoliditas priſmatis, in quo area plani verticalis ſtat loco baſis, rectaq; m b loco altitudinis pedum cubicorum 16123.900.--; Prędictis pedibus quadratis 50 areæ plani verticalis acclivitatis multiplicatis per pedes 46.6.2.5$\frac{1}{2}$ rectæ d h, deinde per pedes 197 rectæ h r, prodibunt duo priſmata, in quibus area plani verticalis prædicti ſtat loco baſis, rectaque d h ſtat loco altitudinis primi, quod continebit pedes cubicos 253.275.--, & recta h r loco altitudinis ſecundi, quod continebit pedes cub: 9850.--. Prædictarum quantitatum aggregatum erit ped: cub: 29516.300.--, cujus duplum erit ſoliditas totius acclivitatis interioris pedum cubicorum 59032.600.--. Sic procedendo, etiam ſoliditas acclivitatis exterioris innoteſcet, productus enim, qui orietur ex multiplicatione pedum 17.3.2.0.$\frac{1}{2}$ rectæ q I per pedes 10 profunditatis foſſæ erit area rectanguli ſub recta q I, & profunditate foſſæ compræhenſi pedum quadratorum 173.20.50.--, quibus multiplicatis per pedes 10 rectæ q n, productoque trifariam diviſo, prodibit ſoliditas piramidis, in qua rectangulum prædictum ſtat loco baſis, rectaque q n loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 577.350.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 13.39.50.-- areæ trianguli A o a per pedes 10 profunditatis foſſæ trifariam diviſus erit ſoliditas piramidis tantæ altitudinis, quantę eſt profunditas foſſæ ſuper baſim A o a ellevatæ pedum cubicorum 44.650.--; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum quadratorum 50 areæ plani verticalis acclivitatis per pedes 624.8.7.5 rectæ n o erit ſoliditas priſmatis, in quo area plani prædicti ſtat loco baſis, rectaque n o loco altitudinis, eritque pedum cubicorum 31243.750.--. Prædictorum trium corporum

quantitates in unam summam collectæ constituunt aggregatum pedum cubicorum 31865.750.-- cujus duplum erit soliditas totius acclivitatis pedum cubicorum 63731.500.--, quibus additis pedibus cubicis 56032.600 erit eorum aggregatum pedum cubicorum 122793.100, totitemque pedes cubicos continebunt duæ acclivitates fossæ interior. *f*. & exterior simul sumptæ.

Quantitatem terræ ex fossa extractæ, nec non differentiam inter hanc, & quantitatem terræ in constructione munimenti existentis invenire.

Prop. LIV. Probl.

Figura VIII. AREa trapezij ABCEGI inventa est pedum quadratorum 48414.12.65.-- quibus multiplicatis per pedes 10 fossæ profunditatis, prodibit soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantę est profunditas fossæ super basim ABCEGI ellevatæ pedum cubicorum 484141.265, cujus duplum erit pedum cubicorū 968282.530.--, totidemque pedes cubici extracti essent à fossa, dum eadem esset ejusdem latitudo inferior, ac superior, at quia minor est latitudo inferior latitudine superiore, ut vera quantitas pedum cubicorum terræ, è fossa extractæ appareat, à pedibus cubicis 968282.530.-- auferantur pedes cubici 122763.100.-- soliditatis acclivitatum fossæ, & residuum erit quantitas quæsita pedum cubicorum 845519.430.-- His peractis in unam summam colligantur pedes cubici soliditatum valli, antemuralis, & loricæ exterioris, & erit eorum aggregatum pedum cubicorū 966338.494.550.662⅔, seu 966334.528.271.110⅔, à quibus subtractis pedibus cubicis 845519.430.-- residuum erit differentia inter prædictas duas quantitates pedum cubicorum 120819.064.550.662⅔, seu 120815.098.271.110⅔, vel abjectis fractionibus, ped: cub: 120815, & hoc quando propugnaculum esset in medio vacuum, ut aliqui, propter defectum terræ, aliquando facere solent, quod tamen, quantum fieri potest evitandum est.

***

Soli-

Soliditatem propugnaculi pleni invenire.

Prop. LV. Probl.

SOlent aliqui propugnaculum in medio vacuum relinquere, alij vero melius consulti totum terra plenum construunt; Soliditatem valli dato propugnaculo in medio vacuo invenimus, nunc soliditatem totius propugnaculi pleni indagabimus. Considerandum itaque est trapezium T V X Z, in quo notum est latus T V pedum 135.0.1.8, compositum est enim ex tribus notis portionibus V S, S λ, λ T; notumque est latus X V pedum 74.0.6.7, cum sit compositum ex tribus antea inventis lineis V r, r ω, ω X, quibus præcognitis, à puncto V usque ad rectam T Z ducatur recta V R bifariam dividens angulum T V X, & à puncto X ad punctum R ducatur recta X R, & sic totum trapezium divisum erit, in tria triangula nempe T V R, V R X, & R X Z, quorum latera invenienda erunt. Consideretur itaque triangulum T V R, in quo notum est latus T V pedum 135.0.1.8, ut dictum est, notus est angulus V T R grad: 30, nec non angulus T V R grad: 52: 30, & per consequens angulus T R V grad: 97:30, quare ut latus V R innotescat fiat ut 99144 sinus anguli T R V grad: 97: 30 ad latus V T ped: 135.0.1.8, ita 50000 sinus anguli V T R grad: 30 ad latus V R, quod invenietur pedum 67.5.9.7, quo habito in triangulo R V X nota erunt duo latera, nempe latus V R jam inventum, & latus V X pedum 74.0.6.7, notusque est angulus R V X grad: 52: 30, quare ut cæteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 141.6.0.4 ad eorum differentiam ped: 6.4.7.0, ita 20779 tangens semisummæ angulorum V R X, V X R gr: 63: 45 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 9261, cui in canone tangentium respondent gradus 5:18, qui additi gradibus 63:45 semisummæ, constituunt angulum V R X grad: 69: 3, & ablati à semisumma, constituunt angulum V X R grad: 58: 27, quibus cognitis, ut latus X R consurgat, fiat ut 93389 sinus anguli V R X grad: 69: 3 ad latus V X pedum 74.0.6.7, ita 79335 sinus anguli X V R grad: 52:30 ad latus X R, quod invenietur pedum 62.9.2.0. Cognita latera prędictorum triangulorum, considerandum est triangulum R X Z, in quo ut angulus R X Z notus fiat subducantur grad: 58:27 anguli V X R à gradibus 90 anguli

Figura VIII.

recti

recti V X Z, & prodibit angulus R X Z grad: 31: 33, sublatis autem gradibus 45 anguli X Z S dimidij anguli polygoni quadrati à gradibus 180, consurget angulus X Z R grad: 135; Habitis duobus angulis etiam tertius X R Z notus erit grad: 13: 27, quo cognito, ut latus X Z innotescat, fiat ut 70710 sinus anguli R Z X grad: 135 ad latus X R pedum 62.9.2.0, ita 23259 sinus anguli X R Z grad: 13: 27 ad latus X Z, quod invenietur pedum 20.6.9.6, à quibus ablatis ped: 12 rectæ X u, remanebunt pedes 8.6.9.6 rectæ u Z. Cognitis angulis, & lateribus prædictorum triangulorum à puncto R ducantur perpendiculares ad T V, V X rectæ R ζ, R β, & à puncto Z ducatur perpendicularis ad rectam R X recta Z δ, deinde ut inveniatur perpendicularis intra triangulum T V R existens, fiat ut sinus totus ad hypothenusam V R pedum 67.5.9.7, ita 79335 sinus anguli R V T ad perpendicularem R ζ quæsitam, quæ invenietur ped: 53.6.2.8, cui æqualis est perpendicularis R β intra triangulum R V X existens, ut vero perpendicularis Z δ intra triangulum R X Z existens consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam X Z pedum 20.6.9.6, ita 23259 sinus anguli X R Z ad Z δ perpendicularem quæsitam, quæ invenietur pedum 4.8.1.3, & sic notæ erunt altitudines prędictorum triangulorum, quibus mediantibus eorumdem areæ notæ fient. Productus enim, qui orietur ex multiplicatione pedum 136.0.1.8 lateris T V per ped: 53.6.2.8 perpendicularis R ζ bifariam divisus, erit area trianguli T V R pedum quadratorum 3647.18.66.52; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 74.0.6.7 rectæ X V per ped: 53.6.2.8 perpendicularis R β bifariam divisus erit area trianguli R V X pedum quadratorum 3972.54.77.28; Productus, qui orietur ex multiplicatione pedum 20.6.9.6 rectæ X Z per pedes 4.8.1.3 perpendicularis Z δ bifariam divisus erit area trianguli R X Z pedum quadratorum 49.80.49.24. Prædictæ tres quantitates in unam summam collectæ constituunt aream trapezij T V X Z pedum quadratorum 7669.53.93.04, quibus multiplicatis per pedes 12 altitudinis valli consurget soliditas prismatis tantæ altitudinis, quantæ est vallum, super basim T V X Z ellevati pedum cubicorum 92034.471.648.—. At quia prisma antedictum compre-

præhendit quantitates prismatum, quæ continentur sub rectangulis λ P Y P, X r X u, nec non piramidum in triangulis T λ P s V Y, Y V r inclusarum, eædem subtrahendæ erunt à quantitate nunc inventa; soliditas vero terræ intra trapezium s V R Y existentis inventa est pedum cubicorum 883. 968. --, & soliditas terræ intra triangulum T λ P existentis pedum cubicorum 997.632, ideoque quantitates prismatum, quæ sub rectangulis ζ P, r u continentur erunt indagandæ, tali pacto; multiplicentur pedes quadrati 72 areæ plani verticalis acclivitatis interioris valli per pedes 105. 0. 2. 6 rectæ Y P, & consurget soliditas prismatis, in quo area plani verticalis stat loco basis, rectaque Y P loco altitudinis pedum cubicorum 756. 920. --, deinde multiplicentur per pedes 64. 8. 5. 9 ⅓ rectæ Y u, & consurget soliditas prismatis, in quo area supradicta stat loco basis, rectaque Y u loco altitudinis pedum cubicorum 4669. 896. --. Prædictarum quantitatum aggregatum erit pedum cubicorum 14113. 416. --, quibus sublatis à pedibus cubicis 92034. 471. 648. -- residuum erit pedum cubicorum 77921. 055. 648. -- His peractis considerandum est triangulum Z u S, in quo, cum angulus u S Z sit grad: 45 latus u S erit æquale lateri u Z, nempe pedum 8 6. 9. 6, qui ducti in pedes 12 altitudinis valli consurget area rectanguli sub u Z, & altitudine valli compræhensi pedum quadratorum 104. 35. 29 --, quibus multiplicatis per pedes 8. 6. 9. 6 rectæ u S, productoque trifariam diviso prodibit soliditas piramidis, in quo rectangulum prædictum stat loco basis, rectaque u S loco altitudinis ped: cub: 302. 481. 664. -- ductique pedes 12 rectæ X u in pedes quadratos 72 areæ plani verticalis antedicti constituunt soliditatem prismatis, in quo area prædicta stat loco basis, rectaque X u loco altitudinis pedum cubicorum 864 --, à quibus subducendi sunt pedes cubici piramidis super triangulum S t y ellevatæ, cuius soliditas ut consurgat, ducantur pedes quadrati 5. 56. 66. 88 areæ trianguli S t y in pedes 3. 6. 2. 4 altitudinis æqualis ipsi S y, & prodibit soliditas eiusdem piramidis ped: cub: 7. 932 559. 104, quibus sublatis à pedibus cubicis 864, remanebunt pedes cubici 856. 067. 440. 896, quibus additis pedibus cubicis 302. 481. 664. --, summa erit pedum cubicorum 1158. 549. 104. 896, à quibus sublatis pedibus cubicis 568. 067. 440. 896, soliditatis intra trapezium X x t s u existentis, ut in prop:

41 hujus libri cognosci potest, residuum erit pedum cubicorum 590. 481. 664, quibus additis pedibus cubicis 77921. 055. 648. --, aggregatum erit pedum cubicorum 78511. 537. 312.--, & e us duplum pedum cubicorum 157023. 074. 624.--, quibus additis pedibus cubicis 966334. 528.271. 110; munimenti, propugnaculis existentibus vacuis, consurgit soliditas munimenti, propugnaculis existentibus plenis ex uno latere pedum cubicorum 1123357. 602.895.110; & additis d fferentiæ inter terram è fossa extractam, & terram munimenti consurget vera differentia pedum cubicorum 1087153. 592.821.772.

Conclusio.

PRo linearum igitur in descriptione ichnographica existentium quantitatibus inveniendis, in qualibet munimenti parte ratio habenda est ad minimas interiores lineas, à quarum terminis ducendæ sunt perpendiculares, quæ ex parallelis partes ipsis æquales abscindant, cum æqualitas sit omnium rationum origo, deinde earum excessus per rationum triangulorum inveniendi sunt, cognitis inter omnes lineas distantijs, munimentique angulis; quibus peractis, planimetriæ ope, omnium figurarum, quæ ab ipsis formantur areæ inveniendæ erunt cognitisque altitudinibus prædictis figuris respondentibus ex doctrina stereometrica, soliditates in vallo, & loricis existentibus prodibunt. Quod itaque dictum est de munimento quadrato simplici, de quo in demonstrandis præcedentibus propositionibus mentionem fecimus, adhibita minima valli altitudine, minimaq e ejusdem valli. & loricæ latitudine, iddem intelligi debet de alijs munimentis, tam simplicibus, quam duplicibus, & triplicibus, rectangulis, & obliquangulis, data quacumque altitudine, & latitudine valli & loricæ, eadem enim methodo, etiam linearum in humeris, & plateis existentibus quantitates, & ex ipsis areæ, & soliditates respondentes inveniri poterunt.

* * *

Data

Data minima latitudine fossæ, minimam latitudinem loricæ inferioris invenire, eamdemq; loricam describere orthographicè.

Praxis I.

Ducatur recta R T æqualis latitudini fossæ, à cujus termino R ducatur perpendicularis R p, & incipiendo à puncto T super eadem R T numerentur utcumque novem partes, ducaturque à puncto 9 perpendicularis recta 9 β, quæ contineat duas ex prædictis partibus, per cujus terminum β à puncto T ducatur recta T p, quæ coeat cum recta R p in puncto p, deinde à puncto R ducatur parallela ipsi T p recta R ξ, quæ contineat septem partes, quarum recta T 9 continet novem, & in recta T p ex puncto p abscindatur recta p μ, quæ contineat unam ex prædictis partibus, connectanturque duo puncta recta ξ μ intersecante rectam R p in puncto m, à quo ducatur recta m q parallela ipsi R T, tangens rectam T p in puncto q, à quo ducatur parallela ipsi R p recta q r, quæ sit duplo major recta p m, cui æqualis abscindatur recta m n connectanturque duo puncta n, & r recta n r, quæ hinc inde producatur utcumque, in eaque abscindantur duæ rectæ r G, x n, quarum recta r G sit æqualis dimidio ipsius q r, & recta x n dimidium ipsius r G contineat, connectanturque puncta q, & G, p, & x rectis q G, p x, quibus peractis construatur scabellum, cujus latitudo F x sit æqualis dimidio rectæ p n, & altitudo F l sit æqualis dimidio latitudinis F x, descriptumque erit planum verticale loricæ inferioris. Figura III.

Ratio Praxis.

Cum duo triangula rectangula p R T, β 9 T sint æquiangula, ita se habebit latus R T ad latus R p, ut latus T 9 ad latus 9 β, cumque latus T 9 se habeat ad latus 9 β ut 9 ad 2 ex constructione, & recta R T contineat pedes 72, eo quod ponitur æqualis minimæ latitudini fossæ, latus R p continebit pedes 16, at quia duo

triangula m ξ R, m p μ sunt æquiangula propter duas parallelas ξ R, p μ, & latus R ξ se habet ad latus p μ ut 7 ad unum, etiam latus R m se habebit ad latus m p ut 7 ad unum, ideoque recta m p erit octava pars totius p n, quare continebit pedes duos, cujus cum sit dupla recta q r, continebit pedes 4, sic recta p n continebit pedes 6 recta r G pedes 2, recta x n ped: 1 F x pedes 3, F l ped: 1½, & quoniam duo triangula β 9 T, p m q sunt æquiangula, & latus p m continet pedes 2, latus m q continebit pedes 9, cui erit æqualis recta n r, quamobrem recta x G continebit pedes 12; omnes partes igitur loricæ juxta axiomata huius libri constructæ erunt.

Data quacumque latitudine fossæ ped: 168 non excedente loricam inferiorem orthographicè describere.

Praxis II.

Figura III. MEdiante minima latitudine fossæ inveniatur latus R p, & latus p n, cujus duplum, quod continebit pedes 12, ut ex dictis patet, addere opportebit minimæ latitudini fossæ toties quoties qualitas polygoni requiret; quot itaque lateribus superabit propositum polygonum quadratum, toties duplum prædictum addendum erit minimæ latitudini fossæ, per ea, quæ dicta sunt in propositione 8 hujus libri, quibus peractis ducatur hypothenusa p T, cui parallela ex puncto R ducatur utcumq; recta R ξ, cujus septimã partem contineat recta p μ, connexisq; duobus punctis ξ, & μ recta ξ μ perficiatur operatio, ut in antecedenti propositione. Res cum satis sit clara pluribus non æget, quare ulterius pergemus.

Planum verticale valli habentis minimam altitudinem, & latitudinem describere.

Praxis III.

Figura III. DEscripto plano verticale loricę inferioris, ductaque linea plani horizontalis A L, ex ipsa abscindatur recta G P æqualis ipsi

pn,

p n, recta P K æqualis ipsi R T, recta F E, quæ contineat duplum rectę p n, & recta E ф ęqualis ipsi r G, errigaturque à puncto ф perpendicularis ф ♂ æqualis ipsi r q, & connectantur duo puncta ♂, E recta ♂ E, deinde à puncto p ducatur recta p W parallela, & æqualis ipsi ℞ V, quæ terminetur à medietate fossæ V, connectanturque duo puncta W, V recta W V, & producantur duæ rectæ V W, E ♂ donec in puncto g ambæ coeant, ultra quod producatur recta V g, ita ut recta g d sit æqualis rectæ p q, à cujus termino d ducatur perpendicularis lineæ plani horizontalis recta d f ęqualis ipsi p n describaturque lorica superior, ita ut omnes ejus partes æquales sint partibus loricæ inferioris, deinde à puncto a ducatur recta a B parallela lineæ plani æqualis ipsi ζE, & ab eadem linea plani horizontalis abscindatur recta A C æqualis altitudini valli D i, connectanturque duo puncta A, & B recta B A, & descriptum erit planum verticale valli.

Ratio Praxis.

Quoniam recta G P est æqualis ipsi p n, continebit pedes 6, & recta P K est æqualis ipsi R T, continebit latitudinem fossæ, sic recta E F continebit pedes 12, cum sit æqualis duplo ipsius p n; cum vero duæ rectæ p W, ℞ V sint parallelæ & æquales easque conjungant duæ rectæ p ℞, W V, etiam ipsæ parallelę erunt, quare angulus W V ℞ seu d V S ęqualis erit angulo p ℞ n, & per consequens angulus S d V æqualis erit angulo n p ℞, ideoque, cum anguli loricę inferioris æquales sint angulis supradictis, recta d g erit in plano inclinato loricę superioris, quę producta, dum terminetur à medietate fossæ munimentum habebit minimam altitudinem, at quia à puncto i, ducta recta i D perpendiculari lineę plani horizontalis, duo triangula i D E, ♂ ф E erunt ęquiangula, & latus ♂ ф duplum est lateris ф E, per ea quę dicta sunt in antecedenti praxi, etiam latus D i duplum erit lateris D E; (cętera per se patent) erit igitur planum verticale valli juxta axiomata hujus libri descriptum.

Altitudini prædicti valli si addatur dimidium rectæ d f, seu p n, consurget altitudo mediocris, ipsique addendo iterum prędictam quantitatem, seu altitudini minimæ addendo quantitatem rectæ d f, altitudo maxima prodibit. Ambulacrum vero habebitur addendo rectæ ζ D, seu a i rectam D E æqualem rectę d f, totamque ζ E transferendo ex a in B, & sic erit satis amplum, & nunquam debitam excedet quantitatem.

Loricam exteriorem describere orthographicè.

Praxis IV.

Figura III. Descriptis planis verticalibus loricæ inferioris, & valli abscindatur in linea plani horizontalis ex puncto K recta K M æqualis ipsi E F, & ex M recta M u æqualis ipsi F n, à cujus termino u erigatur perdendicularis u X æqualis ipsi p n, deinde à puncto d ad punctum X ducatur recta d X, quæ producatur, donec in puncto L tangat lineam plani horizontalis, cæteræ vero partes interiores prædictæ loricæ fiant æquales partibus loricæ inferioris, seu superioris, & descriptum erit planum verticale loricæ exterioris juxta hujus libri axiomata; Cumque omnia clare pateant alia probatione non ægent.

In munimentis non habentibus antemurale planum verticale valli, & loricæ exterioris describere.

Praxis V.

Figura IV. Sit recta A D utcumque ducta linea plani horizontalis, super quam erigatur perpendicularis V Q tantæ magnitudinis quantæ esse debet altitudo valli, quæ ponatur pedum 18, ex qua per prop: 9 lib: 6 Eucl: abscindatur recta V d, quæ ad ipsam se habeat ut 6 ad 18, & in linea plani horizontalis, ex puncto V abscindatur recta V B, quæ ad rectam V Q habeat eam rationem, quam habere debet acclivitas exterior valli ad altitudinem connectanturque duo puncta Q, & B recta Q B, & ex puncto B abscindatur recta B E,

quę

quæ ad rectam V Q habeat eam rationem, quam ad altitudinem valli habet ſpatium inter vallum, & loricam exteriorem in luſum, cui addatur recta E D, æqualis ſextæ parti ipſius V d, deinde à puncto d ducatur recta d R parallela, & æqualis ipſi V D, connectanturque duo puncta R, & D recta R D, & à puncto Q ducatur recta Q I parallela lineæ plani horizontalis, in qua abſcindatur recta Q P, & errigatur perpendicularis P F, ita ut F P ad P Q ſe habeat ut Q V ad V B, recta vero F P ſe habeat ad rectam d V ut 4 ad 6, duoque puncta F, & R connectantur recta F R, quæ producatur quouſque diſtantia inter rectam F G, & rectam Q I, ſit æqualis ipſi d V, his peractis abſcindatur ex linea plani via tecta, & margo foſſæ magnitudinis ſuo loco præſcriptæ, producaturque recta G R uſque ad lineam plani horizontalis, cætera vero fiant modo ſuperius dicto, & deſcriptum erit planum horizontale valli, & loricæ exterioris.

Vniverſaliter autem pro planis verticalibus orthographicè deſcribendis fiat ſcala, ex qua accipiantur latitudines planorum horizontalium, eæque transferantur ſuper lineam plani horizontalis, & ex punctis, in quibus terminantur, erigantur perpendiculares, ſuper quas acceptæ altitudines ex ſcala transferantur, quæ omnia cum ſatis pateant pluribus non ægent.

Veſtigia totius munimenti ichnographicè deſcribere.

Praxis VI.

DEſcribatur planum verticale valli, loricæ inferioris, ſi qua eſt, & loricæ exterioris, ductaque linea plani horizontalis ad ipſam à punctis, in quibus coeunt lineæ plani verticalis ducantur perpendiculares, quæ latitudines partium valli, & loricarum determinabunt, ſitque linea plani ſic diviſa recta φ, 2 4, interſecans faciem delineati munimenti N a ad angulos rectos, ita ut punctum μ exterius terminans latitudinem inferiorem valli cadat in rectam N a, deinde per omnia puncta diviſionum ducantur rectæ 16, 5, -- 17, 19, -- 15, 12, -- 9, 6 -- L C, l y, n x, &c. ut in figura apparet, ſintque omnes lineæ intra foſſam exiſtentes parallelæ ipſis N a, a E, E, 2, -- reliquæ vero extra foſſam ſint parallelæ lineæ defenſionis Figura IX.

ſtrin-

ſtringentis N, 2, - & ſic deſcripta erit ichnographia munimenti. At non ſemper neceſſe eſt ut per omnia puncta diviſionum in linea plani horizontalis exiſtentium ducantur lineæ, ſufficit enim quod præcipua veſtigia exprimantur, ut in figura 8 apparet, ſic in munimentis duplicibus, ac triplicibus ut veſtigia partium in plateis exiſtentibus conſpiciantur, conſtruendaſunt eorum plana verticalia, deſſignatisque latitudinibus in linea plani horizontalis, ducantur lineæ parallelæ alæ propugnaculi & apparebunt veſtigia prædicta, deſcriptæque ſunt tali pacto figuræ 15, 16, 17, 18.

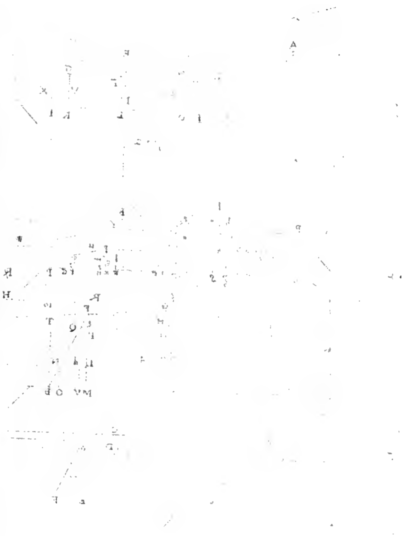
Concluſio.

NOn ſecus ac in delineatione per ratiocinium triangulorum inveniuntur quantitates linearum in plano verticali exiſtentium, quarum, altitudo interior loricæ, parteſque ſcabelli ſemper eamdem retinent quantitatem cæteræ vero lineæ alterationem aliquam ſubeunt ad variationem polygoni, & diſtantiæ inter vallum & loricam exteriorem incluſæ, quare altitudines valli, & latitudines loricæ ſemper variæ reperientur, ex quo ſequitur, quod areæ planorum, & ſoliditates corporum, quæ ſuper ipſas ellevantur diverſas habeant quantitates, quæ tamen ſemper ope planimetriæ, & ſtereometriæ invenientur. At quia, ut ſuperius diximus, aliqua membra planorum verticalium determinatam quantitatem ſemper retinent, pro deſcribendis dictis planis verticalibus invenienda eſt quantitas diſtantiæ inter vallum, & loricam exteriorem incluſæ conſtructa ſcala modo dicto in fine ſecundi libri qua mediante inventis partibus ſcabelli, altitudineſque interiores loricarum, cætera deſcribenda erunt modis dictis in antecedentibus praxibus; & hæc circa orthographiam, & ichnographiam dicta ſufficiant.

***

GEO-

Figur. ii. sibi ...



GEOMETRIÆ MILITARIS

LIBER QVARTVS.

Definitiones ad præmunitiones exteriores ſpectantes.

1. PRæmunitiones ſunt opera, ex adverſo cortinæ, vel propugnaculi extra foſſam, conſtructa.

2. Parmula eſt præmunitio exterior ſine alis, ex adverſo cortinæ conſtructa.

3. Luna dimidiata eſt præmunitio exterior, ex adverſo propugnaculi, conſtructa, quæ exterius figuram propugnaculi retinet ejus vero alæ vallo, & lorica carent, & interius ad inſtar falcatæ Lunæ excavatur.

4. Opus cornutum eſt præmunitio exterior, habens duo dimidiata propugnacula verſus hoſtem prominentia, quæ duo cornua referunt, inter duo propugnacula conſtructa.

5. Forceps ſimplex eſt præmunitio exterior ad inſtar forcipis exterius excavata, quæ cortinæ obijcitur.

6. Forceps duplex eſt præmunitio exterior, cuius latera tres angulos externos, duosque internos efficiunt, & cortinæ obijcitur.

7. Corona, ſeu opus coronatum eſt præmunitio, habens in medio unum propugnaculum, utrinque vero duo dimidiata, quę, & ante propugnaculum, & ante cortinam conſtrui ſolet.

8. Cætera opera, quæ hinc inde in varijs locis raptim conſtruuntur in formam loricæ vniverſaliter opera transverſa appellantur.

Definitiones ad munimenta irregularia spectantes.

9. MUnimentum irregulare est illud, quod non omnes angulos, nec omnes lineas ejusdem speciei æquales habet.

10. Propugnaculum planum est illud, in quo duæ lineæ colli in directum sunt constitutæ, ita ut ambo simul junctæ unicam lineam rectam efficiant.

11. Linea recta munita est latus, super quo constructa sunt plura propugnacula per lineam rectam disposita, vel continet unum propugnaculum planum in medio, & duo dimidiata in extremitatibus.

12. Latus ineptum ratione brevitatis est illud, in quo abscisis lineis colli, remanet cortina nimis brevis.

13. Latus ineptum ratione longitudinis est illud, super cuius extremitatibus constituta propugnacula dimidiata non possunt se ad invicem bombardis manualibus defendi, neque satis longum est, ut in ejus medietate construi possit propugnaculum planum.

14. Latus aptum est illud, quod potest rectè muniri.

15. Angulus internus aptus est ille, cui superstructi propugnaculi angulus continere potest gradus 60.

16 Angulus internus ineptus est ille cui superstructi propugnaculi angulus continere non potest gradus 60.

17. Angulus externus aptus est ille, cuius linearum, quæ ipsum constituunt, extremitates, adeo inter se distant, ut propugnacula dimidiata super ipsas constructa, rectè defendi possint.

18 Angulus externus ineptus est ille, cujus linearum, quæ ipsum constituunt extremitates, vel nimis, vel non satis inter se distant.

Definitiones ad obsidionem spectantes.

19 STationes sunt loca munita, in quibus obsidentes consistunt.

20. Fortalitia campestria sunt munimenta minora pro defensione stationum, & alicuius transitus constructa.

21. Linea, seu vallum obsidionale est lorica, quæ stationes simul conjungit.

22. Reductus est opus quadratum, vel parallelogramum, sine propugnaculis & alis.

23. Stel-

23. Stella est opus figuram stellæ referens.

24. Circumvallatio est ambitus ex lineis, stationibus, & munimentis minoribus compositus.

25. Suggestus tormentorum est moles terrea super qua tormenta coaptantur.

26. Accessu. est lorica, quæ milites, accedentes ab munimentum obsessum tegit.

27. Vinea est opus super fossa constructum pro defensione aggredientium.

28. Cuniculus est cavitas subterranea, in qua reconditur pulvis pro vallo destruendo excavata.

Axiomata ad præmunitiones spectantia.

1. PRæmunitiones ante cortinam constructæ tegere debent cortinam & alas propugnaculorum.

2. Latitudo operis cornuti, & forcipis esse debet æqualis cortinæ.

3. Distantia inter extremitates præmunitionum, & propugnaculorum esse debet intra ictum sclopeti.

Axiomata ad munimenta irregularia spectantia.

4. MUnimenta irregularia regularibus conformari debent quantum fieri potest.

5. Angulus propugnaculi munimenti irregularis sit æqualis angulo propugnaculi illius munimenti regularis, ad cujus angulum prolygoni magis accedit angulus datus figuræ irregularis propositæ.

6. Super diversa latera ejusdem munimenti irregularis construi possunt munitiones diversæ speciei.

7. Duæ facies ejusdem propugnaculi esse possunt inter se inæquales, sic duæ alæ, & duæ lineæ colli.

8. Duæ medietates ejusdem propugnaculi esse possunt diversæ speciei.

9. Duo propugnacula dimidiata super duabus extremitatibus ejusdem lateris esse possunt diversæ speciei.

Hh 2 10. Quan-

10. Quando latera sunt omnino inepta, vel anguli externi, muniri debent præmunitionibus exterioribus.

Axiomata ad obsidionem urbium spectantia.

11. STationes statuendæ sunt in illis locis, per quos facile transire possent, qui obsessis opem fere vellent.

12. Cavendum est ne loco adeo humili sint, ut facile innundari possint.

14. Tantum distent inter se, ut facile succurri possint.

14. Quò major esse debebit circumvallatio, eò major esse debebit numerus stationum.

15. Distent ab urbe tantum, ut à tormentis obsessorum non multum lædi possint.

16. Statuantur ad flumen si fieri potest.

17. Connectantur lineis sic, ut nullus ad urbem transitus pateat.

18. Flumina minora deriventur in fossas linearum, & castrorum majora ponte navali claudantur.

19. Si tumuli extant non valde magni claudantur.

20. Accessus ad partes debiliores munimenti dirigantur.

21. Accessus ita ad urbem duci debent, ut ab ipsa lineæ rectæ ductæ transire non possint per eorum longitudinem.

Parmulam construere, linearumque ipsam terminantium quantitates indagare.

Prop. I. Probl.

Figura II. SUpponatur polygonum munimenti esse quadratum, sitque ala C E pedum 60, cortinaque C B pedum 480, super qua construatur triangulum æquilaterum C A B, ductis lineis occultis B A, C A, deinde à terminis alarum, & facierum D, & E ducantur rectæ D A, E A, intersecantes marginem fossæ, viam tectam, &c; & constructa erit parmula, in qua (abjectis cæteris lineis) erit recta A G facies, rectaque G H linea colli. Constructa parmula indagandæ erunt quantitates faciei, & lineæ colli; cum igitur triangulum CAB sit æquilaterum angulus A C B continebit grad: 60, quibus subtractis à gradibus 90 anguli recti B C E, consurget angulus A C E gr: 30, in

30, in triangulo igitur A E C notus erit angulus prædictus, notumque latus C E pedum 60, utpote ala propugnaculi, nec non latus C A pedum 480, cum sit æquale cortinæ C B ex constructione, quare ut cæteri anguli innotescant, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 540. -- ad eorum differentiam pedum 420, ita 373205 tangens semisummæ angulorum C A E, C E A gr: 75 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 290270, cui in canone tangentium respondent grad: 70:59, qui additi gr: 75 semisummæ constituunt angulum A E C grad: 145:59, ablati vero à prædictis gradibus 75 semisummæ constituunt angulum C A E grad. 4: 1; inventis angulis, ut latus A E innotescat, fiat ut 7004 sinus anguli C A E grad. 4: 1 ad latus E C pedum 60 ita 50000 sinus anguli A C E grad: 30 ad latus A E, quod invenietur pedum 428 3.2.6; His peractis, à puncto E ducatur ad F H perpendicularis E F, ita ut fiat triangulum rectangulum E G F, cum autem angulus C E S sit grad: 75, ut alibi demonstratum est, & angulus C E A grad: 145: 59 si minor subtrahatur à majori, prodibit angulus S E A grad: 70: 59, quibus sublatis à grad: 90 anguli recti S E F ex constructione, prodibit angulus F E G grad: 19: 1, cujus complementum grad: 70:59 constituet angulum F G E; in triangulo itaque E F G noti sunt omnes anguli, notumque latus E F pedum 105, (continet enim latitudinem antemuralis, marginis, & fossæ,) quare ut latus E G innotescar, fiat ut 94542 sinus anguli E G F grad: 70: 59 ad latus E F pedum 105, ita sinus totus, seu anguli E F G ad latus E G, quod invenietur pedum 111. 0. 6. 1, quibus sublatis à pedibus 428. 3.2.6 rectæ A E, remanebit facies parmulæ ped: 317. 2. 6. 5, qua inventa, gradibus 60 anguli C A B addantur gradus 8: 2 angulorum E A C, B A D, & consurget angulus G A G grad: 68: 2, cujus dimidium grad: 34: 1 erit quantitas anguli G A H, & angulus G H A erit grad: 75, cum sit æqualis angulo E S H propter duas parallelas E S, F H, & per consequens etiam angulus A G H notus erit grad: 70:59, vel etiam quia duo anguli E G F, A G H sunt ad verticem; in triangulo igitur G A H, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus A G, ut latus G H innotescat, fiat ut 96592 sinus anguli A H G gr: 75 ad latus A G pedum 317. 2. 6. 5, ita 55943 sinus anguli G A H grad: 34: 1 ad latus G H, quod invenietur pedum 183. 7. 4. 9 tantaque erit quantitas lineæ colli parmulæ, & sic notæ erunt omnes lineæ parmulam terminantes.

 Anao-

Annotatio.

ANimadvertendum eſt,quod ſi in aliquo munimento ala propugnaculi eſſet valde ampla,& foſſa multum lata, tunc triangulum æquilaterum antedictum conſtrui non debet ſuper cortina, ſed extra ipſam ducenda eſt linea ipſi parallela, & æqualis ab eadem diſtans quantum opus fuerit ab alis propugnaculorum terminata, ſuper qua conſtruendum eſt triangulum æquilaterum, & reliqua ut ſupra. At ſi munimentum haberet humeros eo modo conſtruenda eſſet parmula ut tegeret humeros.

Semi-lunam conſtruere, linearumque ipſam terminantium quantitates indagare.

Prop. II. Probl.

Figura II. PRoducatur capitalis ex b in a, factoque centro in puncto b, ubi duæ facies propugnaculi coeunt, intervallo b K continens latitudinem foſſæ,&c. deſcribatur arcus, e K d, deinde ex capitali producta abſcindatur portio K a,quæ contineat ⅓ faciei propugnaculi,& à puncto a ad punctum H ducatur recta a H, producanturque facies propugnaculi interſecantes arcum, & rectas a H,& constructa erit ſemi-luna, in qua rectæ a c, a i erunt facies, rectæque c d, e i alæ, quarum quantitates ut inveniantur ſupponatur munimentum eſſe quadratum, faciem propugnaculi pedum 240,& lineam forcipis,exterius terminantis foſſę latitudinem, H g pedum 642. 1.9. 5. His poſitis à puncto b ducatur recta b f perpendicularis ipſi H g, deinde conſideretur triangulum g f b,in quo notum eſt latus b f ped: 105,continet enim latitudinem foſſæ, ejus marginis,& antemuralis,notus eſt angulus rectus b f g ex constructione, & angulus f g b grad: 30, cum ſit æqualis angulo E b L propter duas parallelas H g, E b, quare ut hypothenuſa b g innoteſcat, fiat ut 50000 ſinus anguli f g b grad: 30 ad latus b f pedum 105,ita ſinus totus ad hypothenuſam b g, quæ invenietur pedum 210,cum autem recta b K ſit æqualis ex constructione rectæ b f, & recta K a contineat ⅓ faciei M b, tota b a erit pedum 265, à quibus ablatis pedibus 210 rectæ b g, remanebit recta g a pedum 55, qua cogni-

cognita considerandum est triangulum H a g, in quo notum est latus H g ped:642.1.9.5, nec non latus a g pedum 55, notusque erit angulus H g a grad:150, cum sit complementum anguli H g L ad duos rectos, & per consequens summa reliquorum angulorum gr:30, quare ut angulus H a g innotescat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 697.1.9.5 ad eorum differentiam pedum 587.1.9.5, ita 26794 tangens semisummæ angulorum ignotorum ad tangentem differentiæ eorundem, quæ invenietur 22566, cui in canone tangentium respondent gradus 12.43, quibus additis grad:15 semisummæ prodibit angulus H a g, seu b a i grad:27.43, quo cognito considerandum est triangulum b i a, in quo notus est angulus prædictus, nec non angulus i b a grad:30, cum sit æqualis angulo M b L, & per consequens angulus b i a gr:122.17, notumque est latus b a pedum 265, quare ut latus a i innotescat, fiat ut 84541 sinus anguli b i a grad:122.17 ad latus a b pedum 265, ita 50000 sinus anguli i b a grad:30 ad latus i a, quod invenietur pedum 156.7.2.8, tantaque erit quantitas faciei, & ut latus i b consurgat, fiat ut 84541 sinus anguli b i a grad:122.17 ad latus a b pedum 265, ita 46509 sinus anguli b a i grad:27.43 ad latus b i, quod invenietur pedum 145.7.8.5, à quibus ablatis pedibus 105 rectæ b e, remanebit ala e i, seu ipsi æqualis d c pedum 40.7.8.5, & sic notæ erunt omnes partes semi-lunæ.

Opus cornutum construere, linearumq; ipsum terminantium quantitates indagare.

Prop. III. Probl.

Ducantur duæ rectæ C A, B D tantæ longitudinis, quantæ esse debet opus, perpendiculares cortinæ figuræ 4, quarum distantia sit æqualis eidem cortinę, connectanturque duo puncta A, & B recta A B, deinde fiant duo anguli B A G, A B F, quorum unusquisque contineat grad:25, ductis utcumque rectis A G, B F, angulus vero B A G bifariam secetur, ducta recta A E intersecante rectam B F in puncto E, eritque B E una ex faciebus, cui æqualis ex recta A G abscindatur recta A K, rectaque E K occulta connectantur duo puncta E, & K, à quibus ducantur normales E G, K F, quæ conjungantur recta F G, & sic constructum erit opus cornutum, cujus linearum Figura III.

nearum quantitates indagandæ erunt. Supponatur itaque cortinam munimenti esse pedum 480, totidem pedes continebit recta A B, ex constructione ipsi æqualis, qua cognita considerandum est triangulum A B E, in quo notus est angulus A B E ex constructione grad: 25, & angulus B A E grad: 12. 30, quibus mediantibus, etiam angulus A E B prodibit grad: 142. 30, in triangulo igitur prædicto, cum noti sint omnes anguli, notumque sit latus A B, ut latus B E innotescat, fiat ut 60876 sinus anguli A E B grad: 142. 30 ad latus A B pedum 480, ita 21643 sinus anguli B A E grad: 12. 30 ad latus B E, quod invenietur ped: 170. 6. 5. 2, tantaque erit quantitas facierum, qua inventa considerandum erit triangulum A H B, in quo noti sunt anguli H A B, H B A, ex constructione grad: 25, & per consequens angulus A H B grad: 130, notumque est latus A B, quare ut latus A H, seu B H innotescat, fiat ut 76604 sinus anguli A H B gr: 130 ad latus A B pedum 480, ita 42261 sinus anguli A B H, seu B A H grad: 25 ad latus A H, seu B H, quod invenietur ped: 264. 8. 0. 7, à quibus ablatis pedibus 170. 6. 5. 2 rectæ B E, remanebit recta E H pedum 94. 1. 5. 5, cui cum sit æqualis recta H F, ut ex ipsa constructione patet, tota E F erit pedum 188. 3. 1. 0, qua cognita considerandum est triangulum E F G, in quo angulus E G F est rectus ex constructione, angulus E F G est æqualis angulo G A B propter duas parallelas A B, F G, ideoque continebit gr: 25, cujus complementum ad grad: 90 grad. 65 erit quantitas anguli F E G; in triangulo igitur rectangulo E F G, cum nota sit hypothenusa E F, notique sint anguli, ut latus E G innotescat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam E F pedum 188. 3. 1. 0, ita 42261 sinus anguli G F E grad: 25. ad latus E G, quod invenietur pedum 79. 5. 8. 1, cui æqualis erit recta K F, & ut latus F G consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam E F pedum 188. 3. 1. 0, ita 90630 sinus anguli F E G grad: 65 ad latus F G, quod invenietur pedum 170. 6. 6. 5. Pro determinanda vero longitudine hujus operis producenda est recta B D usque ad punctum X, terminum alæ, & faciei munimenti, duoque puncta B, & L connectantur recta B L, & factum erit triangulum B L X, in quo notum est latus B L ex hypothesi pedum 750, nec non latus X L pedum 240, cum sit facies propugnaculi, notusque est angulus B X L grad: 75, cum sit complementum anguli alæ, & faciei ad grad: 180, quare ut angulus X B L innotescat, fiat ut latus B L pedum 750 ad 96592 sinum anguli B X L, ita latus

lus X L ped: 240 ad sinum anguli X B L quod invenietur 30909, cui in canone sinuum respondent grad: 18, totidemque gradus continebit angulus X B L, quo habito, etiam angulus B L X innotescet grad: 87, ut vero latus B X innotescat, fiat ut 30909 sinus anguli X B L grad: 18 ad latus X L pedum 240, ita 99862 sinus anguli B L X grad: 87 ad latus B X, quod invenietur pedum 775.4.0.0, à quibus ablatis pedibus 190 rectæ D X (continet enim latitudinem loricę exterioris, viæ tectæ, fossæ, ejus marginis, & antemuralis) remanebit recta B D ped. 585.4.0.0, tantaque erit longitudo dicti operis, quæ etiam statui poterit minor.

Forcipem construere, linearumque ipsam terminantium quantitates indagare.

Prop. IV. Probl.

Modo dicto in antecedenti propositione ducantur duæ rectæ N Q, I P ejusdem longitudis, & distantiæ inter se, quarum extremitates I, & N connectantur recta I N æquali cortinę, quę bifariam dividatur in puncto R, à quo ducatur ipsi perpendicularis recta O R æqualis quartæ parti ipsius I N, deinde à punctis I, & N ducantur rectæ I O, N O coeuntes in puncto O, termino perpendicularis, & sic constructa erit forceps, cujus linearum quantitates, ut inveniantur considerandum est triangulum O R N, vel ipsi æquale O I R, in quo notum est latus R N pedum 240, cum ex constructione sit æquale dimidio cortinæ nec non latus O R pedum 120, cum sit ex constructione æquale quarte parti rectæ I N, seu cortinæ, quare ut angulus R O N innotescat, fiat ut latus R O pedum 120 ad latus R N pedum 240, ita sinus totus ad tangentem anguli R O N, quæ invenietur 200000, cui in canone tangentium respondent grad: 63. 27, totidemque gradus continebit angulus R O N, quo invento, ut hypothenusa O N innotescat, fiat ut sinus totus ad latus O R pedum 120, ita 223724 secans anguli R O N gr: 63.27 ad hypothenusam N O, que invenietur pedum 268.4.6.8, cui æqualis ex constructione est recta I O, & sic notæ erunt duæ facies forcipis. Figura II.

Forcipem duplicem construere, linearumque ipsam terminantium quantitates indagare.

Prop. IV. Probl.

Figura V. CONstruatur forceps simplex G A D B H eo modo, quo dictum est in antecedenti propositione, deinde recta D C continens ipsius A B producatur usque in O, ita ut recta C O contineat medietatem ipsius C D, nempe pedes 60, totaque D O sit pedum 180, rectæ vero A D, B D bifariam dividantur in punctis E, & F, ita ut E D, seu D F contineat pedes 134.2.3.4, & à punctis E, & F ducantur inter se æquales rectæ E O, F O, quæ cum recta D O coeant in puncto O, & constructa erit forceps duplex, cujus lineæ ut notæ fiant considerandum est triangulum O E D, in quo notus est angulus E D O grad: 63. 27, per ea, quę dicta sunt in superiore, propositione, notumque est latus D O ex constructione pedum 180, necnon latus E D pedum 134.2.3.4, quare ut angulus D E O innotescat, fiat ut aggregatum duorum laterum O D, E D pedum 314. 2.3.4 ad eorum differentiam pedum 45.7.9.6, ita 161703 tangens semisummæ angulorum D O E, D E O grad: 58.16 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 23551, cui in canone tangentium respondent grad: 13.15, quibus additis grad: 58. 16 semisummę consurget angulus D E O grad: 71.31, quo invento, ut latus E O innotescat, fiat ut 94841 sinus anguli D E O grad: 71.31 ad latus D O pedum 180, ita 89454 sinus anguli O D E gr: 63. 27 ad latus O E, quod invenietur pedum 169.7.7.5, totidemque pedes continebit latus O F, cum ex constructione sit æquale lateri O E, & sic notæ erunt omnes quantitates linearum forcipem duplicem terminantium.

Opus coronatum construere linearumq; ipsum terminantium quantitates indagere.

Prop. VI. Probl.

Figura I. PRoducatur linea capitalis munimenti usque in punctum A, circa quam construatur propugnaculum minus propugnaculo munimenti, ducanturque hinc inde cortinæ connectentes propugna-

pugnaculo,in medio existenti, duo dimidiata propugnacula à lateribus constructa,à cujus terminis E,& I ducantur ad loricam exteriorem munimenti rectæ E G, I H facientes cum faciebus L E,K I angulos quo fieri poterit majores, ut ad minimū sit unusquisq; gr: 60,sitq; prædictum opus pars alicujus munimenti regularis,nō tamen quo ad duas lineas E G, I H,sed quo ad alias lineas,sitque adeo constructum,ut distantia inter extremitates hujus operis, & propugnaculorum munimenti non excedat ictum scolpeti. His peractis supponatur munimentum esse quadratum, latus polygoni exterioris munimenti B D esse pedum 943.6 4.0, faciem B C pedum 240, ictus sclopeti pedum 750, opus vero coronatum partem pentagoni; quibus suppositis considerandum est triangulum A B C, in quo notus est angulus A B C grad: 150, cum sit complementum ad duos rectos dimidij anguli propugnaculi grad:30,notumque est ex hypothesi latus B C pedum 240, & latus A C ped: 750, cum esse debeat intra ictum sclopeti, quare ut angulus B A C innotescat, fiat ut latus A C pedum 750 ad 50000 sinum anguli A B C grad:150,ita latus B C pedum 240 ad sinum anguli B A C, quod invenietur 16000, cui in canone sinuum respondent grad: 9.13,totidemque gradus continebit angulus prædictus B A C, quibus additis grad:150 anguli A B C summa erit grad: 159.13, quibus sublatis à grad:180 residuum erit quantitas anguli A C B gr: 20.47, ideoque in triangulo prædicto cognitis angulis, ut latus A B innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli A B C grad:150 ad latus A C pedum 750, ita 35483 sinus anguli A C B grad: 20.47 ad latus A B, quod invenietur pedum 532.2.4.5, quo habito considerandum est triangulum A B D, in quo notus est angulus A B D grad: 135, cum sit complementum dimidij anguli polygoni grad: 45, cui æqualis est summa reliquorum angulorum, cujus dimidium erit eorum semisumma grad:22.30, notumque est latus A B inventum ped: 532.2.4.5, necnon latus B D ex hypothesi pedum 943.6. 4.0, quare ut angulus B A D innotescat, fiat ut aggregatum duorum notorum laterum pedum 1475.8 8.5 ad eorum differentiam ped:411.3.9.5,ita 41421 tangens semisummæ angulorum ignotorum grad:22.30 ad tangentem differentiæ eorumdem, quæ invenietur 11545, cui in canone tangentium respondent grad: 6.35, quibus ablatis à gr:22. 30 semisummæ, consurget angulus B D A grad:15.55, & additis semisummæ, consurget angulus B A D grad:

 29.5,

29.5, quibus habitis, ut latus A D innotescat, fiat ut 27425 sinus anguli B D A grad: 15.55 ad latus A B pedum 532. 2. 4. 5, ita 70710 sinus anguli A B D grad: 135 ad latus A D, quod invenietur pedum 1376. 0. 3. 5, quo cognito considerandum est triangulum A D E, in quo angulus D A E notus fiet subducendo grad: 29. 5 anguli B A D à gradibus 54 dimidij anguli polygoni pentagoni, nempe anguli B A E, eritque grad: 24. 55, quo mediante ut angulus A E D innotescat, fiat ut latus D E pedum 750 ad 42129 sinum anguli D A E grad: 24. 55, ita latus A D pedum 1376. 0. 3. 5 ad sinum anguli A E D, quod invenietur 77293, cui in canone sinuum respondent grad: 50.37, quibus sublatis à gradibus 180, cum prædictus angulus sit obtusus, consurget angulus A E D grad: 129.23, quibus additis grad: 24. 55 anguli D A E summa erit grad: 154.18, quibus ablatis à grad: 180, consurget angulus A D E grad: 25.42, & sic in triangulo prædicto noti erunt omnes anguli, quare ut latus A E innotescat, fiat ut 42129 sinus anguli D A E grad: 24. 55 ad latus D E pedum 750, ita 43365 sinus anguli A D E grad: 25.42 ad latus A E, quod invenietur pedum 772. 0. 0. 3. His præcognitis producatur recta E G ad radium munimenti usque, à quo terminetur in puncto V, & à puncto B ducatur recta B T perpendicularis ipsi S G, quæ, cum sit æqualis spatio, inter terminos exteriores valli, & loricę exterioris incluso, continebit pedes 190; in triangulo itaque S B T notum erit latus B T, notique sunt omnes anguli, ut consideranti patebit, quare ut hypothenusa S B innotescat, fiat ut 50000 sinus anguli B S T grad: 30 ad latus B T pedum 190, ita sinus totus ad hypothenusam S B, quę invenietur pedum 380, quibus ablatis à pedibus 532. 2. 4. 5 rectæ A B, remanebit recta A S pedum 152. 2. 4. 5; Jam consideretur triangulum A V E, in quo supponatur angulus A E V grad: 60, angulus vero V A E erit grad: 54, ut superius dictum est, & sic etiam angulus A V E notus erit grad: 66, latusque A E inventum est pedum 772. 0 0. 3, quare ut latus A V innotescat, fiat ut 91354 sinus anguli A V E grad: 66 ad latus A E pedum 772. 0. 0. 3, ita 86602 sinus anguli A E V grad: 60 ad latus A V, quod invenietur pedum 731. 4. 4. 5, à quibus ablatis pedibus 152.2.4.5 rectę A S, remanebit recta S V pedum 579. 6. 0. 0, qua cognita

con-

considerandum est triangulum SVG, in quo notus est angulus VSG grad: 30, nec non angulus SVG grad: 66, ex quibus etiam angulus SGV patefiet grad: 84, notumque est latus SV pedum 579.6.0.0, quare ut latus SG innotescat, fiat ut 99452 sinus anguli SGV grad: 84 ad latus SV pedum 579.6.0,0, ita 91354 sinus anguli SVG grad: 66 ad latus SG, quod invenietur pedum 532.4.0.5, & ut latus GV consurgat, fiat ut 99452 sinus anguli SGV grad: 84 ad latus SV pedum 579.6.0.0, ita 50000 sinus anguli VSG grad: 30 ad latus VG, quod invenietur pedum 291.3.9.6, quo mediante ut latus EG consurgat reperiendum est latus EV; fiat igitur ut 91354 sinus anguli AVE grad: 66 ad latus AE ped: 772.0.0.3, ita 8091 sinus anguli VAE grad: 54 ad latus EV, quod invenietur pedum 683.6.6.8, à quibus ablatis pedibus 291.3.9.6 rectæ VG, remanebit recta EG pedum 392.2.7.2. Cæteræ vero lineæ, nempe cortinæ, facies, & alæ invenientur eo modo, quo reperiuntur in munimentis regularibus simplicibus.

Conclusio.

Sex itaque sunt præmunitionum species, quarum omnium debilissima, & fere inutilis est semiluna, nisi adsit parmula, à qua solummodo defendi potest, nullius enim adjumenti ipsi sunt propugnacula, propter nimiam distantiam, post hanc, forceps, tam simplex, quam duplex, valde est debilis, eo quod anguli exteriores indefensi remanent; opus itaque coronatum omnium fortissimum, & post hoc secundum locum obtinere opus cornutum censetur, parmula vero tertio loco ponitur. Nos tamen reiectis omnibus alijs, parmulam tantùm pro præmuniendis munimentis adhibendam esse existimamus, eo quod à faciebus propugnaculorum tota defenditur, cæterarum vero præmunitionum partes exteriores, cum à munimento defendi non possint, facilius ab hostibus occupari queunt, quæ tamen non spernendæ sunt, præcipuè opus coronatum, & cornutum, quæ etiam pro pontibus, ac transitibus defendendis adhibentur. Quo ad orthographiam, & ichnographiam in omnibus præmonitionibus est eadem, nam in omnibus servatur eadem altitudo valli, nempe pedum 4, vel 6. & latitudo pedum 36, vel 40, valloque imponitur lorica cum omnibus suis partibus, pro acclivitatibus vero determinandis observari de-

 bent

bent ea, quæ superius tradita sunt: margo fossæ esse solet 3 pedum, ejusdem fossæ latitudo pedum 30, vel 48, ejusque profunditas pedum 8, vel 10, totidemque pedum acclivitas.

Annotatio circa munimenta irregularia

IN munimentis regularibus construendis unusquisque elligere poterit unam ex superius traditis methodis, & munimentum vel simplex, vel duplex, vel triplex pro libitu statuere, cum & latera polygoni ejusdem longitudinis, & anguli inter se sint æquales, quod in munimentis irregularibus præstari non potest; cum enim habeant, & latera, & angulos inæquales, non quodlibet latus ejusdem munitionis capax erit, sed uni congruet munimentum cum alis in cortina, alteri munimentum sine alis in cortina, in aliquibus ala propugnaculi super cortina ad angulos rectos errigi poterit, in quibusdam eadem ala ad cortinam obliquè ducere oportebit, quare cognitio omnium muniendi specierum necessaria erit, ut ex propositionibus infra positis apparebit.

Propugnaculum planum super recta linea construere, ejusque linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

Figura VI.

SIt recta HG linea, super qua construendum sit propugnaculum planum, cujus medietas esse debeat in puncto I. Ex eodem puncto I super recta HG erigatur perpendicularis IA, utcumque producta, à qua abscindatur portio Ic æqualis alæ ejusdem propugnaculi, sitque u. g. pedum 100, totidemque pedes continebit recta Ic, per cujus terminum c ducatur recta BN parallela ipsi HG, in qua ex puncto I abscindatur portio IL æqualis ipsi Ic, connectanturq; duo puncta L, & c recta Lc, quæ producatur usq; in K, ita ut recta cK contineat pedes 120, deinde facto centro in c, intervallo cK describatur semicirculus aKd interfecans rectam cK in puncto K, ducaturque recta AN, ita ut tangat semicirculum prædictum in puncto K, producaturque hinc inde, quousque terminetur à rectis IA, BN, quibus peractis ex recta BN abscindatur portio

cB æqua-

cB æqualis ipſi cN, connectanturque duo puncta B, & A recta AB, & à punctis B, & N ducantur rectæ BD, NE perpendiculares ipſi HG, & delineatum erit propugnaculum planum, in quo duæ rectæ BA, AN erunt facies duæ BD, NE alæ, duæque DI, IE lineæ colli, quibus peractis omnium quantitates indagandæ erunt. Ala itaque BD, ſeu NE continebit ex conſtructione pedes 100, facies vero BA, ſeu AN invenietur pedum 240, cum enim in triangulo ILc duo latera Ic, IL ſint ex conſtructione æqualia, etiam duo anguli ILc, IcL erunt inter ſe æquales, & per conſequens erunt ſemirecti, ſic & angulus AcK erit ſemirectus, nec non angulus KcN, cum duo anguli IcL, AcK ſint ad verticem, & angulus AcN ſit ex conſtructione rectus, at quia recta Kc ducta eſt à centro c ad K punctum contactus ſemicirculi aKd & rectæ AN, duo anguli AKc, cKN per prop: 18 lib: 3 Eucl: erunt recti, ideoque angulus cAK, & angulus cNK erunt ſemirecti, & ſic in triangulo AKc, cum duo anguli KcA, KAc ſint æquales, duo latera Kc, KA erunt æqualia, eademque ratione latus KN æquale erit lateri Kc, & per conſequens lateri AK, quare recta AN dupla erit rectæ Kc, cumque eadem Kc ſit ex conſtructione pedum 120 recta AN erit pedum 240; ut vero reperiatur linea defenſionis ſtringentis AC conſiderandum eſt triangulum BCD, quod, cum ſit ſimile triangulo AcB angulus DBC, ſeu DCB continebit grad: 45, quare ut hypothenuſa BC innoteſcat, fiat ut ſinus totus ad latus BD pedum 100, ita 141421 ſecans anguli DBC grad 45 ad hypothenuſam BC, quæ invenietur pedum 141.4.2.1, quibus additis pedibus 240 rectæ AB, tota AC conſurget pedum 381.4.2.1, qua mediante, ut latus ID, ſeu ipſi æqualis recta Ac conſurgat, fiat ut ſinus totus ad hypothenuſam AC pedum 381.4.2.1, ita 70710 ſinus anguli ACI grad: 45 ad latus IC, ſeu AI, quod invenietur pedum 269.7.0.2, à quibus ablatis pedibus 100, rectæ CD æqualis ipſi BD, remanebit recta ID pedum 169.7.0.2, ex quibus etiam ala cortinæ, & linea defenſionis figentis inveniri poterunt, ut in munimentis regularibus demonſtravimus.

Aliqui aſſerunt angulum propugnaculi plani majorem eſſe non poſſe grad: 90, at qua ratione nondum percepimus, ideoque, alijs melius conſultis, majorem eſſe poſſe affirmabimus, & in ſequentibus probabimus.

Propugna-

Propugnaculum planum habens angulum majorem recto construere, linearumque quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura. VII. SUper recta F O construendum sit propugnaculum planum, cujus capitalis terminare debeat in puncto H. Statuatur quantitas alæ, quæ u. g. sit pedum 120, qua supposita, à puncto H excitetur perpendicularis ipsi F O recta H A, in qua à puncto H numerentur pedes 120, qui terminentur à puncto I, à quo numerentur iterum pedes 120, qui terminentur à puncto A, in quo facto centro, intervallo A I utcumque sumpto describatur arcus K I super quem, eadem manente sexti apertura transferatur distantia A I, ex I in K, connectanturque duo puncta A, K recta A K, quæ producatur quousque terminetur à recta F O, ipsique æqualis ducatur recta A M, quæ cum recta A H faciat angulum H A M æqualem angulo H A C, deinde per punctum I ducatur recta B L parallela ipsi C M intersecans rectam A H orthogonaliter, rectasque A C A M ad angulos obliquos in punctis B, & L, à quibus ducantur duę alæ B D, L G perpendiculares ipsi C M, & constructum erit propugnaculum planum, cujus linearum quantitates indagandæ erunt. Ala itaque B D, seu L G continebit ex constructione pedes 120, facies vero A B, seu A L ut innotescat considerandum est triangulum A B I, in quo angulus B I A ex constructione est rectus, angulusque B A I erit grad: 60, cum enim semidiametro A I sit æqualis ex constructione recta K I, duæque A K, A I sint æquales, eo quod ductæ sunt à centro ad circumferentiam triangulum A K I erit æquilaterum, ipsaque K I erit latus exagoni, & per consequens arcus K I erit sexta pars circuli, continebitque grad: 60, qui, cum sit mensura anguli K A I, etiam prædictus angulus continebit grad: 60, ex quo sequitur, quod angulus A B I sit grad: 30, cumque ita se habeat latus A I ad hypothenusam A B, uti se habet sinus anguli A B I ad sinum totum, sinusque totus sit in proportione dupla sinus anguli prædicti, etiam hypothenusa A B erit in proportione dupla lateris A I, latus vero prædictum ex constructione est pedum 120, ideoque hypothenusa B A erit pedum 240, cumque ala B D ex constru-

ſtructione ſit pedum 120 eadem ratione hypothenuſa BC erit pedum 240, cum duo triangula ABI, BCD ſint ſimilia, ideoque linea defenſionis ſtringentis AG erit pedum 480, ut vero linea colli DH, ſeu ipſi æqualis BI reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus AI pedum 120, ita 173205 tangens anguli BAI grad: 60 ad latus BI, ſeu DH, quod invenietur pedum 207. 8. 4. 9, cui æqualis eſt latus CD, ut ex dictis patet.

Si propugnaculum planum habebit angulum majorem recto, ſatis amplas habebit defenſiones.

Prop. IX. Theor.

Conſtructo propugnaculo modo dicto in antecedenti propoſitione angulus BAL erit grad: 120, quem ſubſiſtere poſſe probabimus, & primò, etiamſi neceſſario munimentum habere deberet alas in cortina, conſtructo tali propugnaculo ala cortinæ eſſet ſatis ampla; ſupponatur itaque cortinam ED pedum 480, quanta eſſe ſolet in munimentis mediocribus, deinde conſideretur triangulum CBD, in quo cum recta BC ſubtendat angulum rectum, major erit recta CD, & quia eadem BC inventa eſt in antecedenti propoſitione pedum 240 erit æqualis dimidio cortinæ, cujus minor erit recta DC, & ſic ala cortinæ EC erit major dimidio cortinæ, & per conſequens ſatis ampla. Figura VII.

Secundo ratione anguli defenſionis exterioris prædictum propugnaculum ſubſiſtere poterit, cum enim duo triangula ABI BCD ſint ſimilia, propter latera circa rectum angulum parallela, angulus BCD erit æqualis angulo ABI, ideoque continebit grad: 30, ut ex antecedenti propoſitione patet, tantæque magnitudinis eſt etiam angulus defenſionis interior in dodecagono, dum in eodem ſtatuitur angulus propugnaculi rectus, quare prædictus angulus erit ſufficientis magnitudinis; angulus igitur propugnaculi plani eſſe poterit, & rectus, & obtuſus prout opus erit, ſi enim majorem portionem lateris tegere debebit propugnaculum, adhibendus erit angulus obtuſus, ſi minorem, rectus.

Contendunt inſuper aliqui alas propugnaculi extendi non poſſe ultra pedes 120. Nos tamen ulterius produci poſſe non dubitamus, ſi enim ala BD produceretur uſque in d, ipſi addendo pedes

20,non vidimus qua ratione non posset defendi tam ala B d,quam facies B A ab ala propugnaculi oppositi S e, & ala cortinæ e c.

Talibus propugnaculis muniuntur lineæ rectæ, quæ tamen muniri possunt ab operibus figuram parmulæ retinentis, ut in figura 8 apparet.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus in quo necessario cortina debeat habere alas.

Prop. X. Theor.

Figura X. Sit angulus CBA grad: 92:11, latusque BA pedum 448, à quo si abscinderentur hinc inde lineæ utriusque colli ad minimum pedum 105, remaneret cortina pedum 238, quæ esset nimis brevis ad hoc ut alæ se possent ad invicem defendere, nec non cortinam tormentis, quare totum propugnaculum ex una parte fieri debet super latere A G, & ex altera parte super latere B C, ita ut duæ facies EK, LM cum duabus alis A L, BK ultra latus A B extendantur, sintque facies pedum 240, & alæ pedum 60, quos excedere non posse probabimus; supponatur itaque alam BK, perpendiculariter ductam super latus B A esse pedum 60, statuaturque angulus a E D grad: 60, & angulus E D a grad: 15, deinde consideretur triangulum rectangulum K B D, in quo, cum noti sint anguli ex hypothesi, notumque sit latus B K, ut latus B D innotescat, fiat ut sinus totus ad latus B K pedum 60, ita 373205 tangens anguli BKD grad: 75 ad latus B D, quod invenietur pedum 223. 9. 2. 3, & ut hypothenusa K D consurgat, fiat ut sinus totus ad latus B K pedum 60, ita 386370 secans anguli B K D grad: 75 ad hypothenusam KD, quæ invenietur pedum 231. 8. 2. 2, quibus additis pedibus 240 faciei EK, tota E D erit pedum 471. 8. 2. 2, qua habita, ut innotescat recta a D trianguli a E D, in quo noti sunt ex hypothesi duo anguli a E D, a D E, & per consequens etiam tertius E a D grad: 105, fiat ut 96592 sinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471. 8. 2. 2, ita 86602 sinus anguli D E a grad: 60 ad latus a D, quod invenietur pedum 423. 0. 2. 3, à quibus ablatis pedibus 223. 9. 2. 3 rectæ B D, remanebit recta B a pedum 199. 1. 0. 0, & ut latus E a reperiatur, fiat ut 96592 sinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471. 8. 2. 2, ita 25881 sinus anguli E D a gr: 15 ad latus E a, quod invenietur pedum 126. 4. 2. 0; quibus peractis

ctis considerandum est triangulum B a C, in quo notum est latus a B inventum pedum 199.1.0.0, notus erit angulus a B C grad: 87: 49, cum sit complementum anguli C B A ex hypothesi grad: 92: 11, nec non angulus C a B grad: 75, cum sit complementum anguli E a B grad: 105, & per consequens angulus a C B grad: 17: 11, quare ut latus a C innotescat, fiat ut 29543 sinus anguli a C B gr: 17: 11 ad latus B a pedum 199. 1.0.0, ita 99927 sinus anguli a B C grad: 87: 49 ad latus a C, quod invenietur pedum 973.4.4.0, quibus additis pedibus 126.4. 2 0 rectæ E a, tota E C consurget pedum 799. 8. 6. 0, quibus præcognitis si in puncto C terminare debeat propugnaculum planum Q P O N C, necessario cortina B A habere debet alas, si enim propugnaculi ala B K produceretur in punctum c, ita ut per ipsum transire deberet linea defensionis b d, ad hoc ut duæ facies ejusdem propugnaculi in uno puncto coirent, cum recta b d ducta sit extra rectam E D, producenda esset recta C E usque in b, & sic recta C b excederet ictum sclopeti, cum recta C E inventa sit pedum 799. 8.6.0, non potest igitur duci linea defensionis extra punctum E.

Ducatur secundo à puncto E ad punctum d linea defensionis E d, ita ut cortina sit sine alis, producaturque ala propugnaculi B K usque in e, in hoc casu ala propugnaculi B e esset nimis parva dum cortina careret alis, & facies fieret minor pedum 240, quod est absurdum, cum recta E K caderet infra rectam E e, hæc esset minor illa, recta vero E K ex constructione ponitur pedum 240, recta igitur E e esset minor pedum 240, quare ala propugnaculi B K non potest esse major pedum 60, ex quo sequitur quod neque ala A L excedere possit dictam quantitatem, si enim fieret major destrueretur ala cortinæ B D, & sic simplici ala B K non posset satis defendi propugnaculum oppositum; cortina igitur in hoc casu necessario habere debet alas.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, cujus cortina sit incapax alarum.

Prop. XI. Theor.

Sit ut supra latus B A pedum 448, angulus A B C grad: 92: 11 linea defensionis E C pedum 799. 8. 6. 0, sitque latus B C pedum 650. Figura IX.

650.9.6.5, in hoc casu cortina CF erit incapax alarum, punctum enim C est terminus communis rectæ a C, & rectæ CB, quod patet per ratiocinium triangulorum, consideretur itaque triangulum a C B, in quo latus B a inventum est pedum 199.1.0.0, latusque a C pedum 673.4.4 0, & noti sunt anguli, nempe angulus C B a grad: 87:49, angulus C a B grad: 75, & angulus a C B grad: 17:11, quare ut latus CB innotescat, fiat ut 29547 sinus anguli a C B grad: 17:11 ad latus B a ped: 199.1.0.0, ita 96592 sinus anguli C a B grad: 75 ad latus CB, quod invenietur ped: 650 9.6 5, cumque hæc sit quantitas lateris dati, idem latus connectet duo puncta C, & B, & sic punctum C erit terminus communis rectæ a C, & rectæ CB, quare ad partes C cortina CF habere non poterit alam, ex quo sequitur, quod neque ad partes F fieri debeat, si enim fieret ala cortinæ RF ala propugnaculi CS esset minor, quam si cortina careret ala, nam à puncto O ad punctum F ducta linea defensionis OF caderet extra triangulum OTR, & sic produci posset ala propugnaculi usque in N, qua mediante magis defenderetur pars opposita; cortina igitur CF necessariò carere debet ala.

In aliquo munimento irregulari potest dari propugnaculum planum, quod necessario habere debeat angulum facierum obtusum.

Prop. XII. Theor.

Figura IX. Sit latus CB pedum 650.9.6.5, cujus cortina CF esse debeat sinealis, ut in antecedenti propositione demonstratum est, sit angulus CBA ut supra grad: 92:11, linea defensionis b C pedum 799.8.6.0 angulus p C B grad: 177:49, & latus p C pedum 970. His positis, cum latus p C sit nimis longum super ipso construere oportebit propugnaculum planum, cujus ala SC, vel NC terminare debebit in puncto C, si enim magis versus p terminaret dicta ala, defendere non posset totam faciem EX, linea enim defensionis esset major recta EC, & sic, si ala propugnaculi distaret à puncto C pedes 2 tantum, linea defensionis extenderetur ultra ictum sclopeti, at si terminaret magis versus B recta EC interfecaret rectam NC, cum necessariò recta EC terminare debeat in pun-

puncto C, uti demonstratum est; à puncto igitur C erigatur C S perpendicularis ipsi p C, sitque pedum 120, at quoniam duæ rectæ p C, C B sunt quasi in directum, cum angulus p C B sit ex hypothesi grad: 177.49, angulus S C R erit proximus recto, quod si statuatur angulus propugnaculi q O S rectus, dimidium ejusdem anguli erit grad: 45, angulusque T O R erit semirectus, & angulus S R C erit proximus semirecto, quare latus C R non multum differret à latere S C, & sic cortina C F haberet alam R F, at quia in antecedenti propositione demonstratum est alam prædictam in cortina auferendam esse, ideo ducere oportebit à puncto O ad punctum F lineam defensionis O F, quæ cum cadat extra triangulum O T R angulus T O F erit major angulo T O R, & sic angulus q O F erit major angulo q O R, qui positus fuit rectus, ipsoque multo major angulus P O N; in prædicto igitur propugnaculo angulus facierum esse debebit major recto.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, super quo construi oporteat propugnaculum planum, cujus angulus facierum necessario esse debeat rectus.

Prop. XIII. Theor.

Sit latus I W pedum 1169. 4. 0. 4, quod, cum sit nimis longum oportebit super ipsum construere propugnaculum planum; abscindatur itaque ex eodem latere portio ℞ W pedum 110 pro linea colli propugnaculi ℞ o r, nec non portio I u pedum 120 pro linea colli oppositi propugnaculi, deinde ex utraque parte abscindantur duæ partiones ℞ n, u V, quarum unaquæque contineat pedes 300, & remanebit in medio spatium V n pedum 339. 4. 0 4 pro superstruendo propugnaculo plano, quod erit primi generis, cum enim linea colli in prædicto propugnaculo primi generis evadat pedum 169. 7. 0. 2, ut apparet in prop. 7 hujus libri, duæ lineæ colli simul sumptæ continebunt pedes 339. 4. 0. 4, quare prædictum propugnaculum habere debebit angulum x Y Z rectum, nam cum demonstratum sit in citata propositione, quod prædicto angulo existente recto facies evadit pedum 240, si fieret major recto facies esset minor pedum 240, (quod est absurdum) quia si duæ facies Figura IX.

x Æ, Æ Z caderent infra rectas Y x, Y Z ille essent minores his per prop:21 lib:pri: Eucl: hoc etiam contingeret si recta t Y construeretur supra rectam x Y, & produceretur ala V x in t, in triangulo enim t Y x angulus x t Y est obtusus, cum sit angulus alæ & faciei, ideoque x Y ipsum subtendens esset majus latere t Y, & sic facies fieret minor ped:240, angulus igitur propugnaculi in hoc casu non potest esse major recto.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, in quo ala propugnaculi necessariò facere debeat angulum obtusum cum cortina.

Prop. XIV. Theor.

Figura X. Sit latus A B pedum 420, latus R A pedum 1135. 6. 9. 2, & latus B L pedum 267.8.4.6, sitque angulus R A B grad:165, cui æqualis sit angulus L B A. His positis cum latus A B sit nimis parvum, & latus R A nimis longum superstrui debebit super ipsum propugnaculum planum M O F C A, quo fieri poterit amplum, cujus ala C A terminare debebit in puncto A, ubi coeunt duo latera R A, A B, & sic abscisa linea colli R N propugnaculi ad partes R constructi, remanebit cortina N M adæquatæ longitudinis; cum autem ala C A ducta sit perpendiculariter super rectam R A efficiet angulum obtusum cum cortina A B, ex opposita parte vero, cum latus B L sit tantum pedum 267.8 4.6, continere non poterit nisi propugnaculum dimidiatum B H G L, cujus ala B H terminare debebit in puncto B, ubi coeunt duo latera A B, B L, quod si ex puncto A duceretur ala A x perpendicularis cortinæ A B evaderet minor, in triangulo enim C A x angulus C x A esset omnium maximus, & sic latus C A prædictum angulum subtendens, esset majus latere A x, quod non est permittendum, cum ala propugnaculi construi debeat, quam fieri potest, maxima; quare in hoc casu ala propugnaculi efficere debet cum cortina angulum obtusum.

In

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, cujus cortina habere debeat alas, quarum unaquaque sit multo minor dimidio cortinæ.

Prop. XV. Theor.

Sit latus B L ped. 267.8.4.6 super quo construendum sit dimidiatum propugnaculum planum, ut in antecedenti propositione dictum est, cujus capitalis G L invenietur per ratiocinium triangulorum pedum 261.2.9.7, sitque latus L e pedum 433.7.9.5, & latus e n pedum 754.6.5.6, angulus B L e grad: 106.9, angulus L e n grad: 108, qui cum sit angulus polygoni pentagoni, ipso superstruendum erit propugnaculum b d h, quod habere debebit angulum b d h æqualem angulo propugnaculi pentagoni per axioma 5 hujus libri, productaque facie d b, linea d L terminare debebit in puncto L, ubi scilicet coeunt duæ lineæ G L, & L e, si enim terminaret supra dictum punctum intersecaret rectam G L, & sic facies b d minorem defensionem haberet, at si terminaret infra dictum punctum, ala b c fieret minor, & cortina L c minorem defensionem haberet. His præcognitis si angulus b d e esse debebit æqualis angulo e d h, recta e f æqualis erit rectæ L e, cum enim duo triangula L d e, d e f sint similia, ut consideranti patebit, & latus d e sit commune, etiam latus L e æquale erit lateri e f, quare continebit ped: 433.7.9.5, à quibus ablatis pedibus 132.1.5.1 lineæ colli e g (tanta enim esse debet in hoc casu ejus quantitas, ad hoc ut linea defensionis figentis non excedat ictum bombardæ) remanebit recta g f pedum 301.6.4.4, at si à tota e n pedum 754.6.5.6 auferantur pedes 264.3.0.2 duarum linearum colli simul sumptarum, remanebit cortina g l pedum 490.3.5.4, cujus dimidium erit pedum 245.1.7.7, & ideo majus alà cortinæ, si enim à pedibus 490.3.5.4 cortinæ g l auferantur pedes 301.6.4.4 rectæ g f, remanebit quantitas alæ cortinæ f l pedum 188.7.1.0.5 quod si linea defensionis stringentis in medio cortinæ caderet, vel angulus propugnaculi fieret minor, vel ala propugnaculi fieret brevior, & si cortina fieret sine alis, vel linea defensionis excederet ictum bombardæ, vel ala propugnaculi non evaderet tantæ magnitudinis, quantæ opus esset, quæ omnia cognosci poterunt per ratiocinium triangulo-

Figura X.

gulorum, quod brevitatis causa prætermittimus; quare in præsenti casu cortina habere debebit alas, sed unaqueque multò minor dimidio cortinæ.

In aliquo munimento irregulari possunt dari latera, super quibus construi debeant muni tiones in prop. 35, & 41 libri secundi descriptæ.

Prop. XVI. Theor.

Figura XI. Sit latus B C pedum 872.4.6.8, latus A B ped. 791.6.3.3, sitque angulus A B C grad: 120, totidemque gradus contineat angulus B C D. His positis cum latus B C ponatur pedum 872.4.6.8, si duobus angulis A B C, B C D superstruerentur duo propugnacula, facies oppositæ medietatum propugnaculorum, super latere B C existentium non possent bombardis manualibus defendi, nam etiamsi abscinderentur hinc inde duæ lineæ colli, quarum unaqueque contineret pedes 120, tamē linea defensionis figentis excederet ictum bombardæ manualis, nec super eodem latere construi posset propugnaculum planum, occuparet enim ad minimum pedes 339, ut superius demonstratum est, quare, si ad partes B, & C abscinderentur duæ lineæ, etiamsi unaqueque contineret pedes tantum 100, duæ cortinæ hinc inde, inter prædictarum linearum colli, & propugnaculi plani terminos inclusæ, essent pedum 166.7.3.4, & sic non possent defendi, prædictumque latus male esset munitum, cum autem modo dicto in prop: 35 secundi libri latus tantæ magnitudinis defendi possit nullo alio modo muniendum erit; quibus præcognitis, cum linea capitalis valde longa evadat munire oportebit latus A B sine alis in cortina, cumque eadem ratione ala propugnaculi evadat satis ampla construi poterit modo dicto in prop: 41. secundi libri; hoc tamen non de necessitate, sed ad hoc ut plura tormenta occultari possint, duo latera itaque A B, C D muniri poterunt modis demonstratis in alijs propositionibus libri secundi latus vero B C muniendum erit modo dicto in prop: 35. ejusdem secundi libri.

***

Con-

Conclusio.

IN figuris itaque irregularibus muniendis ratio habenda est ad varietatem angulorum & laterum, pro quorum diversitate, multi casus, præter adductos, accidere possunt, quos, longum esset, singulos recensere, omnes tamen ad hos reducuntur, nempe, vel latera nimis longa sunt, vel nimis brevia, vel adæquatæ longitudinis, verum inter se inæqualia; hinc est quod adhibere oportebit propugnacula plana, quę habeant, & angulum rectum, & obtusum sicut opus erit, omnesque munitiones diversarum spetierum, pro ut qualitas lateris, & anguli postulabit, aliquando vero latus aliquod nimis breve vice cortinæ fungere debebit, & aliquando nisi unicum propugnaculum, vel etiam dimidiatum, continere poterit; At dum figura mutari poterit ad meliorem formam reducenda erit, & hæc de munimentis irregularibus dicta sufficiant.

Annotatio circa obsidionem.

VRbem munitam obsidentes curare maximè debent ut quam minimo suo periculo hostile munimentum aggrediantur, quare ictibus obsidentium, campestres munitiones opponendæ, & accessus ab illis obijciendi erunt, ne eorum offensionibus expositi remaneant, sed tuti circumvallationem perficere, & ad fossam se conferre queant, quæ omnia cum geometria ægeant quomodo construendæ sint stationes, ac fortalitia campestria, & accessus ad urbem dirrigi debeant demonstrabimus.

Reductum construere.

Prop. XVII. Probl.

CUm hoc opus sit omnium simplicissimum facilima erit eius delineatio, & constructio, constructo enim quadrato, cujus latus A B sit pedum 48, vel 60, vel 72 factus erit reductus, cujus area invenietur multiplicando latus in se ipsum, si itaque latus erit pedum 48, area erit pedum quadratorum 2304, si pedum 60 area erit pedum quadratorum 3600, si pedum 72 area erit pedum qua- Figura XIV.

dratorum 5184. Adhibentur talia opera pro accessibus, & lineis muniendis.

Reductum construere, qui sit capax 200 militum in debita distantia existentium.

Prop. XVIII. Probl.

CUm unusquisque miles occupet tres pedes geometricos in ordine frontali, & septem in ordine laterali totus numerus 200 multiplicandus erit per septem, fietque productus 1400, quo diviso in 3, quotiens erit 466⅔, cujus radix quadrata erit 21 abjectis fractionibus, totidemque milites occupabunt unumquemque ordinem, per quos si dividatur numerus 200, prodibit numerus ordinum nempe 9, totidemque milites occupabunt lineas laterales, & sic, dispositus erit manipulus in forma geometrice quadrata, & remanebunt 11 milites. His peractis multiplicetur numerus 21 per 3 vel 9 per 7, & productus erit 63, totidemque pedes occupabit quodlibet latus prædicti quadrati, quibus aditis pedibus saltem 10 pro spatio inter quadratum prædictum, & vallum operis intercepto summa erit pedum 73, tantaque erit quantitas lateris prædicti reductus.

Rectangulum construere æquale quo ad capacitatem dato quadrato, cujus latus majus duplum sit lateris quadrati.

Prop. XIX. Probl.

Figura XV. SIt quadratum ABCD, cujus unumquodque latus sit pedum 73, cui æquale construendum sit parallelogramum, quod habeat latus majus duplum lateris quadrati. Latera quadrati bifariam dividantur in punctis E, G, X, Z, quæ connectantur rectis EG, XZ, producanturque duæ parallelæ AD, EG ad I, & H usque, ita ut recta AI dupla sit lateris AD, ipsique sit æqualis recta EH, duoque puncta I, & H connectantur recta IH constructumque erit rectangulum. Cum enim duæ lineæ EG, XZ se intersecantes in puncto F bifariam dividant latera quadrati, totum quadratum divi-

divisum erit in quattuor quadratis æqualibus nempe BEFX, XLGF, FGDZ, ZFEA, cumque AI sit dupla ipsius AD eadem AI divisa erit bifariam in D. & non bifariam in Z, quare rectangulum sub segmentis inæqualibus IZ, ZA cumpræhensum, nempe rectangulum FZIH, unà cum quadrato intermediæ sectionis ZD, nempe quadrato XFGC erit æquale quadrato ABCD per prop: 5 lib: 2 Eucl: at quia quadrato XFGC æquale est quadratum AEFZ ex constructione, ideo totum rectangulum EAIH erit æquale quadrato ABCD.

Trapezium construere æquale dato rectangulo, cujus majora duo latera opposita sint parallela, reliqua vero duo sint æqualia.

Prop. XX. Probl.

Sit parallelogramum AEHI, cujus latera AE, HI bifariam dividantur in punctis T, V, deinde ex recta AI abscindantur duæ portiones AK, LI tantæ magnitudinis, quantæ opus erit, & à punctis K & L ducantur per punctaa T & V rectæ KS, LY, quæ terminentur a recta EH, hinc inde producta in S, & Y, constructumque erit trapezium quæsitum SKLY. Cum enim duo anguli TAK, TES sint recti, & duo anguli ATK, STE sint ad verticem, duo triangula TAK, TES habebunt duos angulos duobus angulis æquales utrumque utrique, habebunt etiam unum latus uni lateri æquale, cum recta AE bifariam divisa sit in T, quare per prop: 26 lib: pri: Eucl: totum triangulum TES æquale erit toto triangulo TAK, eademque ratione triangulum VHY erit æquale triangulo VLI, ideoque quantum aufertur rectangulo tantum additur trapezio & sic fiet ipsi æquale; quod autem latera SY, KL sint parallela patet, cum duo latera EH, AI sint parallela, quod vero duo latera SK, YL sint æqualia apparet, cum triangula STE, TAK, VHY, VLI sint æqualia, & æquiangula. Hoc tapezio duobus propugnaculis dimidiatis munito, ut in figura apparet, utemur pro accessibus defendendis, ut suo loco demonstrabimus. Figura XVI.

Munitiones stellatas construere.

Prop. XXI. Probl.

Reductibus fortiores sunt munitiones stellatæ, in illis enim

bent ea, quæ superius tradita sunt; margo fossæ esse solet 3 pedum, ejusdem fossæ latitudo pedum 30, vel 48, ejusque profunditas pedum 8, vel 10, totidemque pedum acclivitas.

Annotatio circa munimenta irregularia

IN munimentis regularibus construendis unusquisque elligere poterit unam ex superius traditis methodis, & munimentum vel simplex, vel duplex, vel triplex pro libitu statuere, cum & latera polygoni ejusdem longitudinis, & anguli inter se sint æquales, quod in munimentis irregularibus præstari non potest; cum enim habeant, & latera, & angulos inæquales, non quodlibet latus ejusdem munitionis capax erit, sed uni congruet munimentum cum alis in cortina, alteri munimentum sine alis in cortina, in aliquibus ala propugnaculi super cortina ad angulos rectos errigi poterit, in quibusdam eadem ala ad cortinam obliquè ducere opportebit, quare cognitio omnium muniendi specierum necessaria erit, ut ex propositionibus infra positis apparebit.

Propugnaculum planum super recta linea construere, ejusque linearum quantitates invenire.

Prop. VII. Probl.

Figura VI.

SIt recta HG linea, super qua construendum sit propugnaculum planum, cujus medietas esse debeat in puncto I. Ex eodem puncto I super recta HG errigatur perpendicularis IA, utcumque producta, à qua abscindatur portio Ic æqualis alæ ejusdem propugnaculi, sitque u. g. pedum 100, totidemque pedes continebit recta Ic, per cujus terminum c ducatur recta BN parallela ipsi HG, in qua ex puncto I abscindatur portio IL æqualis ipsi Ic, connectanturq; duo puncta L, & c recta Lc, quæ producatur usq; in K, ita ut recta cK contineat pedes 120, deinde facto centro in c, intervallo cK describatur semicirculus aKd intersecans rectam cK in puncto K, ducaturque recta AN, ita ut tangat semicirculum prædictum in puncto K, producaturque hinc inde, quousque terminetur à rectis IA, BN, quibus peractis ex recta BN abscindatur portio

cB æqua-

cB æqualis ipsi cN, connectanturque duo puncta B, & A recta AB, & à punctis B, & N ducantur rectæ BD, NE perpendiculares ipsi HG, & delineatum erit propugnaculum planum, in quo duæ rectæ BA, AN erunt facies duæ, BD, NE alæ, duæque DI, IE lineæ colli, quibus peractis omnium quantitates indagandæ erunt. Ala itaque BD, seu NE continebit ex constructione pedes 100, facies vero BA, seu AN invenietur pedum 240, cum enim in triangulo ILc duo latera Ic, IL sint ex constructione æqualia, etiam duo anguli ILc, IcL erunt inter se æquales, & per consequens erunt semirecti, sic & angulus AcK erit semirectus, nec non angulus KcN, cum duo anguli IcL, AcK sint ad verticem, & angulus AcN sit ex constructione rectus, at quia recta Kc ducta est à centro c ad K punctum contactus semicirculi aKd & rectæ AN, duo anguli AKc, cKN per prop: 18 lib: 3 Eucl: erunt recti, ideoque angulus cAK, & angulus cNK erunt semirecti, & sic in triangulo AKc, cum duo anguli KcA, KAc sint æquales, duo latera Kc, KA erunt æqualia, eademque ratione latus KN æquale erit lateri Kc, & per consequens lateri AK, quare recta AN dupla erit rectæ Kc, cumque eadem Kc sit ex constructione pedum 120 recta AN erit pedum 240; ut vero reperiatur linea defensionis stringentis AC considerandum est triangulum BCD, quod, cum sit simile triangulo AcB angulus DBC, seu DCB continebit grad: 45, quare ut hypothenusa BC innotescat, fiat ut sinus totus ad latus BD pedum 100, ita 141421 secans anguli DBC grad: 45 ad hypothenusam BC, quæ invenietur pedum 141. 4. 2. 1, quibus additis pedibus 240 rectæ AB, tota AC consurget pedum 381. 4. 2. 1, qua mediante, ut latus ID, seu ipsi æqualis recta Ac consurgat, fiat ut sinus totus ad hypothenusam AC pedum 381. 4. 2. 1, ita 70710 sinus anguli ACI grad: 45 ad latus IC, seu AI, quod invenietur pedum 269. 7. 0. 2, à quibus ablatis pedibus 100, rectæ CD æqualis ipsi BD, remanebit recta ID pedum 169. 7. 0. 2, ex quibus etiam ala cortinæ, & linea defensionis figentis inveniri poterunt, ut in munimentis regularibus demonstravimus.

Aliqui asserunt angulum propugnaculi plani majorem esse non posse grad: 90, at qua ratione nondum percepimus, ideoque, alijs melius consultis, majorem esse posse affirmabimus, & in sequentibus probabimus.

Propugna-

Propugnaculum planum habens angulum majorem recto construere, linearumque quantitates invenire.

Prop. VIII. Probl.

Figura. VII. Super recta FO construendum sit propugnaculum planum, cujus capitalis terminare debeat in puncto H. Statuatur quantitas alæ, quæ u. g. sit pedum 120, qua supposita, à puncto H excitetur perpendicularis ipsi FO recta HA, in qua à puncto H numerentur pedes 120, qui terminentur à puncto I, à quo numerentur iterum pedes 120, qui terminentur à puncto A, in quo facto centro, intervallo AI utcumque sumpto describatur arcus KI super quem, eadem manente sexti apertura transferatur distantia AI, ex I in K, connectanturque duo puncta A, K recta AK, quæ producatur quousque terminetur à recta FO, ipsique æqualis ducatur recta AM, quæ cum recta AH faciat angulum HAM æqualem angulo HAC, deinde per punctum I ducatur recta BL parallela ipsi CM intersecans rectam AH orthogonaliter, rectasque AC AM ad angulos obliquos in punctis B, & L, à quibus ducantur duę alæ BD, LG perpendiculares ipsi CM, & constructum erit propugnaculum planum, cujus linearum quantitates indagandæ erunt. Ala itaque BD, seu LG continebit ex constructione pedes 120, facies vero AB, seu AL ut innotescat considerandum est triangulum ABI, in quo angulus BIA ex constructione est rectus, angulusque BAI erit grad: 60, cum enim semidiametro AI sit æqualis ex constructione recta KI, duæque AK, AI sint æquales, eo quod ductæ sunt à centro ad circumferentiam triangulum AKI erit æquilaterum, ipsaque KI erit latus exagoni, & per consequens arcus KI erit sexta pars circuli, continebitque grad: 60, qui, cum sit mensura anguli KAI, etiam prædictus angulus continebit grad: 60, ex quo sequitur, quod angulus ABI sit grad: 30, cumque ita se habeat latus AI ad hypothenusam AB, uti se habet sinus anguli ABI ad sinum totum, sinusque totus sit in proportione dupla sinus anguli prædicti, etiam hypothenusa AB erit in proportione dupla lateris AI, latus vero prædictum ex constructione est pedum 120, ideoque hypothenusa BA erit pedum 240, cumque ala BD ex constru-

ſtructione ſit pedum 120 eadem ratione hypothenuſa BC erit pedum 240, cum duo triangula ABI, BCD ſint ſimilia, ideoque linea defenſionis ſtringentis AG erit pedum 480, ut vero linea colli DH, ſeu ipſi æqualis BI reperiatur, fiat ut ſinus totus ad latus AI pedum 120, ita 173205 tangens anguli BAI grad: 60 ad latus BI, ſeu DH, quod invenietur pedum 207.8.4.9, cui æqualis eſt latus CD, ut ex dictis patet.

Si propugnaculum planum habebit angulum majorem recto, ſatis amplas habebit defenſiones.

Prop. IX. Theor.

Conſtructo propugnaculo modo dicto in antecedenti propoſitione angulus BAL erit grad: 120, quem ſubſiſtere poſſe probabimus, & primò, etiamſi neceſſario munimentum habere deberet alas in cortina, conſtructo tali propugnaculo ala cortinæ eſſet ſatis ampla; ſupponatur itaque cortinam ED pedum 480, quanta eſſe ſolet in munimentis mediocribus, deinde conſideretur triangulum CBD, in quo cum recta BC ſubtendat angulum rectum, major erit recta CD, & quia eadem BC inventa eſt in antecedenti propoſitione pedum 240 erit æqualis dimidio cortinæ, cujus minor erit recta DC, & ſic ala cortinæ EC erit major dimidio cortinæ, & per conſequens ſatis ampla. Figura VII.

Secundo ratione anguli defenſionis exterioris prædictum propugnaculum ſubſiſtere poterit, cum enim duo triangula ABI BCD ſint ſimilia, propter latera circa rectum angulum parallela, angulus BCD erit æqualis angulo ABI, ideoque continebit grad: 30, ut ex antecedenti propoſitione patet, tantæque magnitudinis eſt etiam angulus defenſionis interior in dodecagono, dum in eodem ſtatuitur angulus propugnaculi rectus, quare prædictus angulus erit ſufficientis magnitudinis; angulus igitur propugnaculi plani eſſe poterit, & rectus, & obtuſus prout opus erit, ſi enim majorem portionem lateris tegere debebit propugnaculum, adhibendus erit angulus obtuſus, ſi minorem, rectus.

Contendunt inſuper aliqui alas propugnaculi extendi non poſſe ultra pedes 120. Nos tamen ulterius produci poſſe non dubitamus, ſi enim ala BD produceretur uſque in d, ipſi addendo pedes

20, non vidimus qua ratione non posset defendi tam ala B d, quam facies B A ab ala propugnaculi oppositi S e, & ala cortinæ e c.

Talibus propugnaculis muniuntur lineæ rectæ, quæ tamen muniri possunt ab operibus figuram parmulæ retinentis, ut in figura 8 apparet.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus in quo necessario cortina debeat habere alas.

Prop. X. Theor.

Figura IX.

Sit angulus C B A grad: 92:11, latusque B A pedum 448, à quo si abscinderentur hinc inde lineæ utriusque colli ad minimum pedum 105, remaneret cortina pedum 238, quæ esset nimis brevis ad hoc ut alæ se possent ad invicem defendere, nec non cortinam tormentis, quare totum propugnaculum ex una parte fieri debet super latere A G, & ex altera parte super latere B C, ita ut duæ facies E K, L M cum duabus alis A L, B K ultra latus A B extendantur, sintque facies pedum 240, & alæ pedum 60, quos excedere non posse probabimus; supponatur itaque alam B K, perpendiculariter ductam super latus B A esse pedum 60, statuaturque angulus a E D grad: 60, & angulus E D a grad: 15, deinde consideretur triangulum rectangulum K B D, in quo, cum noti sint anguli ex hypothesi, notumque sit latus B K, ut latus B D innotescat, fiat ut sinus totus ad latus B K pedum 60, ita 373205 tangens anguli B K D grad: 75 ad latus B D, quod invenietur pedum 223. 9. 2. 3, & ut hypothenusa K D consurgat, fiat ut sinus totus ad latus B K pedum 60, ita 386370 secans anguli B K D grad: 75 ad hypothenusam K D, quæ invenietur pedum 231. 8. 2. 2, quibus additis pedibus 240 faciei E K, tota E D erit pedum 471. 8. 2. 2, qua habita, ut innotescat recta a D trianguli a E D, in quo noti sunt ex hypothesi duo anguli a E D, a D E, & per consequens etiam tertius E a D grad: 105, fiat ut 96592 sinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471. 8. 2. 2, ita 86602 sinus anguli D E a grad: 60 ad latus a D, quod invenietur pedum 423. 0. 2. 3, à quibus ablatis pedibus 223. 9. 2. 3 rectæ B D, remanebit recta B a pedum 199. 1. 0. 0, & ut latus E a reperiatur, fiat ut 96592 sinus anguli E a D grad: 105 ad latus E D pedum 471, 8. 2. 2, ita 25881 sinus anguli E D a gr: 15 ad latus E a, quod invenietur pedum 126, 4. 2. 0; quibus peractis

ctis considerandum est triangulum BaC, in quo notum est latus aB inventum pedum 199.1.0.0, notus erit angulus aBC grad: 87:49, cum sit complementum anguli CBA ex hypothesi grad: 92:11, nec non angulus CaB grad: 75, cum sit complementum anguli EaB grad: 105, & per consequens angulus aCB grad: 17:11, quare ut latus aC innotescat, fiat ut 29543 sinus anguli aCB gr: 17:11 ad latus Ba pedum 199.1.0.0, ita 99927 sinus anguli aBC grad: 87:49 ad latus aC, quod invenietur pedum 673.4.4.0, quibus additis pedibus 126.4.2 o rectæ Ea, tota EC consurget pedum 799.8.6.0, quibus præcognitis si in puncto C terminare debeat propugnaculum planum QPONC, necessario cortina BA habere debet alas, si enim propugnaculi ala BK produceretur in punctum c, ita ut per ipsum transire deberet linea defensionis bd, ad hoc ut duæ facies ejusdem propugnaculi in uno puncto coirent, cum recta bd ducta sit extra rectam ED, producenda esset recta CE usque in b, & sic recta Cb excederet ictum sclopeti, cum recta CE inventa sit pedum 799.8.6.0, non potest igitur duci linea defensionis extra punctum E.

Ducatur secundo à puncto E ad punctum d linea defensionis Ed, ita ut cortina sit sine alis, producaturque ala propugnaculi BK usque in e, in hoc casu ala propugnaculi Be esset nimis parva dum cortina careret alis, & facies fieret minor pedum 240, quod est absurdum, cum recta EK caderet infra rectam Ee, hæc esset minor illa, recta vero EK ex constructione ponitur pedum 240, recta igitur Ee esset minor pedum 240, quare ala propugnaculi BK non potest esse major pedum 60, ex quo sequitur quod neque ala AL excedere possit dictam quantitatem, si enim fieret major destrueretur ala cortinæ BD, & sic simplici ala BK non posset satis defendi propugnaculum oppositum; cortina igitur in hoc casu necessario habere debet alas.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, cujus cortina sit incapax alarum.

Prop. XI. Theor.

SIt ut supra latus BA pedum 448, angulus ABC grad: 92:11 linea defensionis EC pedum 799.8.6.0, sitque latus BC pedum 650. Figura IX.

650. 9. 6. 5, in hoc casu cortina C F erit incapax alarum, punctum enim C est terminus communis rectæ a C, & rectæ C B, quod patet per ratiocinium triangulorum, consideretur itaque triangulum a C B, in quo latus B a inventum est pedum 199. 1. 0. 0, latusque a C pedum 673. 4. 4 0, & noti sunt anguli, nempe angulus C B a grad: 87: 49, angulus C a B grad: 75, & angulus a C B grad: 17: 11, quare ut latus C B innotescat, fiat ut 29547 sinus anguli a C B grad: 17: 11 ad latus B a ped: 199. 1. 0. 0, ita 96592 sinus anguli C a B grad: 75 ad latus C B, quod invenietur ped: 650 9. 6. 5, cumque hæc sit quantitas lateris dati, idem latus connectet duo puncta C, & B, & sic punctum C erit terminus communis rectæ a C, & rectæ C B, quare ad partes C cortina C F habere non poterit alam, ex quo sequitur, quod neque ad partes F fieri debeat, si enim fieret ala cortinæ R F ala propugnaculi C S esset minor, quam si cortina careret ala, nam à puncto O ad punctum F ducta linea defensionis O F caderet extra triangulum O T R, & sic produci posset ala propugnaculi usque in N, qua mediante magis defenderetur pars opposita; cortina igitur C F necessariò carere debet alis.

In aliquo munimento irregulari potest dari propugnaculum planum, quod necessario habere debeat angulum facierum obtusum.

Prop. XII. Theor.

Figura IX. Sit latus C B pedum 650. 9. 6. 5, cujus cortina C F esse debeat sinealis, ut in antecedenti propositione demonstratum est, sit angulus C B A ut supra grad: 92: 11, linea defensionis b C pedum 799. 8. 6. 0 angulus p C B grad: 177: 49, & latus p C pedum 970. His positis, cum latus p C sit nimis longum super ipso construere oportebit propugnaculum planum, cujus ala S C, vel N C terminare debebit in puncto C, si enim magis versus p terminaret dicta ala, defendere non posset totam faciem E X, linea enim defensionis esset major recta E C, & sic, si ala propugnaculi distaret à puncto C pedes 2 tantum, linea defensionis extenderetur ultra ictum sclopeti, at si terminaret magis versus B recta E C intersecaret rectam N C, cum necessariò recta E C terminare debeat in pun-

puncto C, uti demonstratum est; à puncto igitur C erigatur C S perpendicularis ipsi p C, sitque pedum 120, at quoniam duæ rectæ p C, C B sunt quasi in directum, cum angulus p C B sit ex hypothesi grad: 177.49, angulus S C R erit proximus recto, quod si statuatur angulus propugnaculi q O S rectus, dimidium ejusdem anguli erit grad: 45, angulusque T O R erit semirectus, & angulus S R C erit proximus semirecto, quare latus C R non multum differret à latere S C, & sic cortina C F haberet alam R F, at quia in antecedenti propositione demonstratum est alam prædictam in cortina auferendam esse, ideo ducere oportebit à puncto O ad punctum F lineam defensionis O F, quæ cum cadat extra triangulum O T R angulus T O F erit major angulo T O R, & sic angulus q O F erit major angulo q O R, qui positus fuit rectus, ipsoque multo major angulus P O N; in prædicto igitur propugnaculo angulus facierum esse debebit major recto.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, super quo construi oporteat propugnaculum planum, cujus angulus facierum necessario esse debeat rectus.

Prop. XIII. Theor.

Sit latus I W pedum 1169. 4. 0. 4, quod, cum sit nimis longum oportebit super ipsum construere propugnaculum planum; abscindatur itaque ex eodem latere portio ℞ W pedum 110 pro linea colli propugnaculi ℞ o r, nec non portio I u pedum 120 pro linea colli oppositi propugnaculi, deinde ex utraque parte abscindantur duæ partiones ℞ n, u V, quarum unaquæque contineat pedes 300, & remanebit in medio spatium V n pedum 339. 4. 0 4 pro superstruendo propugnaculo plano, quod erit primi generis, cum enim linea colli in prædicto propugnaculo primi generis evadat pedum 169. 7. 0. 2, ut apparet in prop. 7 hujus libri, duæ lineæ colli simul sumptæ continebunt pedes 339. 4. 0. 4, quare prædictum propugnaculum habere debebit angulum x Y Z rectum, nam cum demonstratum sit in citata propositione, quod prædicto angulo existente recto facies evadit pedum 240, si fieret major recto facies esset minor pedum 240, (quod est absurdum) quia si duæ facies Figura IX.

In aliquo munimento irregulari potest dari latus, cujus cortina habere debeat alas, quarum unaqueque sit multo minor dimidio cortinæ.

Prop. XV. Theor.

SIt latus B L ped. 267.8.4.6 super quo construendum sit dimidiatum propugnaculum planum, ut in antecedenti propositione dictum est, cujus capitalis G L invenietur per ratiocinium triangulorum pedum 261.2.9.7, sitque latus L e pedum 433.7.9.5, & latus e n pedum 754.6.5.6, angulus B L e grad: 106.9, angulus L e n grad: 108, qui cum sit angulus polygoni pentagoni, ipso superstruendum erit propugnaculum b d h, quod habere debebit angulum b d h æqualem angulo propugnaculi pentagoni per axioma 5 hujus libri, productaque facie d b, linea d L terminare debebit in puncto L, ubi scilicet coeunt duæ lineæ G L, & L e, si enim terminaret supra dictum punctum intersecaret rectam G L, & sic facies b d minorem defensionem haberet, at si terminaret infra dictum punctum, ala b c fieret minor, & cortina L c minorem defensionem haberet. His præcognitis si angulus b d e esse debebit æqualis angulo e d h, recta e f æqualis erit rectæ L e, cum enim duo triangula L d e, d e f sint similia, ut consideranti patebit, & latus d e sit commune, etiam latus L e æquale erit lateri e f, quare continebit ped: 433.7.9.5, à quibus ablatis pedibus 132.1.5.1 lineæ colli e g (tanta enim esse debet in hoc casu ejus quantitas, ad hoc ut linea defensionis figentis non excedat ictum bombardæ) remanebit recta g f pedum 301.6.4.4, at si à tota e n pedum 754.6.5.6 auferantur pedes 264.3.0.2 duarum linearum colli simul sumptarum, remanebit cortina g l pedum 490.3.5.4, cujus dimidium erit pedum 245.1.7.7, & ideo majus alà cortinæ, si enim à pedibus 490.3.5.4 cortinæ g l auferantur pedes 301.6.4.4 rectæ g f, remanebit quantitas alæ cortinæ f l pedum 188.7.1.05 quod si linea defensionis stringentis in medio cortinæ caderet, vel angulus propugnaculi fieret minor, vel ala propugnaculi fieret brevior, & si cortina fieret sine alis, vel linea defensionis excederet ictum bombardæ, vel ala propugnaculi non evaderet tantæ magnitudinis, quantæ opus esset, quæ omnia cognosci poterunt per ratiocinium triangulo-

gulo-

gulorum, quod brevitatis causa prætermittimus; quare in præsenti casu cortina habere debebit alas, sed unaqueque multò minor dimidio cortinæ.

In aliquo munimento irregulari possunt dari latera, super quibus construi debeant munitiones in prop. 35, & 41 libri secundi descriptæ.

Prop. XVI. Theor.

Figura XI. Sit latus B C pedum 872.4.6.8, latus A B ped. 791.6.3.3, sitque angulus A B C grad: 120, totidemque gradus contineat angulus B C D. His positis cum latus B C ponatur pedum 872.4.6.8, si duobus angulis A B C, B C D superstruerentur duo propugnacula, facies oppositæ medietatum propugnaculorum, super latere B C existentium non possent bombardis manualibus defendi, nam etiamsi abscinderentur hinc inde duæ lineæ colli, quarum unaqueque contineret pedes 120, tamē linea defensionis figentis excederet ictum bombardæ manualis, nec super eodem latere construi posset propugnaculum planum, occuparet enim ad minimum pedes 339, ut superius demonstratum est, quare, si ad partes B, & C abscinderentur duæ lineæ, etiamsi unaqueque contineret pedes tantum 100, duæ cortinæ hinc inde, inter prædictarum linearum colli, & propugnaculi plani terminos inclusæ, essent pedum 166.7.3.4, & sic non possent defendi, prædictumque latus male esset munitum, cum autem modo dicto in prop: 35 secundi libri latus tantæ magnitudinis defendi possit nullo alio modo muniendum erit; quibus præcognitis, cum linea capitalis valde longa evadat munire oportebit latus A B sine alis in cortina, cumque eadem ratione ala propugnaculi evadat satis ampla construi poterit modo dicto in prop: 41. secundi libri; hoc tamen non de necessitate, sed ad hoc ut plura tormenta occultari possint, duo latera itaque A B, C D muniri poterunt modis demonstratis in alijs propositionibus libri secundi latus vero B C muniendum erit modo dicto in prop: 35. ejusdem secundi libri.

***

Con-

Conclusio.

IN figuris itaque irregularibus muniendis ratio habenda est ad varietatem angulorum & laterum, pro quorum diversitate, multi casus, præter adductos, accidere possunt, quos, longum esset, singulos recensere, omnes tamen ad hos reducuntur, nempe, vel latera nimis longa sunt, vel nimis brevia, vel adæquatæ longitudinis, verum inter se inæqualia; hinc est quod adhibere oportebit propugnacula plana, quę habeant, & angulum rectum, & obtusum sicut opus erit, omnesque munitiones diversarum spetierum, pro ut qualitas lateris, & anguli postulabit, aliquando vero latus aliquod nimis breve vice cortinæ fungere debebit, & aliquando nisi unicum propugnaculum, vel etiam dimidiatum, continere poterit; At dum figura mutari poterit ad meliorem formam reducenda erit, & hæc de munimentis irregularibus dicta sufficiant.

Annotatio circa obsidionem.

VRbem munitam obsidentes curare maximè debent ut quam minimo suo periculo hostile munimentum aggrediantur, quare ictibus obsidentium, campestres munitiones opponendæ, & accessus ab illis obijciendi erunt, ne eorum offensionibus expositi remaneant, sed tuti circumvallationem perficere, & ad fossam se conferre queant, quæ omnia cum geometria ægeant quomodo construendæ sint stationes, ac fortalitia campestria, & accessus ad urbem dirrigi debeant demonstrabimus.

Reductum construere.

Prop. XVII. Probl.

CUm hoc opus sit omnium simplicissimum facilima erit eius delineatio, & constructio, constructo enim quadrato, cujus latus A B sit pedum 48, vel 60, vel 72 factus erit reductus, cujus area invenietur multiplicando latus in se ipsum, si itaque latus erit pedum 48, area erit pedum quadratorum 2304, si pedum 60 area erit pedum quadratorum 3600, si pedum 72 area erit pedum qua- Figura XIV.

dratorum 5184. Adhibentur talia opera pro accessibus, & lineis muniendis.

Reductum construere, qui sit capax 200 militum in debita distantia existentium.

Prop. XVIII. Probl.

Cum unusquisque miles occupet tres pedes geometricos in ordine frontali, & septem in ordine laterali totus numerus 200 multiplicandus erit per septem, fietque productus 1400, quo diviso in 3, quotiens erit 466⅔, cujus radix quadrata erit 21 abjectis fractionibus, totidemque milites occupabunt unumquemque ordinem, per quos si dividatur numerus 200, prodibit numerus ordinum nempe 9, totidemque milites occupabunt lineas laterales, & sic, dispositus erit manipulus in forma geometrice quadrata, & remanebunt 11 milites. His peractis multipliceturnumerus 21 per 3 vel 9 per 7, & productus erit 63, totidemque pedes occupabit quodlibet latus prædicti quadrati, quibus aditis pedibus saltem 10 prospatio inter quadratum prædictum, & vallum operis intercepto summa erit pedum 73, tantaque erit quantitas lateris prædicti reductus.

Rectangulum construere æquale quo ad capacitatem dato quadrato, cujus latus majus duplum sit lateris quadrati.

Prop. XIX. Probl.

Figura XV. Sit quadratum ABCD, cujus unumquodque latus sit pedum 73, cui æquale construendum sit parallelogramum, quod habeat latus majus duplum lateris quadrati. Latera quadrati bifariam dividantur in punctis E, G, X, Z, quæ connectantur rectis EG, XZ, producanturque duæ parallelæ AD, EG ad I, & H usque, ita ut recta AI dupla sit lateris AD, ipsique sit æqualis recta EH, duoque puncta I, & H connectantur recta IH constructumque erit rectangulum. Cum enim duæ lineæ EG, XZ se interscecantes in puncto F bifariam dividant latera quadrati, totum quadratum divi-

divisum erit in quattuor quadratis æqualibus nempe BEFX, XLGF, FGDZ, ZFEA, cumque AI sit dupla ipsius AD eadem AI divisa erit bifariam in D, & non bifariam in Z, quare rectangulum sub segmentis inæqualibus IZ, ZA cumpræhensum, nempe rectangulum FZIH, unà cum quadrato intermediæ sectionis ZD, nempe quadrato XFGC erit æquale quadrato ABCD per prop: 5 lib: 2 Eucl: at quia quadrato XFGC æquale est quadratum AEFZ ex constructione, ideo totum rectangulum EAIH erit æquale quadrato ABCD.

Trapezium construere æquale dato rectangulo, cujus majora duo latera opposita sint parallela, reliqua vero duo sint æqualia.

Prop. XX. Probl.

Sit parallelogramum AEHI, cujus latera AE, HI bifariam dividantur in punctis T, V, deinde ex recta AI abscindantur duæ portiones AK, LI tantæ magnitudinis, quantæ opus erit, & à punctis K & L ducantur per punctaa T & V rectæ KS, LY, quæ terminentur a recta EH, hinc inde producta in S, & Y, constructumque erit trapezium quæsitum SKLY. Cum enim duo anguli TAK, TES sint recti, & duo anguli ATK, STE sint ad verticem, duo triangula TAK, TES habebunt duos angulos duobus angulis æquales utrumque utrique, habebunt etiam unum latus uni lateri æquale, cum recta AE bifariam divisa sit in T, quare per prop: 26 lib: pri: Eucl: totum triangulum TES æquale erit toto triangulo TAK, eademque ratione triangulum VHY erit æquale triangulo VLI, ideoque quantum aufertur rectangulo tantum additur trapezio & sic fiet ipsi æquale; quod autem latera SY, KL sint parallela patet, cum duo latera EH, AI sint parallela, quod vero duo latera SK, YL sint æqualia apparet, cum triangula STE, TAK, VHY, VLI sint æqualia, & æquiangula. Hoc tapezio duobus propugnaculis dimidiatis munito, ut in figura apparet, utemur pro accessibus defendendis, ut suo loco demonstrabimus. Figura XVI.

Munitiones stellatas construere.

Prop. XXI. Probl.

Reductibus fortiores sunt munitiones stellatæ, in illis enim

 defen-

defensores arcere tantùm possunt hostes, in his vero se defendere queunt, quousque inimici intra angulum externum sint, cum meliorem defensionem habeant. Earum constructio talis est. Vel esse solent quadrangulæ, vel quinquangulæ; si stella esse debebit quadrangularis, fiat quadratum A B C D, cuius latus u. g. A B sit tantæ magnitudinis, quantæ esse debet latus reductus, quod bissecandum erit in E, ex quo ducatur normalis E F æqualis quartæ parti ipsius A E, punctaque A, F, B connectantur rectis AF, FB coeuntibus in puncto F, similiterque procedatur in reliquis quadrati lateribus, & constructa erit stella quadrangularis, at si esse debebit pentagona construendum erit pentagonum, bissectisque lateribus fiat ut dictum est de quadrangulari, cum hac tamen differentia quod perpendicularis sit æqualis ⅓ ipsius A E, & constructa erit stella pentagona. Reductum & stellarum orthographia est eadem nempe basis pedum 14, vel 20, altitudo 8, vel 10; latitudo 4, vel 6; margo pedum 2, vel 3; fossæ latitudo 14, vel 15; profunditas 5, vel 6; loricæ adduntur duo, vel tria scabella gradatim structa, quæ tamen orthographia augeri poterit ut opus erit.

Annotatio circa fortalitia campestria.

PRæter reductus alia fortalitia campestria fieri solent, quorum alia habent propugnacula dimidiata ut in figura 15 apparet, quæ esse solent plerumque quadrangula, quamvis etiam triangula fiant ut in figura 18 alia fiunt à parte anteriori ad modum operis cornuti, à parte vero opposita ad modum forcipulæ duplicis, ut figura 17 demonstrat. In prædictis munimentis observandum est, quod linea colli sit pedum 40, vel 60, ala pedum 20 vel 30, cortina pedum 120, vel 180, altitudo forcipulæ K C figuræ 17, lateris I E; horum autem orthographia esse potest eadem, quæ præmunitionum exteriorum. Hæc munimenta cum à multis adhibeantur hoc opere inserere voluimus, Nos verò, quamvis ea non spernamus, non necessaria tamen esse censemus, eo quod pro defensione stationum propugnacula plana, & parmulæ, pro lineis reductus satis idoneos esse comperimus; pro accessibus defendendis utuntur quam plurimi reductibus, aliqui etiam stellis, Nos autem addere voluimus trapezium munitum, in figura 16 expressum, cum ipsum utile cognoverimus, ut suo loco demonstrabimus.

Tran-

Transitus vel pontes defendere oportet operibus coronatis, vel, munimentis minoribus cum propugnaculis integris, quorum partes proportionari debent cum cortina, quæ esse potest pedum 120, vel 180, & absque alis.

Accessus ad faciem propugnaculi dirigendi sunt.

Prop. XXII. Theor.

CUm accessus dirigendi sint ad partes debiliores munimenti, antequam incipiantur, cognosci debet quænam ex his tribus nempe cortina, facie, ala, propugnaculi sit debilior. Si soliditatem harum partium respiciemus, inveniemus, dum propugnaculum non sit in medio vacuum, omnium debilissimam esse cortinam, eo quod minorem quantitatem terræ continet, quare si inimici eamdem aggredientes, ruinam in ipsam fecerint, actum erit de urbe, cum obsessi non habeant sufficientem quantitatem terræ, ut rescisiones facere possint ad impetum substinendum; at si defensiones consideràbimus, cognoscemus medium cortinæ, & cuspidem propugnaculi esse duo loca omnium fortissima, medium enim cortinæ d defenditur ab utraque parte, nempe ab alis e f, & c b, sic punctum g defenditur ab alis c b, & l h, ideoque hæc duo puncta duplicem habent defensionem, reliqua vero puncta cortinę quo magis ad alam propugnaculi accedunt, eo minorem defensionem habent, ita ut puncta e, & c ab opposita ala tantùm defenduntur, omniaque puncta faciei ex una parte solùm defendi queunt, ut in ipsa figura apparet, quare illa pars cortinæ, quæ prope alam propugnaculi existit, videtur debilissima, tam ratione defensionis, quam ratione constructionis, sed ad illas partes fossa habet majorem latitudinem, quam ad alias partes, ante faciem vero propugnaculi minimam latitudinem obtinet fossa, quare brevius est iter m k, quam n i, quamobrem medietas faciei nostris temporibus aggreditur, compertum enim est superari facilius posse omnes rescissiones, quam latit: fossæ n i, ad medietatem igitur faciei dirigendi sunt accessus. Figura XXI.

 Si

Si stationes distarent à loco obsesso ped: 1000, etiamsi altitudo loricæ interioris esset pedum 9, milites intra stationes existentes expositi essent ictibus tormentorum.

Prop. XXIII. Theor.

Figura. XXII. Cum ictus horizontalis tormenti majoris perveniat ad passus geometricos 500 seu pedes 2500 totidem pedes à loco obsesso distare debebunt stationes, ne ictibus tormentorum sint obnoxiæ, ictus enim horizontalis à lorica defenditur, at si tormentum ellevabitur in ellevatione communi globus ultra stationem cadet, & eo magis, quo magis ellevabitur, sic cæterorum tormentorũ ictus vel non pervenient ad loricam stationis, vel ab ipsa excipientur, vel supra stationem progredientur; at si propius urbem collocatæ erunt stationes milites expositi remanebunt ictibus tormentorum, quod ut pateat consideretur figura 12; in qua altitudo valli munimenti obsessi unà cum altitudine interiore loricæ sit a b pedum 24, sitque b i linea plani, b d distantia inter altitudinem prædictam valli obsessi, & stationem, quæ ex hypothesi sit ped: 1000, a i ictus tormenti, c d altitudo loricæ interioris stationis pedum 9, cui æqualis abscindatur ex recta a b portio b h, & remanebit recta a h pedum 15, connectanturque puncta h, c recta h c, quæ erit parallela, & æqualis ipsi b d, & sic constructa erunt duo triangula a h c, c d i, rectangula, & similia, quare ut latus d i innotescat, fiat ut latus a h pedum 15 ad latus h c pedum 1000, ita latus c d pedum 9 ad latus d i, quod invenietur pedum 600, tantaque erit distantia inter punctum, in quo cadet globus tormenti, & terminum altitudinis loricæ interioris stationis, qua cognita à recta c d abscindatur portio d g pedum 6, & remanebit portio g c pedum 3, à puncto vero g ducatur recta g e parallela ipsi h c, & b i, quæ terminetur à recta a i, & factum erit triangulum rectangulum c g e, quod erit simile triangulo a h g, quare ut latus g e innotescat, fiat ut latus a h pedum 15 ad latus h g pedum 1000, ita latus c g pedum 3 ad latus g e, quod invenitur pedum 200, quare globus tormenti intra recintum stationis ledere posset milites, cum enim altitudo mediocris hominis ponatur pedum 6, illi, qui ultra pedes 200 distabunt à termino altitudinis loricæ interioris, expositi erunt ictibus tormentorum.

Si

Si stationis loricæ altitudo esset pedum 6, etiamsi distantia inter vallum obsessum, & stationem esset pedum 2500 obsidentes expositi essent ictibus tormentorum.

Prop. XXIV. Theor.

Altitudinem loricæ stationum statuunt aliqui pedum 6; hac altitudine usi sunt Batavi in obsidione Sylvaducensi, at cum audivissent regium adventare exercitum pro obsessoribus opprimendis, loricæ exteriori addiderunt 3 pedes, & sic construxerunt vallum obsidionale pedum 9; Nos totidem pedum vallum interiorem esse debere censemus, nisi forte sensibiliter extra ictum horizontale tormenti positæ essent stationes, quæ tamen propè urbem quantum fieri potest collocari debent. Si igitur distantia b d esset pedum 2500, ut dictum est, & altitudo interior loricæ interioris d c esset tantum pedum 6, milites essent ictibus tormentorum obnoxij, globus enim, cùm ad finem ictus horizontalis pervenit, suum cursum ibi non terminat, sed ulterius progreditur minori tamen vi, & sensibili cum declinatione, semperque magis magisque lineæ plani b i se appropinquans, ex quo sequitur quod distantia globi à plano horizontali post loricam esset minor pedum 6, & sic milites statim post loricam ictibus patere inciperent, quod non eveniet dum loricæ altitudo erit pedum 9, nam antequam perveniat ad altitudinem hominis, declinare debebit pedes 3, quam declinationem antequam perfecerit ad loricam exteriorem pervenerit, ut consideranti patebit. Figura XII.

Annotatio circa stationes.

Quo ad orthographiam lorica stationum habere debet sua membra ut aliæ, & latitudo tanta sit, ut ictibus tormentorum resistere possit. Hæ stationes connectuntur à lineis obsidionalibus, quæ defenduntur à reductibus, vel operibus stellatis eo ordine

dine dispositis, quo in figura 2 apparet, lateraque stationum muniuntur propugnaculis, & cinguntur fossa, cujus latitudo sit ped: 12.

A dato loco accessus ad urbem obsessam ducere.

Prop. XXV. Probl.

Figura 11.

Diversimodè duci solent ad urbem obsessam accessus, aliqui enim eos ducunt recto tramite quadam linea tortuosa, extensis hinc inde ad instar ramorum quibusdam operibus transversis, talibusque accessibus utuntur utplurimùm Turcæ; alij obliquo tramite ducunt plures lineas inter se connexas ad instar gradum alicujus scalæ, easque nullis alijs operibus muniunt, alij lineas longiores inter se angulos obliquos efficientes ducunt, easque reductibus muniunt, alijque unica tantum linea transversali reductibus munita ad urbem accedunt. De omnibus prædictis variationibus diffusè Tensinus agit, Nos vero duobus prioribus modis relictis, tamquam minus utilibus, duobus posterioribus contenti erimus. Sit itaque punctum r terminus à quo ducendi sint accessus obliquo tramite ad urbem A b eodem puncto r ad punctum p ducatur linea visualis rp mediante dioptra alicujus instrumenti geometrici, vel alio modo inveniantur que per ratiocinium triangulorum anguli o p r q p r, quibus mediantibus etiam angulus o p q innotescet, deinde à puncto r ducatur recta r s, ita ut cum recta p r faciat angulum p r s, qui sit complementum ad duos rectos anguli o p r, cumque recta p r cadens super rectas o p, s r faciat angulos internos, & ad easdem partes æquales duobus rectis duæ lineæ o p, s r erunt inter se parallelæ per prop: 28 lib. 1. Eucl: Terminato ductu r s fiat alius s u, ducendo lineam s u, ita ut faciat angulum r s u æqualem complemento o p q ad duos rectos, & sic si produceretur recta r s in t, angulus t s u esset æqualis angulo o p q, cumque recta s r, seu t r sit parallela ipsi o p, etiam

recta

recta s u erit parallela ipsi p q, eademque ratione si recta z u efficiet cum recta s u angulum z u s æqualem angulo u s r, recta z u erit parallela ipsi s r, seu ipsi o p, & sic procedendo semper lineæ accessuum parallelæ erunt duabus rectis o p, p q, neque unquam ulla linea à munimento duci poterit, quæ sit in directum cum longitudine accessuum.

Prædictus modus vero quò tutior eò est difficilior, quia plures observationes requiruntur, quæ difficilè fieri queunt; aliter tamen duci possunt accessus. A puncto r ducantur ad puncta o, & q rectæ r o, r q, & observetur angulus o r q, deinde si ducendus erit accessus ad partes o, duci poterit secundum lineam r o, quæ cum respiciat punctum o, nulla alia linea ex munimento duci poterit, quæ sit ipsi in directum, cumque in altera parte incipi debeat novus flexus v. g. ex puncto w duci debet linea w △, ita ut cum recta w r faciat angulum △ w r, qui sit minor complemento anguli o r q, quod si idem angulus æqualis esset prædicto complemento, linea novi flexus esset parallela ipsi r q, & si produceretur terminaret in munimento, quod esset prægiuditiale oppugnantibus, quare quo magis prope urbem admoventur accessus eo minor esse debet angulus flexuum respiciens punctum r. Modus prædictus est superiore facilior, cum ex eodem puncto duæ sufficiant observationes, at non adeo tutus, quia nisi anguli flexuum debitam haberent proportionem inter se, aggressores detecti remanerent, quod sæpe sæpius contingit.

Tertius modus est satis tutus, & omnium facilissimus, ac brevissimus. A puncto, 8, observetur punctum q, ad quod ducatur linea 8 q, per quam dirigantur accessus, producanturque quousque opus fuerit, qui muniantur reductibus D, C, &c. distantibus inter se tantum, ut facile se defendere possint. Erit prędictus modus satis tutus, cum omnes lineæ, ductæ à munimento A ad partes 8 q, necessario intersecare debeant rectam 8 q, erit facilissimus, cum unica tantum observatione ægeat, & brevissimus cùm unica linea perficiantur accessus. Loco reductuum muniri poterit prædicta linea parvis operibus cornutis, quorum descriptio

extat in prop: 20 hujus libri, & sic melius, & linea supradicta, & prędicta opera defendi poterunt; duo enim cornua defendunt partem anteriorem operis, cætera latera defenduntur ab opere posteriori, cum enim latera 2, 3, -- 4, 5, non sint parallela sed cum recta 3, 5, -- faciant duos angulos 2, 3, 5 -- 4, 5, 3 obtusos, si producerentur concurrerent ad unum punctum, ad quod quo magis accederent, eò minor esset distantia inter se, & sic terminare deberent in punctis 6, & 7, si punctum concursus vltra opus posterius positum esset, ex quo sequitur quod duæ facies 9, 7, -- 6, * respiciant duo latera 4, 5, -- 2, 3, & sic omnes partes prædictorum operum defendi poterunt.

Quò magis acceditur ad urbem eò major esse debet accessuum altitudo.

Prop. XXVI. Theor.

Figura XIII.

NOn semper eadem esse potest accessuum altitudo, sed ipsam variare oportet, quò magis enim acceditur ad urbem eo major esse debet, ubique tamen tanta sit ut simul cum profunditate fossæ milites tegat; quod autem major esse debeat quò magis ad urbem acceditur geometricè patet. Sit punctum d magis distans, quam punctum c à puncto a, à quo ad prædicta duo puncta c, & d ducantur rectæ a c, a d, & orietur triangulum a c d, & angulus a c b, qui, cum sit externus major erit angulo a d c, quare si abscindantur ex a d, & a c duæ portiones æquales d z, u c punctum u magis distabit à recta b d quam punctum z, ideoque altitudo u x major esse debebit altitudine q z.

Eadem ubique esse potest profunditas fossæ accessum.

Prop. XXVII. Theor.

Figura XIII.

ALiqui putant profunditatem fossæ eò majorem esse debere quò minor est distantia ab urbe, Nos vero eamdem ubique esse posse invenimus. Distet punctum t à puncto b pedes 800, sit

r t

r t profunditas fossæ pedum 3, sitque altitudo valli a b comprehensa lorica pedum 24,& latitudo fossæ h t pedum 12. His positis, cum altitudo loricæ h g talis statuenda sit, ut ipsa mediante distantia globuli ejaculati,à puncto t esse debeat pedum 3,ita ut tota distantia s r sit pedum 6 ad hoc ut homo in fossa existens sit tutus, à tota à b abscindatur portio p b pedum 3, & remanebit portio a p pedum 21,à puncto vero p ducatur recta p s parallela ipsi b d, producaturque recta r t usque in s,deinde considerentur duo triangula rectangula,& similia, a p g, s t d, & ut latus t d reperiatur, fiat ut latus a p pedum 21 ad distantiam p s pedum 800, ita latus s t pedum 3 ad latus t d, quod invenietur pedum 114, abjectis fractionibus,quo cognito ut latus h g trianguli g h d consurgat,fiat ut latus d t inventum pedum 114 ad latus t s pedum 3, ita latus d h pedum 126 (compositum est enim ex latere d t, & latitudine superiore fossæ) ad latus h g, quod invenietur pedum 3 cum aliquibus fractionibus, quare altitudo l g esse poterit pedum 3$\frac{1}{2}$, qua habita indaganda erit altitudo e i; supponatur itaque distantia b o, seu p m pedum 200, & profunditas fossæ n o pedum 3,ut supra, erit altitudo m o pedum 3, ratione superius allata,quare ut latus o c innotescat,fiat ut latus a p pedum 21 ad latus p m pedum 200, ita latus m o pedum 3 ad latus o c, quod invenietur pedum 28, quibus additis pedibus 12 rectæ i o, tota i c erit pedum 40, qua cognita ut latus e i consurgat, fiat ut latus c o pedum 28 ad latus o m pedum 3,ita latus c i pedum 40 ad latus i e, quod invenietur pedum 4$\frac{2}{7}$,& sic altitudo loricæ esse poterit pedum 4$\frac{1}{2}$, ex quibus patet profunditatem fossæ esse posse ubique pedum 3; quod si versus urbem esset major,si aliquando plueret fossa impleretur acqua, quæ ibi maneret magno cum incomodo militum, dum nullum transitum haberet,quod aliquando contigit,quare fossa accessuum debet potius in principio esse profundior,vel si erit ubique æqualis, fieri debet à latere canaliculus declinans versus fossam castrorum, in qua derivari debebit acqua mediante aliquo ductu.

Latitudo fossæ accessuum communiter ponitur pedum 12 superius,inferius vero pedum 6, potest tamen augeri quantum opus fuerit,in reliquis lorica habere debet sua membra,ut in alijs, & quando erit nimis alta construi poterunt duo scabella.

Suggestus tormentorum construere.

Prop. XXVIII. Probl.

Figura 19,&20. Fiat linea A B, quæ, & numero, & magnitudini tormentorum proportionetur, super qua erigatur lorica A B F C intersecta tot foraminibus, quot esse debent tormenta, quorum altitudo G H tanta sit ut tormentum facile aptari possit, altitudo vero b c tanta sit ut tormentum tegatur, quæ fieri solet trium pedum, latitudo inferior, quam repræsentat recta T R figuræ 19 esse debet pedum 23 vel ad minimum 12, ut lorica resistere possit ictibus tormentorum inimicorum, acclivitas exterior W R sit æqualis dimidio altitudinis, interior T S æqualis dimidio acclivitatis exterioris; foramina fieri debent ad instar forcipis, quorum latitudo interior esse solet pedum 2, 2 ½ vel 3 ad summum, latitudo exterior, quando basis loricæ est pedum 12 esse solet cum latitudine interiore in proportione dupla, vel dupla sesquitertia, quando basis est pedum 23, tunc latitudo ad latitudinem interiorem esse solet in proportione tripla vel quadrupla, quare ratio habenda est ad qualitatem tormenti ad latitudinem loricæ & ad distantiam in qua statui debet suggestus.

Spatium super quo collocandum est tormentum sterni debet asseribus, planumque illud sursum inclinare debet, ut tormenta ad locum suum reduci possint; partes vero superiores loricæ versus campum declinare debent.

Quantum sit spatium ictibus alicuius tormenti expositum in data distantia cognoscere.

Prop. XXIX. Probl.

Figura XIX. Quod maius sit spatium ictibus tormenti expositum, quò major est distantia geometricè patet si enim fiant duo triangula æquiangula, & similia D A E, C A K, ita se habebit latus C K ad latus D E ut latus A K ad latus A E, latus vero A K ex constructione minus est latere A E, erit igitur etiam latus C K minus latere DE; Quot pedes autem contineat prædictum spatium cognoscetur, si prius nota sit distantia A E, notæque sint latitudines foraminis

tor-

tormenti, & ejus longitudo; supponatur itaque rectam dZ esse parallelam ipsi BN, sitque distantia AE, seu OF pedum 800 longitudo foraminis AL pedum 20 latitudo inferior AO pedum 3 exterior BN pedum 12. His positis à pedibus 12 latitudinis BN auferantur pedes 3 latitudinis AO, seu LM, eritque residuum pedum 9 quantitas duarum latitudinum BL, MN simul sumptarum, cujus dimidium pedum 4½ erit quantitas lateris BL trianguli BAL, quo cognito ut latus DE trianguli DAE innotescat, fiat ut latus AL pedum 20 ad latus BL pedum 4½, ita latus AE pedum 800 ad latus DE, quod invenietur pedum 180, cui æqualis erit recta FG, quibus addita portione EF pedum 3 æquale ipsi AO tota DG erit ped: 363; at si orificium tormenti ex puncto A respondebit puncto N, vel ex puncto O respondebit puncto B, ictus pervenient usque in Z, & d, & sic totum spatium dZ obnoxium erit ictibus prædicti tormenti; ut igitur recta dZ nota fiat, primò latitudini AO auferatur quantitas orificij tormenti, quæ sit u. g. ½ unius pedis, & sic recta Be erit pedum 5, quibus ablatis à pedibus 12 rectæ BN, remanebit recta Ne pedum 7, deinde à puncto a ducatur recta ab parallela, & æqualis ipsi AE, & constructa erunt duo triangula baZ, ea N, quæ erunt æquiangula, ut ex constructione deduci potest, quare ut latus bZ innotescat, fiat ut latus ae pedum 20 ad latus Ne pedum 7, ita latus ab pedum 800 ad latus bZ, quod invenietur pedum 280, à quibus ablatis pedibus 2 portionis bf, remanebit recta fZ pedum 278, cui æqualis erit recta db, ut ex dictis deduci potest, qua addita rectæ bZ pedum 280, tota dZ erit pedum 558, spatium igitur continens totidem pedes distans ab orificio tormenti pedes 800 expositum erit ictibus ejusdem tormenti, & sic data qualibet distantia cognosci poterit spatium prædictum.

Conclusio.

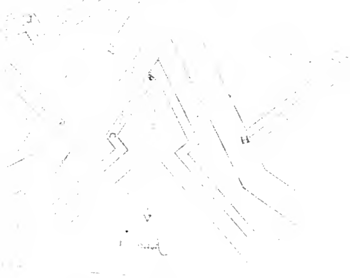
MEdiantibus lineis obsidionalibus, accessibus, tormentorum suggestibus, urbes munitæ obsidentur, oppugnantur, ac tandem obtinentur quod tamen non semper contingit, obsessi enim, & ictibus tormentorum, & excursionibus opera inimicorum destruendo ipsisque damna inferendo, adeò illos aliquando retardant, ut supervenientibus auxialibus copijs, vel alia de causa co-

guntur interdum oppugnantes obsidionem solvere, quod si his non obstantibus ad fossam denique se conferunt, illuc non perveniunt absque detrimento, quod ut minus experiantur, dirigere debent ad propugnaculi faciem, tamquam ad partem debiliorem accessus, qui ita construendi sunt, ut milites in illis existentibus tegantur, quod eveniet, si omnes lineæ à munimento obsesso ductæ, lineas, per quas ducuntur accessus intersecabunt, & eorum lorica altior fiet, quò urbi propinquiores erunt. Hoc modo ad fossam perventi, deinde tormentis urbis dejectis construere debent vineas, per quas ad mœnia, seu ad vallum se transferant, quod mediantibus cuniculis destruendum est. De his omnibus agendum remaneret sicuti de rescissionibus, & alijs ad defensionem spectantibus, at quia hæc praxi potius, quàm Geometria ægent, nostrumque institutum est demonstrare ea, quæ ratione geometrica fieri debent, huic operi finem imponemus.

FINIS.



figurarũ. libri quarti



MONITIO AD LECTOREM.

Quamvis omnem diligentiam adhibuerim ut hoc opus absque mendis in lucem exiret, tamen, communem sortem, cui subjecti sunt scribentium libri evitare non potuit mea Geometria militaris; non pauci enim irrepserunt errores Typographi,& præcipuè propter multiplices schematismorum per alphabeti litteras explicationes: Præcipuos quos inveni post iteratam lectionem hîc notavi, reliquos, quos offendes benevolè corrige. Invenies insuper aliquam imperfectionem in figuris, sed hoc potius evenit ex defectu materiæ quam ex incuria artificium; carta enim, dum exsiccatur diversam redit figuram ab ea quam recepit, dum erat humida,& semper ad ejus alterationem, figuræ variationem subeunt. Modum construendi prædictas figuras in propositionibus invenies, errata vero ne te inter legendum perturbent sic corrigito.

Pag.	Lin.	Errata.	Correcta.
(✠)	9	sensibiis	sensibiis
Ibid.	23	piebeis	plebeis
2	23	Hh	Hb
6	21	H, & B	H, & D
7	18, 16, ib.	Dd A	dDA
9	28	pedem	pedum
9	26	S2	T2
10	2	anguli	angulis
Ibid.	3	Propl.	Prop.
13	27	fia	fiat
13	13	angulis	angulis
Ibid.	12	15882	25882
18	19	OSC	FOC
Ibid.	36	DO	BO
20	7	summi	sumi
23	2	OHB	OHb
25, 26		in prop. 20. lib. 2 pro litteris T, & t figuræ pri. usurpatur semper B, & b	
26	21	AB	AD
Ibid.	23	Ad	AD
29	7	eneagonum	hexagonum
Ibid.	9	Iventa	Inventa
31	5	B	b
39	25	acie	aciei
45	23	mioor	minor
55	31	andulo	angulo
56	16	prad.	grad.
55, 56		in prop. 25 lib. 1 pro littera F figuræ pri. semper usurpatur littera C.	
65	in margine	Figura 15	Figura 14
72	21	CG	DA
74	23	parallem	parallelam
75	32	CSD	CSE
88	10	sen,	seu
94	13	OIC	NIC
100	14	grag.	grad.
105	27	habeat	habeant
122	6	prædict,æ	prædictæ,
127	16	pepedum	pedum
129	12	slk	skl
134	22	constrnctione	constructionem
ibid.	in margine	Fig. 28.	Fig. 33.
145	3	pepum	pedum
146	1	æquali	æquale
148	19	NBB	NB
149	27	CAe	CAB
152	3	circulo	circulus
ibid.	ibid.	AMd	Amd
ibid.	25	pdh	gdh
155	16	IH	IR
157	23	stringeatis	stringentis
158	2	utcmque	utcumque
159	in margine	Fig 9.	Figura 19.
160	20	existentæ	existente
161	17	750	740
161	22	fg	fh
169	22	recta	rectæ
172	16	tanmquæ	tantaque
176	In margine	deest	Figura 2.
192	27	productum	productus
198	24	consequet	consequens
202	2	ambo	ambæ
208	12	consurger	consurgat
ibid.	17	pedem	pedum
218	23	existenibus	existentibus
220	3	pasim	basim
232	18	XRZ	RXZ
234	17	ratinnium	ratiocinium
243	25	prolygoni	polygoni
249	2	lus	tus
253	11	præmonitionibus	præmunitionibus
267	17	punctas	puncta
272	1	Figura 2.	Figura 25.
272	in margine	Fig. 2.	Figura 25.
275	10	angulans	angulas